

ساختمان‌های گسسته

مرتضی بهت
مهدی انتشار



مؤسسه انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف



مؤسسه انتشارات علمی
دانشگاه صنعتی شریف

ساختمان‌های گسسته

تألیف مرتضی بیات، مهدی افشار

ناشر: مؤسسه انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف

چاپ اول: ۱۳۹۲

شمارگان: ۱۰۰۰ نسخه

بها: ۲۰۰۰۰۰ ریال

حق چاپ برای مؤسسه انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف محفوظ است

ISBN 978-964-208-082-3

شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۲۰۸-۰۸۲-۳

تلفن: ۶۶۴۰۵۱۳۲-۶۶۴۰۴۰۷۲-۶۶۱۶۴۰۷۰

دفتر مرکزی: خیابان آزادی - دانشگاه صنعتی شریف

دفتر فروش: میدان انقلاب - خیابان شهید منیری جاوید (اردیبهشت) - ساختمان ۲۵۳ - طبقه چهارم واحد ۴۰۲

پست الکترونیکی: publication@mehr.sharif.edu

تلفن: ۶۶۴۰۵۱۳۲-۶۶۴۶۷۸۹۶

وضعیت فهرست نویسی: فیا.

موضوع: ریاضیات.

شناسه افزوده: افشار، مهدی.

شناسه افزوده: دانشگاه صنعتی شریف، مؤسسه انتشارات علمی.

رده‌بندی کنگره: ۲س۹/ب۱۷۲۷۲۱۰۲

رده‌بندی دیویی: ۵۱۰

شماره کتابشناسی ملی: ۳۳۷۱۰۲

سرشناسه: بیات، مرتضی.

عنوان و نام‌پدیدآور: ساختمان‌های گسسته / تألیف مرتضی

بیات، مهدی افشار.

مشخصات نشر: تهران: دانشگاه صنعتی شریف، مؤسسه

انتشارات علمی ۱۳۹۲.

مشخصات ظاهری: ۳۹۲ ص: مصور، جدول.

شابک: 978-964-208-082-3

تقدیم به همسر صبورم سارا

مهدی افشار

تقدیم به بهترین هم‌راه زندگی‌ام، زهرا
که دوست داشتن و عشق‌ورزی را این‌قدر یاد دارم
و به دخترانم آذین و آیلین که حاصل این عشق هستند.

مرتضی بیات

فهرست مطالب

پیشگفتار	یازده
فصل ۱ منطق ریاضی و روش‌های اثبات	۱
۱.۱ منطق	۲
۲.۱ گزاره‌ها	۲
۳.۱ ترکیب گزاره‌ها	۳
۴.۱ جدول درستی	۸
۵.۱ گزاره راستگو، تناقض و استلزام منطقی	۹
۶.۱ گزاره‌های هم‌ارز (یا معادل)	۹
۷.۱ رابط‌های منطقی کامل	۱۳
۸.۱ صورت‌های نرمال	۱۳
۹.۱ صورت‌های اساسی	۱۴
۱۰.۱ گزاره‌نما	۱۸
۱۱.۱ سورهای عمومی و وجودی	۱۹
۱۲.۱ متغیرهای مقید و آزاد	۲۳
۱۳.۱ نقیض گزاره‌های سوری	۲۳

۲۵	۱۴.۱ سوره‌های تودرتو
۲۸	۱۵.۱ ترجمه جملات فارسی به عبارت‌های منطقی و برعکس
۲۹	۱۶.۱ استنتاج
۳۱	۱۷.۱ استدلال‌های معتبر
۳۲	۱۸.۱ قوانین استنتاج برای عبارت‌های سوری
۳۵	۱۹.۱ روش‌های اثبات قضایا
۴۳	۱. مسائل حل شده
۴۷	۲۱.۱ تمرین‌ها
۵۳	فصل ۲ تک‌تک‌ها و شمارش
۵۴	۱.۲ اصول استنتاج شمارش
۵۹	۲.۲ ترتیب
۶۴	۳.۲ ترتیب با تکرار
۶۷	۴.۲ ترکیب
۷۰	۵.۲ ترکیب با تکرار
۷۳	۶.۲ معادلات خطی با ضرایب واحد
۷۵	۷.۲ مثلث خیام-پاسکال
۷۶	۸.۲ بسط دو جمله‌ای
۷۹	۹.۲ بسط چند جمله‌ای
۸۱	۱۰.۲ اصل شمول و عدم شمول
۸۸	۱۱.۲ کاربردهایی از اصل شمول و عدم شمول
۹۱	۱۲.۲ اعداد کاتالان
۹۵	۱۳.۲ تقریب استرلینگ برای $n!$
۹۶	۱۴.۲ مسائل حل شده
۱۱۱	۱۵.۲ تمرین‌ها

۱۱۹	فصل ۳ الگوریتم‌ها
۱۲۰	۱.۳ الگوریتم‌ها و تحلیل آنها
۱۲۱	۳.۲ درستی الگوریتم
۱۲۶	۳.۳ رشد توابع
۱۳۱	۴.۳ پیچیدگی الگوریتم‌ها
۱۳۳	۵.۳ مسائل حل شده
۱۳۴	۶.۳ تمرین‌ها
۱۳۷	فصل ۴ رابطه‌ها
۱۳۸	۱.۴ رابطه‌ها و خواص آنها
۱۴۴	۲.۴ نمایش رابطه‌ها ماتریس‌ها
۱۴۸	۳.۴ بستار رابطه
۱۶۲	۴.۴ رابطه هم‌ارزی
۱۶۸	۵.۴ ترتیب‌های جزئی
۱۷۰	۶.۴ ترتیب قاصوسی
۱۷۷	۷.۴ شبکه‌ها
۱۷۹	۸.۴ مرتب‌سازی توپولوژیکی
۱۸۲	۹.۴ مسائل حل شده
۱۹۳	۱۰.۴ تمرین‌ها
۱۹۹	فصل ۵ روابط بازگشتی
۲۰۱	۱.۵ مدل‌بندی مسائل شمارشی با روابط بازگشتی
۲۰۹	۲.۵ استفاده از دنباله‌های کمکی برای استخراج روابط بازگشتی
۲۱۲	۳.۵ حل روابط بازگشتی خطی
۲۱۳	۴.۵ حل روابط بازگشتی همگن با ضرایب ثابت
۲۲۵	۵.۵ حل چند رابطه بازگشتی غیرخطی به کمک تغییر متغیر
۲۲۷	۶.۵ حل چند رابطه بازگشتی خطی با ضرایب متغیر
۲۲۸	۷.۵ روابط بازگشتی و تحلیل الگوریتم‌ها

۲۲۹	۸.۵ الگوریتم‌های تقسیم و پیشروی
۲۳۴	۹.۵ مسائل حل شده
۲۵۷	۱۰.۵ تمرین‌ها
۲۶۵	فصل ۶ توابع مولد
۲۶۵	۱.۶ تابع مولد معمولی
۲۷۰	۲.۶ مسائل شمارش و توابع مولد معمولی
۲۷۴	۳.۶ تابع مولد نمایی
۲۷۵	۴.۶ مسائل شمارشی و تابع مولد نمایی
۲۷۶	۵.۶ حل روابط بازگشتی به کمک تابع مولد معمولی
۲۷۹	۶.۶ مسائل پیشرفته
۲۸۶	۷.۶ تمرین‌ها
۲۸۹	فصل ۷ نظریهٔ گراف
۲۸۹	۱.۷ مقدمه و تعاریف
۲۹۲	۲.۷ دنبالهٔ گرافیکی
۲۹۵	۳.۷ گراف‌های جهت‌دار
۲۹۶	۴.۷ مسیر در گراف‌ها
۲۹۹	۵.۷ چند گراف مهم
۳۰۶	۶.۷ اعمال روی گراف‌ها
۳۰۹	۷.۷ ماتریس‌های مجاورت و وقوع
۳۱۵	۸.۷ گراف‌های اویلری
۳۱۸	۹.۷ گراف‌های جهت‌دار و مدار اویلری
۳۱۸	۱۰.۷ گراف‌های هامیلتونی
۳۲۲	۱۱.۷ الگوریتم یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین دو رأس در گراف وزن‌دار
۳۲۴	۱۲.۷ گراف‌های مسطح
۳۲۸	۱۳.۷ رنگ‌آمیزی گراف‌ها

۳۳۱	۱۴.۷ الگوریتم ولشه چاول برای رنگ آمیزی رأس‌ها
۳۳۳	۱۵.۷ چند جمله‌ای‌های رنگی
۳۳۶	۱۶.۷ مسائل حل شده
۳۴۴	۱۷.۷ تمرین‌ها
۳۴۹	فصل ۸ درخت‌ها
۳۴۹	۱.۸ مقدمه و تعاریف
۳۵۴	۲.۸ تشخیص درخت‌ها
۳۵۶	۳.۸ درخت‌های ریشه‌دار
۳۶۱	۴.۸ کاربردهای درخت‌ها
۳۶۷	۵.۸ الگوریتم کوتاه‌ترین مسیر
۳۷۲	۶.۸ پیمایش درخت‌ها
۳۷۶	۷.۸ نمایش عبارت‌های ریاضی درخت‌های ریشه‌دار
۳۷۸	۸.۸ درخت‌های فراگیر
۳۷۹	۹.۸ الگوریتم‌هایی برای یافتن درخت‌های در یک گراف ساده
۳۸۱	۱۰.۸ الگوریتم‌هایی برای درخت فراگیر بهینه
۳۸۶	۱۱.۸ مسائل حل شده
۳۸۹	۱۲.۸ تمرین‌ها
۳۹۳	فصل ۹ ساختارهای جبری
۳۹۴	۱.۹ عمل دوتایی
۳۹۶	۲.۹ جدول کیلی
۳۹۷	۳.۹ عضو همانی
۳۹۸	۴.۹ وارون (معکوس) یک عضو
۳۹۹	۵.۹ تکوار
۴۰۱	۶.۹ گروه

۴۱۱	۷.۹ حلقه
۴۱۷	۸.۹ مسائل حل شده
۴۳۰	۹.۹ تمرین‌ها
۴۳۳	فصل ۱۰ جبر بولی
۴۳۴	۱.۱۰ توابع بولی
۴۳۸	۲.۱۰ نمایش توابع بولی
۴۴۳	۳.۱۰ تمرین‌های منطقی
۴۴۶	۴.۱۰ جدول کارنو و روش کورین - مک کلاسیکی
۴۵۴	۵.۱۰ مسائل حل شده
۴۶۳	۶.۱۰ تمرین‌ها
۴۶۵	منابع
۴۶۷	پاسخ تمرین‌های انتخابی
۴۷۷	فهرست راهنما

بسم الله الرحمن الرحيم

پیشگفتار

دو دوست قدر شناسند عهد صحبت را
که بدتی ببریدند و باز پیوستند
(سعدی)

در چند دهه اخیر در رشته علوم کامپیوتر، علاوه بر توجه به درس‌های سنتی و حسابان که در حیطه ریاضیات پیوسته قرار دارد، درس‌ها و کتاب‌های بسیاری با عناوینی مثل «ریاضیات گسسته»، «ساختمان‌های گسسته»، «ترکیبیات»، و «ریاضیات متناهی» نیز ارائه شده‌اند. غالباً این درس‌ها و کتاب‌ها با مجموعه‌های متناهی و گاه با مجموعه‌های شمارا سروکار دارند و شامل گزاره‌های روش‌های شمارشی، ساختارهای ترکیبیاتی، مباحثی از نظریه اعداد و احتمال، و کاربردهایی مانند کدگذاری و رمزنگاری‌اند.

وجه اشتراک تقریباً همه این زمینه‌ها گسسته بودن موضوع آنهاست که کمتر مفاهیمی مثل حد و پیوستگی معمول را شامل می‌شوند، اما در عین حال به ابزارهای کارآمد و ویژه‌ای مجهزند. پویایی و وجود مسائل فراوان حل‌نشده و ظاهراً ساده از مشخصات دیگر این مبحث‌اند. افزون بر این و

فراتر اینکه امروزه این شاخه سهم بزرگی در انجام برخی از پژوهش‌های علمی دارد و با توجه به گسترده‌گی زمینه‌های کاربردی آن مورد توجه بسیاری از دانش‌پژوهان است.

کتابی که در پیش روی شماست، مبتنی است بر چندین سال تدریس مؤلفان در دروس ساختمان‌های گسسته برای دانشجویان مهندسی کامپیوتر و ریاضیات گسسته برای دانشجویان رشته ریاضی. در این کتاب کوشیدیم مفاهیم را به صورت ساده و قابل درک با مثال‌های ملموس و کاربردی توضیح دهیم و در انتهای هر فصل مسائلی را با حل کامل برای تعمیق و تحکیم بیشتر مطالب نیز قرار دادیم.

در طول آماده‌سازی مطالب، از مساعدت‌های دوستان زیادی بهره گرفته‌ایم که جا دارد از تکلیف آن‌ها قدردانی و تشکر ویژه داشته باشیم. از مدیریت و نیز همکاران مؤسسه انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف، به‌ویژه آقای مهندس صادقی‌کیا و سرکار خانم‌ها الهه احمدی، مریم لطیف، و ابرار ساداتی به‌خاطر حروف‌چینی و نمونه‌خوانی و هماهنگی‌های لازم کمال تشکر را داریم.

مسلماً آماده‌سازی کل کتاب با همکاری هنری و پرزحمت است، از همین‌رو از سرکار خانم دیبا عبدالهی و آقای فرهاد رحمانی و همچنین از آقای امیرحسین محبی که در بازبینی و اصلاح مجدد شکل‌ها همکاری داشته‌اند، کمال قدردانی را به‌جا می‌آوریم. همچنین از دانشجویان رشته کامپیوتر دانشگاه‌های دولتی و آزاد زاهد که در زحمات دست‌نوشته‌های اولیه همکاری کرده‌اند، تشکر می‌کنیم. از خانم سارا بازرگان نیز به‌خاطر به‌جا آوردن و مرتب کردن الگوریتم‌های موجود در متن سپاسگزاریم.

در پایان از استادان و دانشجویانی که این کتاب را مطالعه می‌کنند، خواهشمندیم که لغزش‌های احتمالی کتاب را از طریق ایمیل به مؤلفان گوشزد کنند تا در بارهای بعدی اصلاح شوند.

رضای بیات و مهدی افشار
baayyaatt@gmail.com
afshar@yahoo.com