

از سری کتاب‌های تست مربع کنکور نوبل

مجموعه تست‌های طبقه‌بندی شده‌ی موضوعی

## حساب دیفرانسیل و انتگرال



(دوره‌ی پیش‌دانشگاهی)

سؤالات تألیفی، کنکور سراسری، آزاد، داخل و خارج از کشور

ارایه‌ی درسنامه‌ی آموزشی در پاسفنامه

پاسفنامه‌ی کاملاً تشریحی

بر اساس کتاب درسی چاپ ۱۳۹۱

مدیر گروه ریاضی نوبل

مجید حدیدی

کادر هیأت علمی و ویراستاری نوبل:

مجید حدیدی - پریسا اسلامی - علیرضا برائی نژاد

|                      |                                                    |                         |                                                                                         |
|----------------------|----------------------------------------------------|-------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| سرشناسه:             | حدیدی، مجید، ۱۳۵۵                                  | عنوان و نام پدیدآورنده: | حساب دیفرانسیل و انتگرال (دوره‌ی پیش دانشگاهی) با پاسخنامه‌ی کاملاً تشریحی / مجید حدیدی |
| مشخصات نشر:          | تهران: ایران باستان، ۱۳۹۱                          | مشخصات نشر:             | تهران: ایران باستان، ۱۳۹۱                                                               |
| فروست:               | ...سری کتاب‌های تست مرجع کنکور نوبل                | فروست:                  | ...سری کتاب‌های تست مرجع کنکور نوبل                                                     |
| وضعیت فهرست‌نویسی:   | فیبا                                               | وضعیت فهرست‌نویسی:      | فیبا                                                                                    |
| یادداشت:             | بالای عنوان: مجموعه تست‌های طبقه‌بندی شده‌ی موضوعی | یادداشت:                | بالای عنوان: مجموعه تست‌های طبقه‌بندی شده‌ی موضوعی                                      |
| موضوع:               | حساب دیفرانسیل - آزمون‌ها و تمرین‌ها (متوسطه)      | موضوع:                  | حساب انتگرال - آزمون‌ها و تمرین‌ها (متوسطه)                                             |
| موضوع:               | حساب دیفرانسیل - راهنمای آموزشی (متوسطه)           | موضوع:                  | حساب انتگرال - راهنمای آموزشی (متوسطه)                                                  |
| رده بندی کنگره:      | LB ۲۳۵۳/ح۴ح۵ ۱۳۹۱                                  | رده بندی کنگره:         | LB ۲۳۵۳/ح۴ح۵ ۱۳۹۱                                                                       |
| شماره کتابشناسی ملی: | ۲۸۶۸۵۱۵                                            | شماره کتابشناسی ملی:    | ۲۸۶۸۵۱۵                                                                                 |
| موضوع:               | ۴۴۰ ص: ۲۲ × ۲۹ م.م.                                | موضوع:                  | ۴۴۰ ص: ۲۲ × ۲۹ م.م.                                                                     |
| شابک:                | 978-600-5710-50-2                                  | شابک:                   | 978-600-5710-50-2                                                                       |

ISBN: 978-600-5710-50-2



شابک: ۲-۵۰-۵۷۱۰-۶۰۰-۱۷۸

عنوان: حساب دیفرانسیل و انتگرال (دوره‌ی پیش دانشگاهی)

ناشر: انتشارات ایران باستان

مدیرمسئول: سعید قاسمی

مؤلف: مجید حدیدی

شمارگان: ۵۰۰ جلد

نوبت چاپ: اول - ۱۳۹۱

لیتوگرافی: فراندیش

حروفچینی: واحد حروفچینی نوبل

چاپ متن: دانش‌پژوه - گوهر اندیشه

چاپ جلد: چاپ عامری

صاقفی: فامن - امیر - گلستان

قیمت: ۱۶۰۰۰ تومان

آدرس: تهران - میدان انقلاب - ابتدای خیابان آزادی - نرسیده به جمالزاده شمالی - کوچه‌ی قائم مقام - پلاک ۳۷ - طبقه‌ی سوم

مرکز پخش: ۸-۶۶۹۰۳۱۶۵ تلفکس: ۶۶۴۳۵۶۴۱ صندوق پستی: ۱۳۱۴۵-۸۵۷

پایگاه اینترنتی: [www.iranbastanpub.com](http://www.iranbastanpub.com) & [www.nobelbooks.ir](http://www.nobelbooks.ir)

کلیه حقوق این کتاب برای انتشارات ایران باستان محفوظ است و هیچ شخص حقیقی یا حقوقی حق چاپ و نشر تمام یا بخشی از این اثر را به هر صورت اعم از فتوکپی، چاپ کتاب و جزوه و... ندارد و متخلفین به موجب بند ۵ ماده‌ی ۲ قانون حمایت از ناشرین، تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

## «پیشگفتار»

تقدیرم به همه.....

«عقل به کندی عمل می‌کند، علتش این است که دانش ذهنی که به سهولت کسب می‌شود، باید به دانش حسی یا ناخودآگاه تبدیل شود. به محض آنکه تبدیل شود، برای همیشه حکم می‌شود. تمرین‌های رفتاری کانالیزور ضروری جهت انجام این عمل است. مفهوم دانش بدون عمل، رنگ می‌بازد و محو می‌شود. دانش نظری بدون تمرین عملی کافی نیست. امروزه تعادل و هماهنگی نادیده گرفته می‌شود، هر چند که اساس عقل است. انسانها همه کار را به افراط می‌کنند. به افراط یا تفریط تفریح می‌کنند. زیاده حرف می‌زنند بی‌آنکه معنی داشته باشد. زیاده نگران می‌شوند. افکار افراطی فراوان است. یاهیج یا همه چیز، این روش طبیعت نیست. در طبیعت اعتدال وجود دارد. نوع بشر، اعتدال را نفهمیده، چه رسد به این که به آن عمل کند. راهبر انسانها طمع و جاه‌طلبی است و ترس هدايشان میکند. به این ترتیب سرانجام خود را نابود خواهند کرد. اما طبیعت به حیاتش ادامه خواهد داد، حداقل گیاهان باقی خواهند ماند.

شادی حقیقتاً ریشه در سادگی دارد، گرایش به زیاده روی در فکر و عمل، شادی را از میان می‌برد. افراط بر ارزشهای اصولی سایه می‌افکند. خوشبختی در سرشار کردن قلبها از عشق، ایمان و امید است. در نیکوکاری و مهربانی است. در واقع حق هم این است، چنین طرز برخوردی با دیگران، معمولاً اعتدال و هماهنگی به دنبال دارد. این یک وضعیت جمعی «بودن» است. در چنین روزهایی، آنها در وضعیت متحول شده‌ی آگاهی هستند. گویی انسان تا زمانی که روی زمین است در وضعیت طبیعی خود قرار ندارد. باید به وضعیت دگرگونی و تحول برسد تا خود را از عشق و نیکوکاری و سادگی سرشار کند، تا پاکدامنی را احساس کند، تا خود را از شر ترس‌های دیرینه رها کند.

همه‌ی ما در نهایت به یک جا خواهیم رفت، هر چند با سرعت‌های مختلف، هیچ کس بزرگتر از دیگری نیست. درس‌ها را مد نظر داشته باشید. از نظر ذهنی پاسخ‌ها همیشه در دسترس بوده‌اند، اما باید در عمل به آنها تحقق بخشید. باید با حسن کردن و عمل به مفهوم، آنها را برای همیشه در ناخودآگاه‌مان حک کنیم. کلید طلایی همین است.

حفظ کردن مفاهیم معنوی بدون عمل کردن به آن ارزشی ندارد. خواندن و حرف زدن درباره‌ی عشق و نیکوکاری و ایمان آسان است. اما انجام آن، احساس آن، نیازمند وضعیت متحول شده‌ی آگاهی است. وضعیت‌های مشابه گذرایی که به وسیله‌ی تحرکات و القانات یا هیجانات غیر مترقبه دست دهد، بی‌فایده است. وضعیت ماندگاری که با دانش و درک می‌توان به آن دست یافت ارزشمند است. این وضعیت با رفتارهای مادی ابقا می‌شود، با عمل کردن و نیاز داشتن، با تمرین کردن. باید مفهومی تقریباً عرفانی را با تمرین مداوم به عمل آشنای هر روزه مبدل کنیم، به یک عادت مبدل کنیم.

بفهم که هیچ کس از دیگری بزرگتر نیست. آن را احساس کن، کمک کردن به دیگران را تمرین کن. ما همه در یک قایق پارو می‌زنیم. اگر همه باهم پاروها را نکشیم، به طرز وحشتناکی تنها خواهیم شد.

«خرده بر حرف درشت من آزرده مگیر / حرف آزرده درشتانه بود خرده مگیر»

«وحشی بافقی»

قدردانی عمیق را نثار همه‌ی آن کسانی می‌کنم که نوشتن این کتاب را امکان پذیر کردند.

سپاس و عشق نثار همسر و فرزندم که به خاطر آن همه وقتی که برای نوشتن این کتاب از ایشان ربوادم، بر من بخشیدند.

## بسم الله الرحمن الرحيم

... و اما مقدمه‌ی کتاب!

این قسمت کتاب سخت‌ترین بخش کتاب است که معمولاً آخرین بخش تألیف هر کتاب را به خودش اختصاص می‌دهد. خیلی فکر کردم که چگونه برایتان بنویسم اما به قول همسر هر چه از دل برآید لاجرم بر دل نشیند...

«و أشرقَت الارضُ بنورِ ربِّها» و زمین، آن روز به نور پروردگارش روشن می‌شود. (آیه ۶۹ سوره زمر)  
تقدیم به حضرت صاحب‌الزمان (عج) ...

ز در درأ و شبستان ما منور کن  
هوای مجلس روحانیان معطر کن  
دل نشین شد سخنم تا تو نگاهش کردی  
آری! آری! سخن عشق نشانی دارد (حافظ)

عزیزان کتاب حاضر از کتاب‌هایی است که شاید به جرأت در بیش از چهل جلد کتاب تألیفی‌ام، هیچ کدام حساسیت، دقت، تجربه و ... این کتاب را پشت سر نداشت چون پس از اعلام وزارت آموزش و پرورش مبنی بر تغییر کتاب حساب دیفرانسیل و انتگرال در تابستان ۱۳۹۰ و براساس تغییراتی که در کتاب‌های ریاضی ۱ و ریاضی ۲ و بویژه در کتاب حسابان که از سال ۱۳۸۷ شروع شده بود منتظر کتاب درسی جدید بودم که کتاب قدیم با اندک تغییری در بحث حد، به عنوان کتاب درسی حساب دیفرانسیل و انتگرال از سمت آموزش و پرورش معرفی شد که به یاد دارم در برنامه‌های تلویزیونی چندین بار به عنوان کارشناس ریاضی و به عنوان مدیر هیأت علمی برنامه‌ی فرصت برابر، راجع به جزئیات تغییرات کتاب درسی توضیحات لازم را در اختیار بچه‌های کنکوری آن سال گذاشتم و ...

ولی سرانجام در سال ۱۳۹۱ کتاب درسی جدید به دستم رسید و بلافاصله کتاب‌های مرجع داخلی و خارجی را طبقه‌بندی کردم و به بررسی تغییرات پرداختم. این تغییرات به این شکل در کتاب اعمال شده است:

ابتدا در فصل اول (که در کتاب درسی فصل «مفهوم» نامیده شده است) یعنی در دستگاه اعداد تغییراتی به چشم می‌خورد که راجع به این تغییرات در کتاب چند منظوره‌ی نوبل که به صورت تدریس کامل موارد کتاب درسی است مفصل بحث کرده‌ام اما در این کتاب به دید نیازهای کنکور پرداخته‌ام و مقدماتی از بحث‌های پایه‌ایی را نیز تبدیل به تست کردم.

در فصل دوم به «دنباله‌ها» پرداخته شده که در مقایسه با کتاب قبل تغییری در محتوای آن به وجود نیامده است. اما مثال‌های کتاب درسی جدید زیباتر است که نتیجه‌ی آن، دقت به تمرین‌ها، مثال‌ها و فعالیت‌های کتاب درسی و طراحی تست‌های جدید بود. بد نیست بدانید که کتاب قبلی فصل «سری‌ها» را داشت که در ظاهر حذف شده است اما در واقع به ابتدای فصل انتگرال انتقال پیدا کرده است. در فصل سوم راجع به اصل تغییرات کتاب حسابان یعنی «حد» پرداخته شده است و حد با بیان کامل تخصصی و زیبا مورد بحث قرار گرفته است و اصل تغییرات در یک جمله این است که حد را در دامنه‌ی تعریف تابع بحث کرده است. پس قلم بنده‌ام به سراغ همین موارد رفت و سعی بر آن داشت که این تغییرات را در بطن تست‌ها نشان دهد.

اما در فصل سوم بحث پیوستگی از آن بحث‌هایی بود که جلسات زیادی را با هیأت علمی و اساتید دانشگاهی و مؤلفین کتاب‌های مختلف در بر داشت چون با دید جدیدی که کتاب درسی به مبحث «حد و پیوستگی» دارد باید خیلی دقت می‌شد که کاملاً این بحث برای داوطلبان عزیز جا بیفتد. متأسفانه کتاب‌هایی که به عنوان کتاب‌های کمک درسی جدید به دستم می‌رسید این بحث را با توجه به قرارداد کتاب قبلی آورده بودند که طبیعتاً با قرارداد جدید همخوانی نداشت لذا پاسخ به این گونه از تست‌ها در آن کتاب‌ها اشتباه بود پس با دقتی مضاعف این بحث نیز به رشته‌ی تحریر درآمد.

جز قلب تیره هیچ نشد حاصل و هنوز باطل در این خیال که اکسیر می‌کند (حافظ)

در انتهای فصل سوم به بحث «مجانِب» برمی‌خوریم که تغییر محسوسی نداشت اما باید اقرار کنم که سوالات فصل سوم کتاب حساب دیفرانسیل و انتگرال جدید بسیار زیبا و مفهومی طراحی شده که جای تقدیر و تشکر از نویسندگان کتاب درسی را دارد...

قرار شد که کتابمان را به عنوان حساب دیفرانسیل و انتگرال جلد اول تا همین جا تقدیمتان کنیم اما بعد از جلساتی که در هیأت علمی نوبل و با شخص آقای قاسمی مدیر مسئول انتشارات ایران باستان (نوبل) برگزار شد، به این نتیجه رسیدیم که جلد دوم کتاب را نیز به این کتاب اضافه کنیم که سودهای زیادی را برای شما داوطلبان عزیز دارد که جای بحثش نیست...

پس به سراغ متن کتاب درسی جدید رفتیم و به قول همکاران مؤلفم کتاب را شخم زدیم که فصل چهارم یعنی «مشتق و کاربرد» آن را نیز آن چنان که کتاب درسی خواسته است در اختیارتان قرار دهیم. این فصل را ما در دو فصل مجزا آورده‌ایم و چون از حجیم شدن کتاب واهمه داشتیم پس سعی بر «کم‌گوی گزیده گوی چون دُر» شد.

در آخرین فصل کتاب که فصل «انتگرال» است ترجیح دادم که در ابتدا نحوه‌ی استفاده از نماد انتگرال و روابط انتگرال را تمرین کنید و بعد مفاهیم بنیادی و رابطه‌ی بین مساحت و انتگرال آورده شود در حالی که کتاب درسی این فصل را با «مفاهیم اولیه» و «مسأله‌ی مساحت» آغاز کرده است و در انتهای کتاب برخی از روابط انتگرال آورده شده است. البته در کتاب چند منظوره‌ی نوبل در ابتدای فصل با «نماد سیگما» وارد شدم تا این مفهوم

کاملاً مورد بررسی قرار گیرد. بعد کمی از بحث «سری‌ها» صحبت کردم و در پایان به انتگرال پرداختم و سعی بر این موضوع شده است که داوطلب کنکوری ما بتواند از پس این بحث به طور کامل برآید.

خُب کتابی که نوشته شد با بیش از ۷۰۰ صفحه به پایان رسید اما آیا این کتاب همه‌اش نیاز شما عزیزان بود؟! یادم آمد در کلاس‌های درسی مختلف که در مدارس دارم و در جلساتی که به عنوان کارشناس این درس شرکت می‌کنم تأکید شدید بر این دارم که حتماً دانش‌آموز باید متن کتاب درسی و محتوای آن را خوب بخواند و عادت به جزوه نویسی و استفاده‌ی مطلق از کتاب‌های کمک درسی را نداشته باشد. پس با تیم هیأت علمی بر آن شدیم که رابطه‌ای بسیار مستحکم بین کتاب نوشته شده و کتاب درسی رقم زنیم که نتیجه‌ی بیش از ۵۰ جلسه‌ای که برگزار کردیم، کتابی شد که در حال حاضر در اختیار شما دوستان قرار گرفته است که مصداق «کم گوی و گزیده گوی چون دُر» را پیاده و آنقدر رابطه‌ی صمیمی کتاب درسی و این کتاب کمک درسی را پررنگ کردیم که خواندن این دو در کنار هم، هم مشکل حجم و ساعت مطالعه‌ی مختص به این درس را برطرف کند و هم به تمام نیازهای شما عزیزان در این درس پاسخگو باشد.

«اللّٰهُ وَلِي الَّذِينَ آمَنُوا يُخْرِجُهُم مِّنَ الظُّلُمَاتِ إِلَى النُّورِ ...»

پروردگار ولی مؤمنان است، آنان را از تاریکی به نور رهنمون می‌شود. (آیه ۲۵۷ سوره بقره)

سپاس سپاس سپاس ...

در رأس همه امور از حضرت باری تعالی که بار دیگر اجازه و همت این امر را بر من سهل کرد، پس سپاس یا ارحم الراحمین.

«قُلْ هَلْ تَرَبَّصُونَ بِنَا إِذْ أَحَدُنَا يَحْكُمُ فِي شَأْنِنَا»

بگو آیا، یکی از دو سرنوشت نیک (شهادت یا پیروزی) برای ما، انتظار چیز دیگری دارید؟! (آیه ۵۲ سوره توبه)

سپاس از تمامی عزیزانی که مرا در این برگ سبز یاری کردند.

سپاس از تک تک اساتید دانشگاهی که با رهنمون‌های فوق‌العاده‌شان مرا در کنکاش بهتر مطالب یاری نمودند.

سپاس از همکاران مؤلفم:

۱) سرکارخانم پریسا اسلامی که واقعاً شبانه‌روزی برای این کتاب زحمت کشیدند.

۲) جناب آقای علیرضا برائی نژاد که واقعاً لذت می‌بردم که وارد بحث علمی با ایشان می‌شدم تا مطالب را هم از دید دانش‌آموز و هم از دید معلم

چنان بنگریم که زیاده‌گویی نکرده باشیم.

۳) جناب آقای رضا اسلامی که در خیلی از جاهای تألیف این کتاب کمک‌های باری و جاری بود.

سپاس از دوستان مؤلف و معلمان اساتید کنکوری که با نگاهی منتقدانه به کمک‌ها شتافتند.

سپاس از تیم ویراستاری علمی که در رأس آن گروه هیأت علمی نوبل قرار دارد.

سپاس از دانش‌آموزان قدیم که هم‌اکنون در بهترین دانشگاه‌های تهران دانشجو شدند و مرا در امر ویراستاری کمک شایانی کردند که در رأس این

گروه سرکارخانم زهرا صفاری قرار داشت.

سپاس از آقای محمدحسین امینی که لطافت و دقت نظرشان در امر طبقه‌بندی و تفکیک سؤالات کنکورهای داخل و خارج از کشور، بسیار یاری

رسان من بود.

سپاس از پدر و مادر که در امر معلم شدنم و مؤلف شدنم کمک شایانی داشتند. دست‌بوشان هشتم تا اینده...

سپاس از همسر که واقعاً جای خالیم را در خانه برای پسرانم محمد حسین و محمد صدرا پر می‌کرد. و در جای جای کتاب با نگاهی دقیق و ظریف

جهت علمی خوبی به کتاب می‌دادند.

سپاس از برادر امیر حدیدی که کمک‌های او نیز مرا به امر نوشتن تشویق می‌کرد.

سپاس از جناب آقای سعید قاسمی مدیر مسئول انتشارات ایران باستان (ناشر کتاب‌های نوبل) که شبانه‌روزی کمکش را حس می‌کردم و

راهنمایی‌های حرفه‌ای‌شان کمک بسیار زیادی به جمع ما می‌کرد.

سپاس از واحد حروفچینی نوبل سرکار خانم فریبا مرادزاده و سرکار خانم نسرين عليخانی و همچنین تیم تایپ سرکار خانم فریده مرادزاده که واقعاً

گل کاشتند. سپاس از همه عزیزانی که زحمات زیادی به دوش داشتند و دارند تا این کتاب به‌دست شما عزیزان برسد.

سپاس از تمامی اساتید و داوطلبان و دانش‌آموزان عزیزی که اشتباهات کتاب و نظرات و انتقادات خود را راجع به کتاب حاضر در اختیارم قرار

می‌دهند تا در چاپ‌های بعدی بهتر ظاهر شویم. و سپاس از شمایی که به این کتاب اعتماد کردید و آن را به عنوان مرجع کمک درسی‌تان انتخاب

کردید.

خدایا چنان کن سرانجام کار تو خشنود باشی و ما رستگار...

مدیر گروه ریاضیات نوبل - مجید حدیدی

تابستان ۱۳۹۱

## فهرست مطالب

### فصل اول:

#### ❖ دستگاه اعداد (یادآوری مفاهیم پایه)

|                          |    |
|--------------------------|----|
| سؤالات تألیفی            | ۱  |
| سؤالات کنکور             | ۱۶ |
| پاسخنامه‌ی سؤالات تألیفی | ۲۲ |
| پاسخنامه‌ی سؤالات کنکور  | ۳۹ |

### فصل پنجم:

#### ❖ مجانب

|                          |     |
|--------------------------|-----|
| سؤالات تألیفی            | ۱۸۴ |
| سؤالات کنکور             | ۱۹۳ |
| پاسخنامه‌ی سؤالات تألیفی | ۱۹۹ |
| پاسخنامه‌ی سؤالات کنکور  | ۲۱۳ |

### فصل دوم:

#### ❖ دنباله

|                          |    |
|--------------------------|----|
| سؤالات تألیفی            | ۴۶ |
| سؤالات کنکور             | ۶۲ |
| پاسخنامه‌ی سؤالات تألیفی | ۶۷ |
| پاسخنامه‌ی سؤالات کنکور  | ۸۷ |

### فصل ششم:

#### ❖ مشتق

|                          |     |
|--------------------------|-----|
| سؤالات تألیفی            | ۲۲۱ |
| سؤالات کنکور             | ۲۴۱ |
| پاسخنامه‌ی سؤالات تألیفی | ۲۴۹ |
| پاسخنامه‌ی سؤالات کنکور  | ۲۸۳ |

### فصل سوم:

#### ❖ حد

|                          |     |
|--------------------------|-----|
| سؤالات تألیفی            | ۹۳  |
| سؤالات کنکور             | ۱۰۹ |
| پاسخنامه‌ی سؤالات تألیفی | ۱۱۸ |
| پاسخنامه‌ی سؤالات کنکور  | ۱۳۷ |

### فصل هفتم:

#### ❖ کاربرد مشتق

|                          |     |
|--------------------------|-----|
| سؤالات تألیفی            | ۲۹۴ |
| سؤالات کنکور             | ۳۱۴ |
| پاسخنامه‌ی سؤالات تألیفی | ۳۲۶ |
| پاسخنامه‌ی سؤالات کنکور  | ۳۵۶ |

### فصل چهارم:

#### ❖ پیوستگی

|                          |     |
|--------------------------|-----|
| سؤالات تألیفی            | ۱۴۴ |
| سؤالات کنکور             | ۱۵۴ |
| پاسخنامه‌ی سؤالات تألیفی | ۱۶۱ |
| پاسخنامه‌ی سؤالات کنکور  | ۱۷۷ |

### فصل هشتم:

#### ❖ انتگرال

|                          |     |
|--------------------------|-----|
| سؤالات تألیفی            | ۳۷۰ |
| سؤالات کنکور             | ۳۸۶ |
| پاسخنامه‌ی سؤالات تألیفی | ۳۹۵ |
| پاسخنامه‌ی سؤالات کنکور  | ۴۱۹ |