

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

تکنیک‌های انتگرال یگانه

مؤلف

سید محمدرضا حسینیان کاشانی

سرشناسه : حسینان کاشانی، محمدرضا، ۱۳۶۱ -
 عنوان و نام پدیدآور : تکنیک‌های انتگرال یگانه / مولف سید محمدرضا حسینان کاشانی.
 مشخصات نشر : تهران : دانش پژوهان جوان، ۱۳۹۲.
 مشخصات ظاهری : ۱۶۰ ص.؛ مصور، جدول، نمودار.
 شابک : ۳-۰۰۹-۲۸۸-۶۰۰-۹۷۸-۶۲۰۰۰ ریال
 وضعیت فهرست نویسی : فیا
 موضوع : حساب انتگرال — راهنمای آموزشی (عالی)
 رده بندی کنگره : ۱۳۹۲ امت ۵/۸۳۰۹ QA
 رده بندی دیویی : ۵۱۵/۴۳۰۷۶
 شماره کتابشناسی ملی : ۳۱۳۰۴۴۷

تکنیک‌های انتگرال یگانه

مولف: سید محمدرضا حسینان کاشانی

چاپ اول: ۱۳۹۲

قطع: وزیری

تیراژ: ۱۲۰۰ نسخه

شابک: ۳-۰۰۹-۲۸۸-۶۰۰-۹۷۸-۶۲۰۰۰

قیمت: ۶۲۰۰ تومان



آدرس: میدان انقلاب، خیابان کارگر جنوبی، خیابان شهید نظری، بین خیابان منیری جاوید و

۱۲ فروردین، پلاک ۱۰۵، طبقه ۳، واحد ۱۱ تلفن: ۶۶۴۹۸۹۸۹-۶۶۴۸۵۲۳۴-۶۶۴۹۶۳۶۳

www.irolympiad.com

کد پستی: ۱۳۱۴۶۷۵۹۳۴

دورنگار: ۶۶۹۵۳۲۵۰

سنت حسنه‌ای است که مولف، کتاب خود را به عزیزترین اشخاص
خود هدیه می‌دهد. من نیز با تاسی به این سنت حسنه، در صدد برآمدن
تا کتاب را به عزیزترین شخص خود هدیه نمایم. هر چه در اعماق
دل خود خور کرده‌ام نتوانستم عزیزتر از وجود مقدس پیامبر اعظم
(ص) پیدا نمایم. پس در نهایت احترام و خضوع، این هدیه ناچیز
و ثواب تعلیم و تعلم آن را به روح بلند جد بزرگوارم پیامبر اعظم
(ص) هدیه می‌کنم تا چه قبول افتد و چه در نظر آید.

مقدمه مؤلف

بدون شک یکی از مباحث مهم در ریاضیات، مبحث انتگرال است. شاید بزرگانی همچون نیوتن و لایبنیتز که از پایه‌گذاران حساب دیفرانسیل بوده‌اند، نمی‌پنداشتند که این علم تا چه حدی تأثیر شگرفی بر سایر علوم خواهد گذاشت.

علم فیزیک نیز که مادر تمامی علوم فنی و مهندسی محسوب می‌شود، جهت ارتباط و فهماندن منظور خود، بی‌نیاز از ریاضیات و بخصوص انتگرال نیست. بسیاری از روابط مهم فیزیک با انتگرال معرفی می‌شوند و شاید حرف زدن علمی در فیزیک بدون انتگرال کاری سخت و دشوار باشد. حتی موضوع بدین‌جا نیز منتهی نگردیده است. تمامی علوم مهندسی که از مشتقات فیزیک به حساب می‌آیند، بی‌نیاز از مبحث انتگرال نیستند و پیشرفتشان را مدیون پیشرفت ریاضیات در مبحث انتگرال هستند.

علی‌رغم نیاز گسترده خیل عظیم دانشجویان علوم پایه و فنی و مهندسی به یادگیری و محاسبات انتگرال معین و نامعین، هنوز بسیاری از آنان توانایی علمی لازم جهت انتگرال‌گیری را ندارند و یا در ذهنشان طبقه‌بندی مناسبی از انتگرال‌گیری وجود ندارد که این موضوع می‌تواند منجر به کندی یادگیری در دروس فنی و تخصصی خودشان گردد. نیاز به داشتن مرجعی مناسب و تخصصی، حقیر را بر آن داشت که با تألیف و تدوین کتابی مناسب، به معرفی تکنیک‌های انتگرال یگانه بپردازم.

این کتاب در ۸ فصل تدوین شده و در آن روش‌های انتگرال‌گیری به روش معین و نامعین به صورت مناسبی آموزش داده شده است. به جرأت می‌توان مدعی شد که چنین مرجعی به صورت مدون در این زمینه در ایران وجود ندارد.

امید است که این کتاب بتواند نقش علمی خوبی را در جهت یادگیری مباحث مذکور ایفا نماید. بدون شک این اثر خالی از اشکال نخواهد بود، لذا از همه عزیزان دانشجو، مدرسین و مؤلفین تقاضا می‌کنم تا نظرات، انتقادات و پیشنهادات خود را از طریق ایمیل smr_hosseini@yahoo.com به اطلاع اینجانب برسانند تا در چاپ‌های بعدی اصلاح گردد. منتظر نظرات ارزشمند شما هستم.

سید محمدرضا حسینیان کاشانی

کارشناس ارشد مهندسی هسته‌ای از دانشگاه صنعتی امیرکبیر

فصل ۱

انتگرال نامعین

۱

- ۱-۱ یاد مشق ۲
- ۲-۱ تغییر متغیر در انتگرال نامعین ۶

فصل ۲

انتگرال معین

۹

- ۱-۲ تقریب نقصانی و اضافی ۱۰
- ۲-۲ مجموع ریمان ۱۴
- ۳-۲ انتگرال معین ۱۷
- ۴-۲ روش‌های عددی محاسبه انتگرال معین ۲۶

فصل ۳

توابع مثلثاتی

۳۳

- ۱-۳ مروری بر مثلثات ۳۴
- ۱-۱-۳ محاسبه نسبت‌های مثلثاتی زوایای خاص ۳۶
- ۲-۱-۳ محاسبه روابط مثلثاتی مجموع و تفاضل دو زاویه ۳۷
- ۳-۱-۳ تبدیل حاصل جمع روابط مثلثاتی به حاصل ضرب ۴۰
- ۴-۱-۳ تبدیل حاصل ضرب روابط مثلثاتی به حاصل جمع ۴۲
- ۲-۳ توابع مثلثاتی و معکوس توابع مثلثاتی ۴۴
- ۱-۲-۳ توابع مثلثاتی ۴۴
- ۲-۲-۳ توابع معکوس مثلثاتی ۴۷
- ۳-۳ انتگرال توابع مثلثاتی ۴۹
- ۴-۳ انتگرال توابع معکوس مثلثاتی ۵۶

فصل ۴

توابع هذلولوی (هیپر بولیک)

۶۲	توابع هذلولوی و معکوس توابع هذلولوی	۱-۴
۶۲	توابع هذلولوی	۱-۱-۴
۶۴	توابع معکوس هذلولوی	۲-۱-۴
۶۹	انتگرال توابع هذلولوی	۲-۴
۷۴	انتگرال توابع معکوس هذلولوی	۳-۴

فصل ۵

روش های انتگرال گیری

۷۹

۸۰	روش جزء به جزء	۱-۵
۸۶	انتگرال توابع گویا	۲-۵
۹۶	انتگرال توابع اصم	۳-۵

فصل ۶

انتگرال های مثلثاتی

۹۹

۱۰۰	انتگرال از حاصل ضرب توابع مثلثاتی	۱-۶
۱۰۶	انتگرال توان های $\tan x$ و $\cot x$	۲-۶
۱۰۹	انتگرال توان های $\sec x$ و $\csc x$	۳-۶
۱۱۶	انتگرال از حاصل ضرب توان دار توابع $\sin x$ و $\cos x$	۴-۶
۱۲۳	انتگرال از حاصل ضرب توان دار $\sec x \tan x$ و یا $\csc x \cot x$	۵-۶
۱۲۵	تغییر متغیرهای مثلثاتی	۶-۶

فصل ۷

انتگرال ناسره

۱۲۹

۱۳۰	انتگرال ناسره (غیرعادی)	۱-۷
۱۳۳	آزمون های همگرایی انتگرال ناسره نوع اول	۱-۱-۷

فصل ۸

انتگرال توابع مهم (۲۰۰ انتگرال)

۱۳۵

۱-۱

پاد مشتق

اگر f روی بازه I پیوسته باشد و $F(x)$ به گونه‌ای باشد که $F'(x) = f(x)$ (برای تمام $x \in I$) آنگاه تابع F را پادمشتق f روی I می‌نامیم و تمام پادمشتق‌های $f(x)$ را به صورت $F(x) + c$ نمایش می‌دهیم که c یک عدد حقیقی است. برای نخستین بار لایبنیتز نماد $\int$ را برای پادمشتق که به آن انتگرال نامعین نیز می‌گویند، به کار برد.

تعریف انتگرال نامعین

اگر $F(x)$ پادمشتق $f(x)$ باشد، آنگاه می‌نویسیم

$$\int f(x) dx = F(x) + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

که به آن انتگرال نامعین می‌گویند. مفهوم dx به معنای دیفرانسیل گرفتن از x می‌باشد.

در واقع، به زبان ساده می‌توان گفت، عمل انتگرال‌گیری عکس عمل مشتق‌گیری است.

قضیه ۱

برای تابع پیوسته و مشتق‌پذیر f داریم:

$$۱) \frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x) \quad ۲) \int f'(x) dx = f(x) + c$$

قضیه ۲

خاصیت خطی انتگرال

اگر f و g پیوسته باشند، آنگاه:

$$\int (\alpha f(x) + g(x)) dx = \alpha \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

با توجه به این که $(x^n)' = nx^{n-1}$ ، نتیجه می‌گیریم:

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \quad (n \neq -1) \quad (۱-۱)$$

در حالت کلی‌تر، اگر u تابعی از x باشد، بنابر قضیه‌ی مشتق توابع مرکب، داریم:

$$(u^n)' = nu^{n-1}u'$$