

به نام خداوند  
بخشنده مهربان

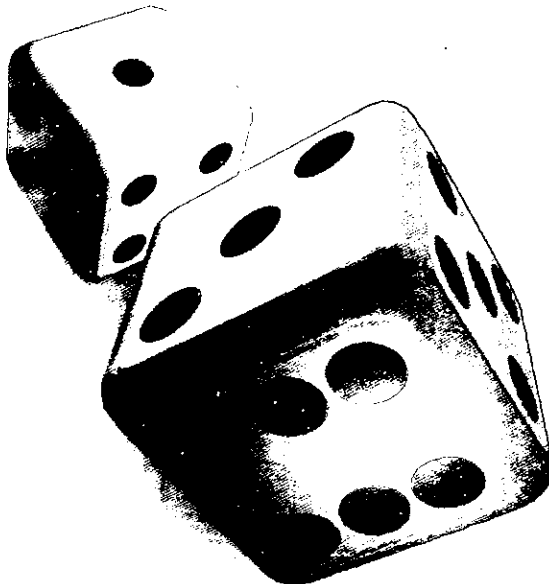
آموزش جامع + بانک سوالات

# ریاضیات گسسته و جبر و احتمال

از ۵۰۰ تا ۱۰۰ درصد

روش جدید آموزش مفهومی و بدون فرمول

www.ketab.ir



مؤلف: خسرو کاکسوندی



|                     |                                                                                                  |
|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
| سرشناسه             | : کاک سوئدی، خسرو، ۱۳۴۷ -                                                                        |
| عنوان و نام پدیدآور | : آموزش جامع ریاضیات گسسته و جبر و احتمال (روش جدید آموزش مفهومی و بدون فرمول) / خسرو کاک سوئدی. |
| مشخصات نشر          | : تهران: مهر و ماه نو، ۱۳۹۰.                                                                     |
| مشخصات ظاهری        | : ۲۳ × ۲۹ س.م.                                                                                   |
| فروست               | : کتابهای کنکور مهر و ماه نو.                                                                    |
| شابک                | : ۹۷۸۰۶۰۰۰۵۷۹۹۰۶۰۰۶                                                                              |
| وضعیت فهرست نویسی   | : فیبا                                                                                           |
| موضوع               | : دانشگاه‌ها و مدارس عالی -- ایران -- آزمون‌ها                                                   |
| موضوع               | : ریاضیات -- آزمون‌ها و تمرین‌ها (عالی)                                                          |
| موضوع               | : جبر -- آزمون‌ها و تمرین‌ها (عالی)                                                              |
| رده‌بندی کنگره      | : LB ۲۲۵۳/۳۲۱۳۶۴۸ ۱۳۹۰                                                                           |
| رده‌بندی دیویی      | : ۲۷۸/۱۶۶۴                                                                                       |
| شماره کتابشناسی ملی | : ۲۵۴۹۷۴۰                                                                                        |



آموزش جامع + بانک سؤالات

## ریاضیات گسسته و جبر و احتمال



مؤلف: خسرو کاک سوئدی

ناشر: مهر و ماه نو

چاپ اول، ۱۳۹۱

تیراژ: ۲۰۰۰ نسخه

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۵۷۹۹-۶۰۰۶

قیمت: ۹۰۰۰ تومان

مدیر اجرایی: احمد اختیاری

طراحی و آماده‌سازی برای چاپ: واحد تولید انتشارات

© کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به انتشارات مهر و ماه نو می‌باشد. هرگونه برداشت از مطالب این کتاب بدون مجوز کتبی از ناشر، ممنوع بوده و پیگرد قانونی دارد.

دفتر مرکزی

تهران، میدان انقلاب، خیابان ۱۲ فروردین، کوچه مینا، پلاک ۲۸

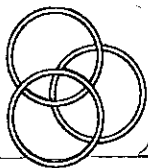
تلفن: ۰۲۱-۶۶۴۰۸۴۰۰ ، فکس: ۰۲۱-۶۶۹۶۴۴۳۶

SMS: ۳۰۰۰۷۲۱۲۰

www.mehromah.org



| مجموعه‌ها | فصل هشتم          |
|-----------|-------------------|
| ۲۲۲       | ○ درسنامه         |
| ۲۳۵       | ○ آزمون رو کم کنی |
| ۲۳۷       | ○ پاسخنامه تشریحی |



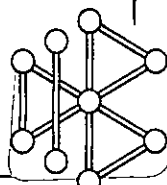
| آنالیز ترکیبی | فصل نهم           |
|---------------|-------------------|
| ۸             | ○ درسنامه         |
| ۲۸            | ○ آزمون جامع      |
| ۳۰            | ○ پاسخنامه تشریحی |

$$C(n, m) = \binom{n}{m}$$

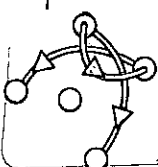
| ترکیبیات | فصل دهم               |
|----------|-----------------------|
| ۲۴۲      | ○ درسنامه             |
| ۲۸       | ○ آزمون اعتماد به نفس |

$$\binom{n+k-1}{k-1}$$

| گراف | فصل یازدهم        |
|------|-------------------|
| ۳۶   | ○ درسنامه         |
| ۸۱   | ○ آزمون جامع      |
| ۸۳   | ○ پاسخنامه تشریحی |



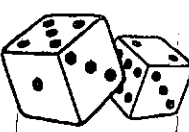
| رابطه و کرافها | فصل دهم          |
|----------------|------------------|
| ۲۵۶            | ○ درسنامه        |
| ۲۶۷            | ○ آزمون جامع     |
| ۲۶۹            | ○ پاسخنامه کلیدی |



| استدلال ریاضی | فصل سیزدهم        |
|---------------|-------------------|
| ۹۴            | ○ درسنامه         |
| ۹۸            | ○ آزمون جامع      |
| ۹۹            | ○ پاسخنامه تشریحی |

$$p \times p = k$$

| احتمال | فصل دهم           |
|--------|-------------------|
| ۲۷۲    | ○ درسنامه         |
| ۳۵۳    | ○ آزمون جامع      |
| ۳۵۵    | ○ پاسخنامه تشریحی |



| قضیه تقسیم | فصل چهارم         |
|------------|-------------------|
| ۱۱۰        | ○ درسنامه         |
| ۱۱۶        | ○ آزمون جامع      |
| ۱۱۸        | ○ پاسخنامه تشریحی |

$$a = bq + r, 0 \leq r < |b|$$

| تئوری اعداد | فصل پنجم          |
|-------------|-------------------|
| ۱۲۲         | ○ درسنامه         |
| ۱۶۱         | ○ سنجش IQ         |
| ۱۶۲         | ○ پاسخنامه تشریحی |

$$a/b$$

| همنهستی | فصل ششم           |
|---------|-------------------|
| ۱۶۸     | ○ درسنامه         |
| ۲۰۸     | ○ آزمون جامع      |
| ۲۰۹     | ○ پاسخنامه تشریحی |

$$a \equiv b \iff b \equiv a$$

قبل این که شروع کنی به مطالعه این کتاب به توضیحات و توصیه‌ها توجه کن!!



اولاً سبک ارائه مطالب در این کتاب برخلاف همه‌ی کتاب‌های دیگس!



سعی کردم مباحثی از کتاب جبر و احتمال و گسسته رو که دارای وجوه مشترکند باهم ادغام کنم و این مباحث رو به صورت گام به گام و از پایین ترین سطح ارائه بدم و به اوج برسونم، مثلاً در مورد احتمال از کتاب جبر و گسسته هر چی قراره بدونی یکجا باهم گفتیم. یا مبحث رابطه‌ها از کتاب جبر و احتمال رو با تمامی مفاهیمی که در فصل رابطه‌ها و گراف‌های گسسته هستش، یکیش کردم، حتی در توجیه مفاهیم رابطه‌های هم‌ارزی کتاب جبر و احتمال از رابطه همنهشتی استفاده کردم، در بقیه فصل‌های مشترک در هر دو کتاب هم به همین منوال عمل کردم.

خلاصه سرت رو درد نیارم... لپ مطلب اینه که همه مباحث رو موضوعی و از بنیان ارائه کردم، حتی در بعضی بحث‌ها مثلاً آنالیز ترکیبی از ریاضی دو شروع کردم.

در این کتاب برخلاف کتاب‌های دیگه‌ی آموزش ریاضی، درس‌نامه‌ای اول هر بخش ارائه نشده! بلکه در کل این کتاب، آموزش مفاهیم همراه با مثال! چون اعتقاد اینه که مفاهیم ریاضی رو باید در مثال یاد گرفت نه در درس‌نامه! ارائه درس‌نامه بدون حل مسأله در ریاضی دانش آموز رو دنبال فرمول، حافظه محوری و یادگیری ریاضی به صورت دستوری و طوطی‌واری می‌بره.



اگه به دانش آموزی در چارچوب همون درس‌نامه‌ای که خونده سؤالی خارج از اون کتاب بدی که نیاز به ابتکار و خلاقیت داشته باشه، قطعاً ۹۰٪ درصد نمی‌تونن جواب بدن! به همین دلیل بود که در این کتاب سعی کردم هر مطلبی که بت یاد می‌دم اول مثال یا مثال‌های متناسب با اون رو بیارم. پاسخ تشریحی رو با توضیحات کامل زیرش آوردم و بالای همون مثال، یا اغلب اوقات در زیرش توضیحات و یا تذکرات و نکات لازم توسط استاد راهنما ارائه شده. بعضی وقتا دانش آموزی که دستیار استاد که خیلی هم از نظر علمی قوی نیست اظهار نظر می‌کنه و یا روش‌های تدریسی رو که شاید به ذهن شما هم برسه ارائه می‌ده، بررسی این راه‌های غلط به شما کمک می‌کنه که مثلاً این دانش آموز فکر نکنی، سعی کردم روش ارائه مطالب در هر فصل به صورت پلکانی و بدون توجه به میزان اطلاعات خواننده از این فصل باشه! خلاصه این که همه چی با رعایت چارچوب کتاب‌های درسی از سیر تا پیاز ارائه شده! این کتاب مجموعه‌ای از تجربه بیست سال تدریس در زمینه کنکور در مدارس و آموزشگاه‌های معتبر تهران، به خاطر همین که اسمشو گذاشتیم از صفر تا ۱۰۰ درصد.

از ویژگی‌ها بارز این کتاب اینه که تمامی مثال‌ها و تمرین‌های خوب کتاب‌های درسی جبر و احتمال و گسسته رو در بر می‌گیره و دسته‌بندی کردن تمامی سؤالات کنکورهای سراسری و آزاد داخل و خارج کشور از سال ۸۴ الی نود و نوس دسته‌بندی شده و همین طور ترکیبی از تمامی مثال‌های خوب و غیر تکراری کنکور سراسری و آزاد از سال ۷۴ الی ۸۴ و سؤالات تألیفی و کاملاً جدید خودم.



به ضرس قاطع می‌تونم بگم که شاید بشه مهم‌ترین ویژگی این کتاب، علاوه بر آموزش بسیار ساده و روان و بدون فرمول و به کارگیری ابتکار و خلاقیت در حل مثال‌ها و ارائه مفاهیم، «نداشتن مطالب اضافی و یا موضوعات خارج از کتاب درسیه» چرا که تنها مرجع طراحی سؤالات کنکور کتاب‌های درسیه!



مثلاً همه‌ی کتاب‌ها دور اولیری، گراف نیمه اولیری و یا تعیین تعداد مسیرهای با استفاده از عدد نپر رو آوردن و یا قانون عدم تطبیق (که معروفه به منشی گیج) و یا در مباحث تئوری اعداد، فرمول جمع مقسوم علیه‌های یک عدد همانند  $(n = P_1^\alpha P_2^\beta P_3^\lambda \dots)$  که

به صورت  $(S_n = \frac{P_1^{\alpha+1}-1}{P_1-1} \times \frac{P_2^{\beta+1}-1}{P_2-1} \times \dots)$  و یا ضرب شمارنده‌های عدد  $a$  که به صورت  $P_n = \sqrt{n^{T(n)}}$  یا استفاده از قضیه‌ی

اولیر در تعیین باقی‌مانده اعدادی همانند  $a^\alpha \pmod m$  یعنی  $(a^\alpha \pmod m)$  که رابطه کلی آن به صورت  $(a^{\phi(m)} \pmod m) \equiv 1$  است و ... تا دلت

بخواد از این رابطه‌ها توی کتابای دیگه هست که هیچ کدوم به دردت نمی‌خوره.

**فصل اول:** روش‌های مقدماتی شمارش در حد، تبدیل و ترکیب اشیاء و ارقام و شمارش به کمک حذف حالت‌های نامطلوب  
متمم‌های «تک شرطی» و اصل تبدیل با تکرار متناسب با مباحث مشابه در کتاب‌های ریاضی دو، جبر و احتمال ارائه شده. سعی شده مفاهیم آن‌ها به گونه‌ای بیان شود که حالت کاربردی در مسائل مربوط به گسسته را داشته باشند.

**فصل دوم:** تعریف گراف ساده، بررسی ویژگی‌های آن و معرفی چند رده از گراف‌های ساده مطابق مباحث ارائه شده در کتاب گسسته و کاربردی کردن روش‌های ذکر شده برای شمارش در تعیین تعداد گراف‌های ساده و شمارشی تعداد مسیرها و دورها در گراف ساده.

**فصل سوم:** معرفی انواع استدلال‌های ریاضی و اصل لانه کبوتر از کتاب جبر و احتمال.

**فصل چهارم:** بررسی قضیه تقسیم و کاربردهای آن.

**فصل پنجم:** بخش‌پذیری و بررسی ویژگی‌ها و کاربردهای آن در حل مسائل مختلف، تعریف بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک و کوچک‌ترین مضرب مشترک و بررسی قضیه بزو، بیان قضیه چپی چُف، بررسی ویژگی‌های اعداد اول و بیان قضایای مربوط به آن.

**فصل ششم:** تعریف افزای مجموعه و روش‌های تعیین آن و بیان ارتباط مفهومی تعداد افزاها با تعداد رابطه‌های هم‌ارزی، تعریف رابطه هم‌نهشتی و بیان مفهوم رابطه هم‌ارزی هم‌نهشتی به کمک افزاها، بررسی ویژگی‌ها و کاربردهای رابطه هم‌نهشتی در تعیین باقی‌مانده و رقم یکان و حل معادله سیاله.

**فصل هفتم:** بیان نظریه‌ی مجموعه‌ها و تعریف ضرب دکارتی در مجموعه همراه با کلیه‌ی مفاهیم مربوط به آن‌ها از کتاب جبر و احتمال.

**فصل هشتم:** ترکیبیات، بیان روش‌های فراتر از ابزارهای شمارشی ذکر شده در فصل اول، همانند ترکیب با تکرار، اصل شمول و عدم شمول (یا روش‌های حذف حالت‌های نامطلوب چند شرطی) و کاربرد این ابزارها در حل معادله سیاله  $n$  مجهولی با ضرایب واحد، و محاسبه تعداد توابع نگاشتی، و توابع نگاشتی پوشا و یک به یک و تعیین تعداد جملات بسط  $n$  جمله‌ای‌ها و بیان قضیه فی اویلر.

**فصل نهم:** بررسی ویژگی رابطه‌ها و تعیین تعداد رابطه‌های هم‌ارزی به کمک مفهوم افزای، بیان مفاهیم دسته‌ها (یا کلاس‌های) هم‌ارزی و شمارش تعداد رابطه‌ها به کمک گراف نظیر آن.

**فصل دهم:** بررسی نظریه‌ی احتمالات در تجربه‌های تصادفی پیوسته و گسسته بیان مفهوم متغیر تصادفی و تعریف تابع جرم احتمال.

\* در این کتاب سه سطح آزمون واسه تون تعریف شده آزمون‌های سطح A برای اعتماد به نفس که عمدتاً از سوالاتی کنکور سراسری و آزاد داخل و خارج از کشورند، و آزمون‌های سطح B سوالاتی تألیفی و استاندارد هستند که متناسب با سوالاتی حل شده در درس‌نامه طراحی شده و آزمون‌های سطح C که اسم شون رو گذاشتیم آزمون رو کم کنی سوالاتی تألیفی هستند که نیاز به زمانی بیش‌تر از دو دقیقه و حداکثر تا پنج دقیقه دارند. هدفم از ارائه این چور آزمون‌ها این بوده که به تمامی مفاهیم ارائه شده در این کتاب و کتاب‌های درسی تسلط کامل پیدا بکنی؛ در ضمن عمدتاً گزینه‌ی درست سوالاتی درس‌نامه رو مشخص نکردم! اگه اول خودت حل کردی مجبور بشی پاسخ‌نامه‌ی منم بخونی که با روش حل منم آشنا بشی؟

نمادهای استفاده شده در این کتاب:

|              |        |          |         |            |      |          |           |       |       |       |
|--------------|--------|----------|---------|------------|------|----------|-----------|-------|-------|-------|
|              |        |          |         |            |      |          |           |       |       |       |
| نتیجه        | سه سوت | روش ساده | روش سخت | شرایط ویژه | کش   | پاسخ غلط | پاسخ صحیح | نظری  | آزمون | گلایه |
|              |        |          |         |            |      |          |           |       |       |       |
| آشغال جمع کن | سرریز  | قرارداد  | نکته    | تذکر       | توجه | تعریف    | شاه کلید  | اثبات | مثال  |       |

- ① ابتدا نگاهی به نمای کلی فصل بیاندازید تا مسیر کلی مباحث و موضوعات مهم در ذهن شما مرور شود.
- ② درس نامه را با حوصله مطالعه کنید اگر احساس می کنید فهم مطالب برای شما دشوار است لازم است به کتاب های درسی مراجعه کنید تا درک پایه خود از آن مبحث را تقویت کنید.
- ③ روابط و فرمول ها را تجزیه و تحلیل کنید. دقت کنید که لازم نیست همه فرمول ها را حفظ کنید بلکه بهتر است اولاً در صورت امکان مفهوم رابطه و فرمول و یا اثبات قضایا را متوجه شوید و سپس با تمرین کافی به کاربرد آن مسلط شوید. روابط و فرمول های مهم در این کتاب در کادر آمده است. خوب است چندین بار فرمول ها، روابط و نکات مهم هر قسمت را برای خود بنویسید و مرور کنید.
- ④ برای تسلط کامل بر نکات و فرمول ها مثال های آموزشی را بررسی نموده و تست های نمونه را بدون نگاه کردن به پاسخ تشریحی آن ها، حل کنید.
- ⑤ در صورتی که از حل مسأله بازماندید، جواب تشریحی آن را مطالعه کرده و دوباره مسأله را خودتان حل کنید.
- ⑥ در صورتی که پاسخ برخی مسائل، برای شما مبهم بود حتماً به کمک دوستان و دبیران خود سعی کنید راه حل مسأله را بیاموزید.
- ⑦ برای تمرین مفاهیم و نکات به سرفصل های موضوعی تست ها مراجعه کنید و تعدادی از تست های آن مبحث (حدود ۳۰ درصد) را حل نمایید. در این مرحله می توانید از تست های آسانتر که در پاسخنامه تشریحی مشخص شده است شروع کنید. مابقی تست ها را در نوبت های بعدی برای سنجش و مرور در طول سال استفاده کنید.
- ⑧ در پایان برای جمع بندی و سنجش خود می توانید با در نظر داشتن زمان پیشنهادی، آزمون جامع انتهایی فصل را پاسخ دهید. به روش زیر می توانید درصد آزمون خود را به دست بیاورید:

$$\text{درصد نمره خام} = \frac{\text{تعداد پاسخ های غلط} - (3 \times \text{تعداد پاسخ های صحیح})}{3 \times \text{تعداد کل تست ها}} \times 100$$

- ⑨ در فصل مرور و جمع بندی (۱ تا ۲ ماه مانده به کنکور) می توانید برای جمع بندی سریع مطالب فقط آزمون های جامع و اعتماد به نفس را که اغلب سؤال های کنکور هستند حل کنید

## پیامی نامه

در پایان از مدیریت محترم انتشارات مهر و ماه، جناب آقای احمد اختیاری که همواره در راه ارتقای این اثر با صبر و حوصله ای مثال زدنی مرایاری نمودند کمال تشکر و قدردانی را دارم و از خداوند متعال بهترین ها را برای ایشان آرزو مند و ممنونم از:

۱. دانش آموزان خوبم در مرکز پیش دانشگاهی مجتمع علامه طباطبائی به خاطر بارخوانی کتاب و ویرایش همه جوهره ی متن که به بهترین شکل ممکن انجام شده است. (واقعاً خسته نباشند!)
۲. پرسنل محترم و پرتلاش انتشارات مهر و ماه به خاطر همه ی لطفی که داشته و دارند.

مطالب این کتاب با هدف بسط و تشریح مباحث موجود در کتاب درسی تهیه و تدوین گردیده است. کوشش ما بر این بوده است که خواننده با مطالعه مثال های متنوع و شرح مطالب درسی و مورد نیاز، بتواند پرسش های علمی خود را تا حد ممکن مرتفع نماید. از کلیه صاحب نظران، استادان و خوانندگان کتاب حاضر صمیمانه درخواست می نمایم این مجموعه را از نقد و نظر خود محروم ننمایند. خواهشمند است نظرات ارزشمند خود را به شماره پیامک: ۳۰۰۷۲۱۲۰ اعلام فرمایید.

کاک سوندی