

« به نام خدا »

حساب دیفرانسیل و انتگرال توماس [جلد ۲]

ترجمه

حسین صالحی

رضا هاشم پور

انتشارات گنج نفیس

سرشناسه : ویر، موریس دی. ۱۹۳۹-م. Weir, Maurice D.

عنوان و نام پدیدآور : حساب دیفرانسیل و انتگرال توماس / [تالیف موریس دی. ویر، جوئل هاس، جورج ب. توماس] : ترجمه حسین صالحی. رضا هاشم‌پور.

مشخصات نشر : تهران: گنج نفیس، ۱۳۹۰.

مشخصات ظاهری : ۴۰۰ص.؛ مصور، جدول، نمودار.

شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۹۲۲۰۹-۴-۶

وضعیت فهرست نویسی : فیا

یادداشت : کتاب حاضر ترجمه جلد دوم از کتاب "Thomas' calculus, 12th ed, ۲۰۰۹" است.

یادداشت : کتاب حاضر در سالهای متفاوت توسط ناشرین و مترجمین متفاوت منتشر شده است.

یادداشت : کتاب حاضر بر اساس کتاب «حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی» اثر جورج ب. توماس است که در ویراستهای قبلی اثر اصلی توماس سرشناسه بوده است.

موضوع : حسابان

موضوع : حساب دیفرانسیل

موضوع : حساب انتگرال

شناسه افزوده : هاس، جوئل

شناسه افزوده : Hass, Joel

شناسه افزوده : توماس، جورج بریتتن، ۱۹۱۴-۲۰۰۶ م.

شناسه افزوده : Brinton Thomas, George B. (George)

شناسه افزوده : صالحی، حسین، ۱۳۵۶- مترجم

شناسه افزوده : هاشم‌پور، رضا، ۱۳۵۶- مترجم

شناسه افزوده : توماس، جورج بریتتن، ۱۹۱۴-۲۰۰۶ م. حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی

رده بندی کنگره : ب ۱۳۹۰ ص ۵۹-۹/۳ QA۳۰۳

رده بندی دیویی : ۵۱۵/۱۵

شماره کتابشناسی ملی : ۲۴۶۹۹۸۴



حساب دیفرانسیل و انتگرال توماس [جلد دوم]

انتشارات گنج نفیس

مترجمان : حسین صالحی - رضا هاشم‌پور

ناشر : گنج نفیس

نوبت چاپ : اول ۱۳۹۰

چاپ و صحافی : فراز اندیش سبز

اجرا و نظارت : رضا سربابی میانجی

تیراژ : ۱۰۰۰ نسخه

قیمت : ۹۰۰۰۰ ریال

شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۹۲۲۰۹-۴-۶

کلیه حقوق و حق چاپ متن، کپی برداری طرح روی جلد و عنوان و مجموعه کتاب با توجه به قانون حمایت حقوق مولفان و مصنفان و هنرمندان

برای انتشارات گنج نفیس محفوظ است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند

مراکز پخش: انتشارات گنج نفیس ۲ - ۰۹۱۹۷۱۱۵۰۷۱ و ۴۴۸۳۷۷۷۴

فروش الکترونیکی: وب سایت www.ganjenafis.ir

فهرست

- ۱۹۴..... پرسش های مروری
- ۱۹۵..... تمرین های عملی
- ۲۰۱..... تمرین های اضافی و پیشرفته
- ۲۰۵..... ۱۵- انتگرال های چندگانه
- ۲۰۵-۱-۱۵ انتگرال های دوگانه و مکرر روی نواحی مستطیلی
- ۲۱۰-۱۵-۲ انتگرال های معین روی نواحی دلخواه
- ۲۲۱-۱۵-۳ محاسبه مساحت از طریق انتگرال گیری دوگانه
- ۲۲۴-۱۵-۴ انتگرال های دوگانه در صورت قطبی
- ۲۳۱-۱۵-۵ انتگرال های سه گانه در مختصات قائم
- ۲۴۰-۱۵-۶ گشتاور و مرکز جرم
- ۱۵-۷- انتگرال های سه گانه
- ۲۴۸..... در مختصات استوانه ای و کروی
- ۲۶۱-۱۵-۸- جانشانی در انتگرال های چندگانه
- ۲۷۱..... پرسش های مروری
- ۲۷۲..... تمرین های عملی
- ۲۷۵..... تمرین های اضافی و پیشرفته
- ۲۷۹-۱۶-۱ انتگرال گیری در میدان های برداری
- ۲۷۹-۱۶-۱-۱ انتگرال خطی
- ۱۶-۲- میدان های برداری و انتگرال های خطی: کار، گردش و شار
- ۲۸۶..... ۱۶-۳- استقلال از مسیر، میدان های پایستار و توابع پتانسیل
- ۳۰۰..... ۱۶-۴- قضیه گرین در صفحه
- ۳۲۲-۱۶-۵- رویه و مساحت
- ۳۳۴-۱۶-۶- انتگرال های رویه ای
- ۳۴۳-۱۶-۷- قضیه استوکس
- ۳۵۳-۱۶-۸- قضیه دیورژانس و نظریه یکسان سازی
- ۳۶۴..... پرسش های مروری
- ۳۶۵..... تمرین های عملی
- ۳۶۹..... تمرین های اضافی و پیشرفته
- ۳۷۳..... پاسخ تمرین های فرد
- ۱-۱۱- بردارها و هندسه فضایی..... ۹
- ۱-۱-۱- دستگاه های مختصات سه بعدی..... ۹
- ۱-۲- بردارها..... ۱۴
- ۱-۳- ضرب عددی..... ۲۴
- ۱-۴- ضرب برداری..... ۳۲
- ۱-۵- خط و صفحه در فضا..... ۳۹
- ۱-۶- استوانه ها و رویه های درجه دوم..... ۴۸
- ۱-۷- پرسش های مروری..... ۵۴
- تمرین های عملی..... ۵۵
- تمرین های اضافی و پیشرفته..... ۵۸
- ۱۱-۱- توابع برداری و حرکت در فضا..... ۶۳
- ۱۱-۱-۱- خم های واقع در فضا و مماس های آنها..... ۶۳
- ۱۱-۲- انتگرال توابع برداری: حرکت پرتابه..... ۷۲
- ۱۱-۳- طول قوس در فضا..... ۸۱
- ۱۱-۴- خمیدگی و بردارهای قائم یک خم..... ۸۶
- ۱۱-۵- مؤلفه های مماسی و قائم شتاب..... ۹۲
- ۱۱-۶- سرعت و شتاب در مختصات قطبی..... ۹۷
- ۱۱-۷- پرسش های مروری..... ۱۰۱
- تمرین های عملی..... ۱۰۱
- تمرین های اضافی و پیشرفته..... ۱۰۴
- ۱۱-۸- مشتقات جزئی..... ۱۰۷
- ۱۱-۱-۱- توابع چند متغیره..... ۱۰۷
- ۱۱-۲- حد و پیوستگی در ابعاد بالاتر..... ۱۱۷
- ۱۱-۳- مشتقات جزئی..... ۱۲۶
- ۱۱-۴- قاعده زنجیری..... ۱۳۷
- ۱۱-۵- مشتقات جهتی و بردارهای گرادیان..... ۱۴۶
- ۱۱-۶- صفحات مماس و مشتقات..... ۱۵۳
- ۱۱-۷- مقادیر اکسترم و نقاط زینی..... ۱۶۵
- ۱۱-۸- ضرایب لاگرانژ..... ۱۷۵
- ۱۱-۹- فرمول تیلر در مورد توابع دو متغیره..... ۱۸۶
- ۱۱-۱۰- مشتقات جزئی با متغیرهای مقید..... ۱۹۰

ما از نوشتن این کتاب فراهم کردن زمینه های تحقق هر دو امر است.

تغییرات ویرایش دوازدهم

محتوا: در تهیه این ویرایش ساختار اصلی محتوای ویرایش یازدهم را حفظ کرده ایم. با این حال به درخواست خوانندگان و کاربران کتاب، معرفی معادلات پارامتری را تا ارائه مختصات قطبی به تعویق انداخته ایم و قاعده هوییتال به بعد از توابع متعالی منتقل شده است. در اکثر فصل ها بازیابی های متعددی انجام داده ایم که جزئیات آنها به شرح زیر است.

توابع: تمرکز بیشتر این فصل بر مرور مفاهیم تابع است. موضوعات پیش نیاز این فصل از جمله اعداد حقیقی، بازه ها، نمودها، خطوط راست، فاصله ها، دایره ها و سهمی ها در پیوست های ۱-۳ ارائه شده اند.

حد: برای بهبود این فصل، مفاهیم حدود وضعیت در بینهایت و مسائل مربوط به آنها را با مجانب های نمودارهای توابع ترکیب کرده و هر دوی آنها را در آخرین بخش فصل قرار داده ایم.

مشتق: در حالیکه آهنگ تغییر مماس بر خم را به عنوان مقدمه مطالعه مفهوم حد بکار می بریم، مفهوم مشتق را به فصلی جداگانه منتقل می کنیم. تعداد مثال های مربوط به آهنگ تغییرات را بیشتر کرده و مثال ها و تمرین های جدیدی در رابطه با رسم توابع گنگ اضافه کرده ایم.

پادمشتق و انتگرال گیری: سازماندهی ویرایش یازدهم در قرار دادن پادمشتقات به عنوان موضوع پایانی فصل مربوط به کاربردهای مشتق را حفظ کرده ایم. تمرکز ما بر «یافتن تابع از روی مشتق. آن» به عنوان جواب ساده ترین نوع معادله دیفرانسیل مرتبه اول است. انتگرال ها، به عنوان «حدود مجموع های ریمان»، که در اصل از مسئله یافتن مساحت نواحی کلی با مرزهای خمیده سرچشمه گرفته اند، موضوع جدیدی است که در فصل ۵ به آن پرداخته شده است. بعد از توسعه مفهوم انتگرال توجه خود را به محاسبه آن و ارتباط آن با پاد مشتقات، که موضوع قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال است،

این ویرایش حساب دیفرانسیل و انتگرال توماس را مورد بررسی اساسی قرار داده ایم تا نیازهای در حال تغییر اساتید و دانشجویان را برآورده سازیم. حاصل کار، کتابیست با مثال های بیشتر، تمرین های متوسط بیشتر، شکل های بیشتر، سیر همومی بهتر و وضوح و دقت مضاعف. این ویرایش جدید، مانند ویرایش های قبلی، مقدمه ای نوین بر حساب دیفرانسیل و انتگرال است که مبتنی بر درک مفهومی بوده اما بر اصول کتاب های سنتی پیشین را حفظ کرده است. این ویرایش در جهت بهبود کیفیت کتاب بیشتر به نسخه توسعه یافته این کتاب تحت عنوان *Mymathlab* مربوط می شوند یک منبع اضافی برای دانشجویان و انعطاف پذیر اساتیدی است که سبب می شود.

بسیاری از دانشجویان در طول دوره دبیرستان با اطلاعات و جنبه های محاسباتی حساب دیفرانسیل و انتگرال آشنا می شوند. علی رغم این آشنایی، مهارت های جبری هندسی دانشجویان اغلب مانع از موفقیت آنها در دروس حساب دیفرانسیل و انتگرال دانشگاهی می شود. با این کتاب دنبال آن بوده ایم که بین تجربه قبلی دانشجویان در زمینه حساب دیفرانسیل و انتگرال و افزایش مهارت جبری بیشتری نیاز دارند تعادل برقرار کنیم بدون اینکه اعتماد به نفس آنها را کم کنیم یا کاهش یابد. همینطور سعی کرده ایم مرور مطالب اندازه کافی و حل مثال ها به صورت گام به گام صورت دهد تا دانشجویان همه سطوح علمی به درک کاملی دست

از دانشجویان می خواهیم تا به حفظ فرمول ها اکتفا نکرده و محض معرفی مفاهیم سعی کنند آنها را تعمیم دهند. امید است که دانشجویان بعد از گذراندن دوره کامل حساب دیفرانسیل و انتگرال در حل مسئله اعتماد به نفس کافی پیدا کنند و قدرت استدلال بیشتری داشته باشند. تبحر در موضوعی با کاربردهای عملی در جهان فی نفسه ارزشمند است اما این واقعی توانایی در تفکر و تعمیم آن موضوع است. قصد

معطوف کرده ایم. در کاربردهای بعدی انتگرال، مفاهیم هندسی مختلف از جمله مساحت، حجم، طول مسیر و مرکزوار همگی به عنوان حدود مجموع های ریمان، که انتگرال های معین بدست می دهند، تعریف شده اند. این انتگرال های معین را می توان با یافتن پاد مشتق انتگرالده محاسبه کرد. سپس، بعد از تعریف و اثبات توابع متعالی و ویژگی های آنها، به موضوع حل معادلات دیفرانسیل مرتبه اول پیچیده تر برگشته ایم.

معادلات دیفرانسیل: بعضی از دانشگاه ها ترجیح می دهند این موضوع را در دوره ای جدا از حساب دیفرانسیل و انتگرال آموزش دهند. با اینکه حل معادلات دیفرانسیل جدا شدنی را در فصل توابع متعالی هنگام بحث در مورد کاربردهای رشد و افت نمایی ارائه کرده ایم، اما کل موضوع را در دو فصل ارائه کرده ایم (که ممکن است در دوره حساب دیفرانسیل و انتگرال حذف شوند). در فصل ۹ بحثی مقدماتی در مورد معادلات دیفرانسیل مرتبه اول ارائه کرده ایم و بخش جدیدی تحت عنوان سیستم ها و صفحات فاز گنجانده ایم و کاربردهای این نوع معادلات در مدل های مسابقه - شکارچی و شکارگر - شکار را نشان داده ایم. در فصل ۱۷ مقدمه ای بر معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم ارائه کرده ایم اما این فصل را در *Mymathlab* و نیز در وب سایت حساب دیفرانسیل و انتگرال توماس به آدرس

www.pearsonhighered.com/thomas

قرار داده ایم.

سری ها: در مورد سری ها و دنباله ها هم ساختار سازمانی و محتوای ویرایش یازدهم را حفظ کرده ایم. چندین شکل و تمرین جدید به بخش های مختلف اضافه کرده ایم و برخی از برهانهای مربوط به همگرایی سری های توانی را مورد بازبینی قرار داده ایم تا دسترسی به موضوع برای دانش آموزان بهتر شود. درخواست یکی از کاربران با این عنوان که «هر کاری که بتوانید برای آسان نمودن این مطالب برای دانشجویان انجام دهید مورد استقبال دانشکده ما قرار خواهد گرفت» ما را بر آن داشت تا به فکر بازبینی این فصل بیفتم.

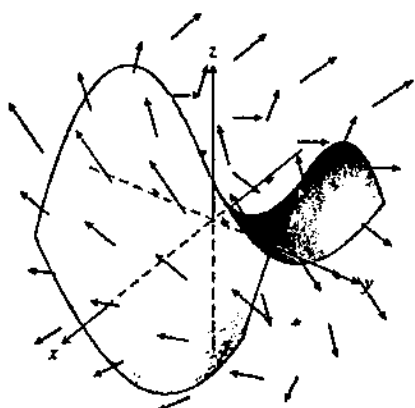
معادلات پارامتری. برخی از کاربران درخواست کردند که این

موضوع به فصل ۱۱ منتقل شود و در آنجا همراه مختصات قطبی و مقاطع مخروطی تدریس شود. ما هم این کار را انجام داده ایم و تصور ما این است که بسیاری از دانشکده ها بخواهند این موضوعات را در آغاز حساب دیفرانسیل و انتگرال (۳) و برای آمادگی ارائه مفاهیم بردارها و حساب دیفرانسیل و انتگرال چند متغیره تدریس کنند.

توابع برداری: موضوعات این فصل را طوری سازماندهی کرده ایم که بر نظریات مفهومی تأکید کنیم تا مبنایی برای موضوعات بعدی از جمله مشتقات جزئی، بردار گرادیان و انتگرال های خطی باشد. بحث های دستگاه فرینت و سه قانون حرکت سیاره ای کپلر را به صورت فشرده ارائه کرده ایم.

حساب چند متغیره: در این فصل ها بر هنر رسم تأکید بیشتر کرده ایم و شکل ها، مثال ها و تمرین های زیادی را اضافه کرده ایم. موضوع آغازین فصل را به انتگرال های دوگانه اختصاص داده ایم و کاربردهای انتگرال های دوگانه و سه گانه در مورد جرم ها و گشتاورها را در یک بخش ارائه کرده ایم. هم حالت های سه بعدی و هم حالت های دو بعدی را پوشش می دهد. این سازماندهی به درک بهتر مفاهیم ریاضی اصلی ویژگی های آنها و جنبه های محاسباتی کمک می کند. مانده ویرایش یازدهم سعی کرده ایم ارتباط مفاهیم چند متغیره را مشابه های یک متغیره ای که قبلاً در همین کتاب مطالعه کرده ایم، برقرار کنیم.

میدان های برداری: سعی فراوانی کرده ایم تا موضوع و دقت ریاضی بحث حساب انتگرال های برداری را با افزودن مثال های اضافی، شکل ها و تمرین ها بهبود ببخشیم. قضایای میانجی و نتایج واضح تر و کامل تر بیان شده اند و در مورد فرضیه آنها و نتایج ریاضی آنها توضیحات کافی ارائه کرده ایم. مساحت رویه در یک بخش منفرد ارائه شده و رویه های سطحی و صریح به عنوان حالت های خاصی از نمای پارامتری کلی تر مورد بحث قرار گرفته اند. انتگرال های رویه ای و کاربردهای آنها به عنوان بخشی جداگانه ارائه شده است. قضیه استوکس و قضیه دیورژانس کماکان به عنوان تعمیم هر دو قضیه گرین به فضای سه بعدی معرفی شده اند.



شکل ۱۶-۹: رویه ای در فضا که بوسیله سیالی متحرک اشغال شده است.

MyMATHLAB و MATHXL: استفاده روزافزون و تقاضای فراینده برای سیستم های آنلاین تکلیف ما را به این سمت سوق داد تا MyMATHLAB و MATHXL را در این کتاب بگنجانیم. MyMATHLAB حاوی تعداد زیادی تمرینهای جدید از همه نوع است. برنامه های جدید جاوا به مجموعه مهم قبلی اضافه شده اند تا به تجسم مفاهیم توسط دانشجویان و تعمیم آنها کمک کنند.

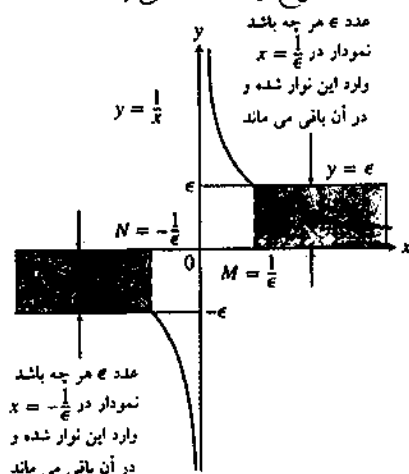
ویژگی های دیگر کتاب

سختی: درجه سختی کتاب همانند ویرایش های قبلی آن است. کماکان سعی بر این بوده که بین بحث های صوری و غیر صوری تفاوت قائل شده و تفاوت های آنها را گوشزد کنیم. ما فکر می کنیم که اگر با روشی شهودی تر شروع کنیم در درک مفاهیم جدید یا دشوار به دانشجویان کمک کرده ایم بطوریکه آنها می توانند دقت ریاضی کامل و نتایج آن را تصدیق کنند. سعی کرده ایم تعاریف مفاهیم با دقت بیشتری صورت گرفته و اثبات قضایا در سطح دانشجویان رشته ریاضی باشد و به مسائل پیچیده تری که در دوره های پیشرفته تر برخورد خواهند کرد اشاره کرده ایم. سازماندهی این کتاب و تمایز قایل شدن بین بحث های صوری و غیر صوری درجه ای از انعطاف پذیری در مقدار و عمق پوشش مطالب مختلف به استاد می دهد. مثلاً در حالیکه قضیه مقدار میانی یا قضیه مقدار اکسترمم را در مورد توابع پیوسته بر بازه $a \leq x \leq b$ اثبات نکرده ایم آنها را بسیار دقیق بیان کرده و مفاهیم آنها را در چندین مثال توضیح داده ایم

تمرین ها و مثال ها: می دانیم که تمرین ها و مثال ها یکی از رلقه های مهم در یادگیری حساب دیفرانسیل و انتگرال هستند. به دلیل این اهمیت، تمرین های تمام بخش های کتاب به روز کرده، تقویت نموده و تعداد آنها را افزایش داده ایم. بسته بندی و سازماندهی تمرین ها مانند ویرایش های قبلی بوده و از مسائل محاسباتی شروع شده و به مسائل کاربردی و تئوری ختم می شود. در انتهای تمرین های هر بخش تمرین هایی را تحت عنوان تمرین های رایانه ای ارائه کرده ایم که ستلزم استفاده از نرم افزارهای رایانه ای (مثل میپل یا متماتیکا) هستند. اکثر تمرین های کاربردی دارای عنوان می باشند که کاربرد بیان شده در مسئله را نشان می دهند.

در بیشتر بخش ها مثال های جدید گنجانده ایم تا مفهوم موضوع مورد بحث در آن بخش روشن تر و عمیق تر بوده و به دانشجویان در درک نتایج ریاضی آن یا کاربردهای علمی و هندسی آن کمک کند. در عین حال مثال هایی را که تکرار موضوعات قبلاً شده بودند حذف کرده ایم.

رو: به دلیل اهمیت شکل ها در یادگیری ریاضیات کماکان می بر این بوده که کیفیت شکل ها را بهبود بخشیم و تعداد کل توجهی شکل جدید به کتاب بیفزاییم. برای ارائه بهتر مفاهیم جدید مثل گذشته از رنگهای مختلف بهره گرفته ایم. رنویس تمام شکل ها را مورد بازبینی جدید قرار داده و توجه ویژه ای کرده ایم تا توضیحات شکل ها با گزاره های کوتاه شده و دارای وضوح و دقت کافی باشند.



شکل ۲-۵: توضیح هندسی یک حد متناهی وقتی $x \rightarrow \pm\infty$ میل می کند.

هایست که مستلزم استفاده از فناوری هستند؛ تمرین هایی که به رایانه یا ماشین حساب نیاز دارند با علامت T مشخص شده اند و تمرین هایی که به یک نرم افزار ریاضی (مثل مپل یا متمتیکا) نیاز دارند تحت عنوان مسائل رایانه ای آورده شده اند

و از آنها برای اثبات نتایج مهم دیگر استفاده کرده ایم. بعلاوه برای اسانیدی که مایلند پوشش کتاب با عمق بیشتری صورت گیرد در پیوست ۶ اعتماد به اعتبار این قضایا بر تمامیت اعداد حقیقی را مورد بحث قرار داده ایم.

تمرین های دستی: هدف تمرین های دستی که در سراسر کتاب گنجانده شده اند این است که دانشجویان با انواع مفاهیم و کاربردهای حساب دیفرانسیل و انتگرال آشنا شده و در مورد آنها توضیح دهند. بعلاوه در انتهای هر فصل تعدادی پرسش مطرح شده است تا دانشجویان آموخته های خود را مرور کرده و بطور خلاصه بیان کنند. بسیاری از این تمرین ها تکالیف درسی خوبی برای دانشجویان هستند.

تمرین های مروری و پروژه های آخر فصل: علاوه بر مسائلی که در انتهای هر بخش گنجانده شده اند در پایان هر فصل پرسش های مروری و تمرین های عملی مربوط به کل فصل و مجموعه ای از تمرین های اضافی و پیشرفته، به عنوان مسائل چالشی تر و ترکیبی، قرار داده شده اند. اکثر فصل ها شامل بخشی تحت عنوان پروژه های کاربرد فناوری هستند که دانشجویان می توانند به صورت انفرادی یا گروهی در یک دوره زمانی طولانی تر انجام دهند. این پروژه ها مستلزم استفاده از یک رایانه، نرم افزارهای مپل یا متمتیکا و مطالب دیگری است که از طریق سایت

www.Pearsonhighered.com/thomas

و در بخش My Mathlab قابل دسترسی هستند.

نحوه نگارش و میزان کاربردی بودن: این کتاب مثل همیشه از لحاظ ریاضی بسیار غنی بوده و قرائت آن بسیار آسان است. هر موضوع جدید با مثال های واضح و سهل الدرک شروع شده و بعد به کاربردهای آن در مسائل واقعی مورد علاقه دانشجویان می پردازد. مشخصه این کتاب، کاربرد حساب دیفرانسیل و انتگرال در علوم و مهندسی است. این مسائل کاربردی طی چند ویرایش اخیر کتاب پیوسته به روز آوری شده، بهبود یافته و گسترش یافته اند.

فناوری: استاد مربوطه می تواند طبق سلیقه خود طی آموزش کتاب گریزی به فناوری هم بزند. هر بخش شامل تمرین