



محاسبات عددی

مرتضی رحمانی

دانشگاه علم و فرهنگ

و

پژوهشکده توسعه تکنولوژی

بهار ۱۳۹۰

رحمانی، مرتضی، ۱۳۳۷-

محاسبات عددی/ مرتضی رحمانی؛ [به سفارش] پژوهشکده توسعه تکنولوژی و دانشگاه علم و فرهنگ.

جهاد دانشگاهی، واحد صنعتی شریف، ۱۳۹۰.

۲۱۳: مصور (بخشی رنگی)، جدول، نمودار. شابک: ۷-۲۷-۶۴۴۵-۹۶۴-۹۷۸

ISBN: 978-964-6445-27-7

فهرست نویسی بر اساس اطلاعات فیپا

کتابنامه ص: ۲۱۳.

حساب عددی- راهنمای آموزشی (عالی). حساب عددی- مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی). جهاد

دانشگاهی. واحد صنعتی شریف. پژوهشکده توسعه تکنولوژی. جهاد دانشگاهی. واحد صنعتی شریف.

دانشگاه علم و فرهنگ.

۵۱۹/۴۰۷۶

۱۳۹۰ م ۳/۳/۲۹۷/۴

۲۳۸۶۵۷۵

کتابخانه ملی

محاسبات عددی

پژوهشکده توسعه تکنولوژی

دانشگاه علم و فرهنگ

مؤلف: مرتضی رحمانی

ناشر: جهاد دانشگاهی واحد صنعتی شریف

نوبت چاپ: اول

تاریخ چاپ: ۱۳۹۰

شمارگان: ۳۰۰ نسخه

قیمت: ۵۰۰۰۰ ریال

کلیه حقوق برای پژوهشکده توسعه تکنولوژی و دانشگاه علم و فرهنگ محفوظ است

شابک: ۷-۲۷-۶۴۴۵-۹۶۴-۹۷۸ ISBN: 978-964-6445-27-7

نشانی: تهران، شمال دانشگاه صنعتی شریف، خیابان شهید قاسمی، پلاک ۷۱، پژوهشکده توسعه تکنولوژی

تلفن: ۶۶۰۲۴۶۲۳

شواهد و قرائن حکایت از آن دارد که نخستین نوشتارها در زمینه حساب نوین توسط محمد بن موسی الخوارزمی نگاشته شده است؛ به طوری که امروزه مقالات و کتاب‌های وی توسط ریاضیدانان اروپایی به زبان انگلیسی ترجمه شده است و آوازه وی چنان است که نام الگوریتم را که برگرفته از الخوارزمی است بر روی روش‌های حل مسئله در محاسبات عددی نهادند و هر گاه نامی از الگوریتم و ... دیده می‌شود به معنی فن محاسبه ارقام و یا علامات دیگر مشتق از آن است.

با پیشرفت فناوری و بکارگیری رایانه‌ها در حل مسائل محاسباتی و نیز ارائه راه حل‌ها و روش‌های کار، محاسبات عددی شکل نوین خود را یافت به گونه‌ای که دیگر محدود به ریاضیات نبوده و در حوزه‌های دیگر مانند فیزیک، مهندسی، زیست‌شناسی، جامعه‌شناسی و ... کاربرد دارد.

جهاد دانشگاهی صنعتی شریف، با توجه به کارایی الگوریتم‌های مربوط به محاسبات عددی در حل مسائل موجود در علوم و مهندسی از سال ۱۳۶۱ تاکنون به ترجمه چندین آثار برتر در این زمینه پرداخته و نسخه‌های متعددی از کتب با عناوین مشابه به چاپ رسانیده و در اختیار عموم پژوهشگران قرار داده است. با توجه به سوابق مولف محترم، کتاب حاضر با رویکرد ارائه مطالب جدید در حل دستگاه معادلات خطی و تقریب توابع به کمک اسپلاین‌ها و ارائه اثبات بعضی از قضایای خاص در دست تالیف قرار گرفت که در این میان لازم است از آقای دکتر مرتضی رحمانی به دلیل تلاش مجدانه‌ای که به عمل آورده‌اند، تشکر و قدردانی شود.

امید است مجموعه مطالب کتاب حاضر بتواند نقش موثری را در جهت ارتقا دانش موجود ایفا نماید.

معاونت پژوهشی

پژوهشکده توسعه تکنولوژی

پیشگفتار مولف

محاسبات عددی یا آنالیز عددی مجموعه روش‌های تقریبی عمومی برای حل آن دسته از مسائل ریاضی است که به روش‌های تحلیلی حل دقیق آنها از پیچیدگی و دشواری بالایی برخوردار بوده و یا اساساً جواب تحلیلی برای آنها وجود ندارد. عمده مسائل مربوط به محاسبات عددی ناشی از مسائل مربوط به حوزه‌های مهندسی و ریاضیات کاربردی است. بخشی از روش‌ها به حل عددی روابط بدست آمده از بحث‌های نظری پرداخته و برخی با مباحث شبیه‌سازی و مدل‌سازی پدیده‌های فیزیکی، اجتماعی و اقتصادی و تحلیل‌های کمی تعاملات و فرایندهای دینامیکی ناشی از آنها مرتبط است.

در فصل اول کتاب، تعاریف مربوط به خطا و تحلیل آن مورد بررسی قرار گرفته است. در فصل دوم روش هورنر برای محاسبه مقدار چندجمله‌ای و یافتن کران ریشه‌های آن و همچنین روش تکرار برای محاسبه یک تابع ضمنی و معکوس یک عدد شرح داده شده است. در فصل سوم روش‌های عددی محاسبه یک تابع، روش اینتکن برای تسریع همگرایی یک دنباله و همچنین مباحث نظری مربوط به روند صعودی یا نزولی دنباله‌های مربوط به ریشه یابی آمده است. در فصل چهارم روش مستقیم و تکراری حل دستگاه معادلات خطی و همچنین حل دستگاه معادلات خطی به روش تعمیم یافته مورد بررسی قرار گرفته است. فصل پنجم شامل مباحث درونیابی، برازش منحنی و همچنین درونیابی تا اسپلاین می‌باشد. در فصل ششم روش‌های انتگرال‌گیری عددی و در فصل هفتم حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی با شرایط اولیه و شرایط مرزی بررسی شده است. ارائه مثال‌های ساده عددی در کلیه فصل‌ها برای درک و فهم بهتر کارایی روش‌ها مد نظر بوده است.

کتاب حاضر با رویکرد تامین منبع درسی برای رشته‌های مهندسی، تالیف شده و سعی شده است تا سرفصل‌های عمده این درس را پوشش داده و نیاز ابزاری و فهم نظری روش‌های متداول در محاسبات عددی را برای دانشجویان مهندسی برآورده سازد.

مرتضی رحمانی

پژوهشکده توسعه تکنولوژی

فهرست مطالب

فصل اول - خطاها	۵
۱ مقدمه	۷
۲ منابع اصلی خطا	۱۱
۳ نماد علمی و ارقام معنی دار	۱۳
۴ قواعد گرد کردن اعداد	۱۶
۵ خطای عملیات محاسباتی	۱۷
۶ قاعده عملی برای جمع اعداد تقریبی	۲۲
تمرینات فصل اول:	۲۵
فصل دوم - روش های محاسباتی	۲۷
۱ مقدمه	۲۹
۲ روش هورنر	۲۹
۳ تعمیم روش هورنر	۳۳
۴ محاسبه مقدار تابع ضمنی به روش تکرار	۳۶
۵ همگرایی روش هیرو	۳۸
۶ یافتن معکوس به روش تکرار	۴۰
۷ پایداری در آنالیز عددی	۴۳
تمرینات فصل دوم	۴۷
فصل سوم - ریشه یابی عددی توابع	۴۹
۱ مقدمه	۵۱
۲ ریشه های چند جمله ای	۵۵
۳ روش تنصیف (نصف کردن فاصله)	۵۸
۴ روش وترتري یا نابجایی	۶۰

۶۷	۵- روش نیوتن-رافسون
۷۲	۵-۱ همگرایی روش نیوتن
۷۳	۵-۲ ویژگیهای روش نیوتن
۷۸	۵-۳ روش ساده شده نیوتن
۸۰	۵-۴ روش نیوتن مرتبه سه
۸۱	۵-۵ روش نیوتن برای ریشه های نزدیک به هم
۸۲	۶ روش تکرار (نقطه ثابت)
۸۷	۶-۱ تسریع همگرایی روش نقطه ثابت (روش اینک)
۹۱	۶-۲ الگوریتم روش اینک
۹۲	۷ تعمیم روشهای ریشه یابی به حل دستگاه معادلات غیرخطی
۹۲	۷-۱ روش نیوتن رافسون برای حل دستگاه معادلات غیرخطی
۹۴	۷-۲ روش تکرار (یا نقطه ثابت) برای دستگاه غیرخطی
۹۶	تمرینات فصل سوم
۱۰۱	فصل چهارم - روش های حل دستگاه معادلات خطی
۱۰۳	۱ مقدمه
۱۰۳	۲ روش ماتریس معکوس
۱۰۴	۲-۱ وارون ماتریس
۱۰۵	۳ روش حذفی گاوس
۱۰۶	۳-۱ محورگیری جزئی
۱۰۷	۳-۲ محورگیری کلی
۱۰۷	۴ تجزیه به ماتریس های مثلثی (دولیتو)
۱۰۹	۵ حل دستگاه معادلات خطی به روش پورسل
۱۱۴	۶ روش تکراری گاوس
۱۱۷	۶-۱ روش گاوس-سایدل

۱۱۸.....	۷ دستگاههای متعارف
۱۲۱.....	تمرینات فصل چهارم
۱۲۳.....	فصل پنجم - درونیابی و تقریب توابع
۱۲۵.....	۱ مقدمه
۱۲۶.....	۲ اولین فرمول درونیابی نیوتن (متادیر متساوی الفاصله)
۱۳۰.....	۳ درونیابی به روش لاگرانژ
۱۳۲.....	۱-۳ تخمین خطای درونیابی
۱۳۴.....	۴ روش درونیابی تفاضلات منقسم
۱۳۹.....	۵ روش درونیابی معکوس
۱۴۰.....	۶ درونیابی اسپلاین
۱۴۸.....	۲-۶ اسپلاین کششی
۱۵۰.....	۳-۶ B_ اسپلاین ها
۱۵۴.....	۴-۶ مشتق و انتگرال B_ اسپلاین ها
۱۵۶.....	۷ تقریب توابع
۱۵۷.....	۱-۷ روش حداقل مربعات
۱۵۸.....	۲-۷ نمایش ماتریسی حداقل مربعات
۱۶۳.....	تمرینات فصل پنجم
۱۶۷.....	فصل ششم - انتگرال گیری عددی
۱۶۹.....	۱ مقدمه
۱۷۰.....	۲ روش نیوتن - کاتس
۱۷۲.....	۳ روش دوزنقه ای
۱۷۴.....	۱-۳ خطای روش دوزنقه
۱۷۶.....	۴ روش سیمپسون

۱۷۸	۴-۱ خطای روش سیمپسون
۱۸۰	۵ انتگرالگیری به روش گاوس
۱۸۱	۵-۱ الگوریتم روش گاوس
۱۸۵	تمرینات فصل هشتم
۱۸۷	فصل هفتم - حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی
۱۸۹	۱ مقدمه
۱۸۹	۲ روش خطی
۱۹۰	۳ روش بسط تیلور
۱۹۳	۴ روش اویلر مرتبه ۱۱
۱۹۶	۵ روش رونگه کوتا
۱۹۹	۶ حل معادلات دیفرانسیل عادی با شرایط مرزی (حقیقی)
۲۰۳	تمرینات فصل هفتم
۲۰۷	مراجع