

ریاضی عمومی (۱)

جلداول

مولفان :

دکتر شعبانعلی صفری ثابت

بیت اله رضاپور

سرشناسه	صفری، شعبانعلی، ۱۳۴۶ -
عنوان و نام پدید آور	ریاضی عمومی ۱ / مولفان شعبانعلی صفری ثابت - بیت اله رضاپور :
مشخصات نشر	ویراستار علمی مجید امیر فخریان . تهران : دانشگاه آزاد اسلامی (تهران مرکزی) ، ۱۳۸۹ .
مشخصات ظاهری	۷۸۷ ص : مصور ، جدول ، نمودار .
شابک	۳۵۰۰۰ ریال : ۳-۷۹-۶۴۹۳-۹۶۴
وضعیت فهرست نویسی	فیبیا :
موضوع	ریاضیات - راهنمای آموزشی (عالی)
موضوع	ریاضیات - مسایل تمرین ها و غیره (عالی)
شناسه افزوده	رضا پور ، بیت اله، ۱۳۶۲
شناسه افزوده	امیر فخریان ، مجید ، ۱۳۵۶ - ویراستار
شناسه افزوده	دانشگاه آزاد اسلامی ، واحد تهران مرکزی
رده بندی کنگره	۱۳۸۹ ر ۷۳ ص ۲ / ۳۷ QA
رده بندی دیویی	۵۱۰/۷۶
شماره کتابشناسی ملی	۲۱۷۲۳۱

نام کتاب : ریاضی عمومی ۱ -جلد اول

تألیف : دکتر شعبانعلی صفری ثابت و بیت اله رضاپور

ناشر : انتشارات دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی

نوبت چاپ : اول - ۱۳۸۹

تیراژ : ۱۰۰۰ نسخه

لینو گرافی ، چاپ و مصافی : سازمان چاپ و انتشارات دانشگاه آزاد اسلامی

شابک : ۳-۷۹-۶۴۹۳-۹۶۴

قیمت : ۴۵۰۰۰ریال

نشانی : معاونت پژوهشی دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی - خیابان فرصت شیرازی

پلاک ۱۶۰ صندوق پستی ۱۳۱۸۵/۷۶۸ تلفن : ۶۶۹۲۵۰۱۱-۶۶۹۲۸۰۶۰-۶۶۵۶۶۲۶۳

کلیه حقوق برای دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی محفوظ است

به نام خدا

يرفع الله الذين امنوا منكم و الذين اوتوا العلم درجات و الله بما تعملون خبير (قرآن کریم - سوره مجادله، آیه ۱۱)
خداوند مقام اهل ایمان و دانشمندان عالم را در دو جهان رفیع می گرداند و خدا به هر چه کنید آگاهست.

شکر و سپاس به درگاه خداوندی که جهان ما را با نور معرفت و دانش خود روشنایی بخشید و زنگار جهل و نادانی را از آینه دل های ما پاک نمود. درود بر خاتم انبیاء محمد مصطفی (ص) که با اراده شریعت آسمانی و مکتب اسلام ناب محمدی غبار نیرگی را از اندیشه و روان ما برگرفت و درود به روح بلند امام راحل (ره) بنیانگذار جمهوری اسلامی و سلام به مقام معظم رهبری و درود به ارواح پاک شهدای انقلاب اسلامی.

یکی از اهداف مهم دانشگاه آزاد اسلامی حرکت در جهت تحقق آرمانهای مقدس جمهوری اسلامی و ایجاد تحول علمی کشور توسط استادان، پژوهشگران و دانشجویان در ایران اسلامی است و این امر مستلزم بازنگری منابع علمی و چاپ و انتشار آثار برگزیده استادان فرهیخته و دانش پژوه این دانشگاه می باشد که امید است با استعانت از عنایات الهی و همت والا و همکاری و همیاری دانشمندان و استادان متعهد و خستگی ناپذیر بتوانیم در این راه گامهای مهم و موثری برداشته و در پرتو انوار روشن اسلامی و هماهنگی با شورای عالی انقلاب فرهنگی به تالیف و ترجمه و تدوین منابع علمی معتبر بپردازیم.

در این راستا مرکز چاپ و انتشارات دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی پس از تصویب شورای چاپ و انتشارات اقدام به چاپ و انتشار آثار و دستاوردهای علمی استادان دانشمند و پژوهشگران عالیقدر و صاحب نظر دانشگاه مینماید که امید دارد، این اثر نیز همچون دیگر آثار مولفان ارجمند مورد استفاده دانشجویان و دانش پژوهان و سایر علاقه مندان قرار گیرد.

با آرزوی توفیق الهی

دکتر عبدالله برادران

معاون پژوهشی دانشگاه آزاد اسلامی

واحد تهران مرکزی

مقدمه

آغاز مقال را سپاس کردگار سزااست که زیور علم را به تبع معرفت نثار موهبت عقل فرمود. و بدین وجه معیار از دیگر مخلوقاتش قرار داد. پروردگاری که عدم را بزم امکان به منظر وجود و وجودی پر اسرار بیاراست و دیدگان بصیر را ارمغان شناخت بخشید که همه اوست و همه از اوست.

نخستین درس ریاضی که دانشجویان رشته‌های فنی و مهندسی، علوم پایه و حتی علوم انسانی با آن مواجه می‌شوند درس ریاضی عمومی است. این درس متناسب با نوع رشته گرایش در سه نیم‌سال تحصیلی در مقطع کارشناسی تحت عناوین ریاضی عمومی ۱، ۲ و ۳ می‌تواند نشأت گرفته از مسائل و مفاهیم بسیار ساده یا حتی سخت و دشوار باشد. شاید وقتی از یک دانشجو پرسیده شود حد زندگی یک انسان در کره خاکی چند سال است؟ بسیار ساده پاسخ دهد صفر؛ اگر چه بیان چنین مسائلی خیلی خوشایند به نظر نمی‌آید اما قطعاً این خود یک مسئله ریاضی است. تصور این که ریاضی عمومی محدود است؛ عبث و بیهوده می‌باشد از طرفی ریاضی عمومی درسی بسیار منطقی و چه بسا با دیدگاه احساسی بسیار زیباست.

دانشجویان زمانی که این درس را انتخاب می‌کنند چون زمینه مطالعاتی آنان در خصوص آن بسیار زیاد است خیلی مشتاق آن هستند که مدرسان این درس آنان را با تازه‌ای ریاضی عمومی آشنا نمایند و چه بسا این امر بعد از گذراندن این درس دقیقاً محقق می‌گردد. به ویژه زمانی که دانشجو با مباحث کاربردی آن آشنا می‌شود که تجربه نشان داده است اکثر قریب به اتفاق دانشجویان در این گونه مباحث با مشکل مواجه هستند.

ریاضی عمومی در حال حاضر برای استفاده در شاخه‌های مختلف علوم از جمله فیزیک، شیمی و ریاضی و همچنین فنی و مهندسی از اهمیت بالایی برخوردار بوده و کاربردهای بسیار زیادی دارد که از جمله آن‌ها مباحثی چون حرارت، صدا، نور، الکترواستاتیک، کار، مغناطیس و ... می‌باشد. کتب بسیار زیادی در خصوص ریاضی عمومی به تالیف رسیده‌اند که تقریباً تمامی آن‌ها منطبق بر سر فصل ارائه شده توسط وزارت علوم، تحقیقات و

فناوری می‌باشد اما آن چه که این کتب را از هم متمایز می‌سازد بیان مثال‌ها، تمرینات و مسائل حل شده در آن است. در این کتاب سعی شده است تمامی مباحث ریاضی عمومی ۱ مورد بحث و بررسی قرار گیرد. شاخص متمایز این کتاب حل مثال‌ها و مسائل حل شده متنوع آن است که سبب می‌گردد تا دانشجویان با دانستن آن‌ها بی‌نیاز از هر کتاب دیگری در این زمینه باشند و علاقه‌مندانی که از این کتاب استفاده نمایند می‌توانند از توانایی کافی برخوردار گردند. در این کتاب به نحوه صحیح آموزش ریاضی اهمیت زیادی داده شده است آموزش صحیح ریاضی و فن حل مسئله از شاخصه‌های این کتاب است که مولفین به آن افتخار می‌نمایند.

فصل اول این کتاب در خصوص دستگاه اعداد مختلط می‌باشد و در سایر فصول حد و پیوستگی، مشتق، کاربرد مشتق، انتگرال نامعین و روش‌های انتگرال گیری، انتگرال معین، کاربردهای انتگرال معین، دنباله و سری اعداد و مختصات قطبی بیان شده است. مولفین کتاب وظیفه خود می‌دانند از اساتید و سروران ارجمند به خاطر همکاری و همراهی که در تالیف کتاب داشته‌اند تشکر و قدردانی نمایند.

دکتر جلیل رشیدی نیا - دکتر امیرعلی طباطبائی - دکتر مسعود صانعی - دکتر شیرویه پیروی - دکتر عبدالرحمان رازانی - ناصر غفوری عدل - سید جلال‌الدین حسینی غنچه - محمد نجاری‌الموتی - محمد فائز - مجید باشعور - شاهرخ نصیری - صفی شاهی‌فرد - حسین جالب - جلال رستمی - رضا خلیلی - محمد اله یاری‌زاده - جعفر نیک پور - ابراهیم لطیفی - شادان صدیق بهزادی - لیلا موسوی‌فرد - پریسا ولی‌زاده - سهیلا محبتیان

مولفین کتاب بر این باورند که کلیه علاقه‌مندانی که از این کتاب بهره‌مند می‌شوند لازم است بر آنان منت گذارند و هر نوع نقص یا اشکالی که در کتاب مشاهده کردند را در اولین فرصت به ناشر محترم یاد آور نمایند تا در چاپ‌های بعدی مد نظر قرار گیرد.

در پایان لازم می‌دانیم از زحمات و محبت‌های جناب آقای دکتر برادران قائم مقام محترم ریاست واحد و معاون محترم پژوهشی دانشگاه آزاد اسلامی تهران مرکزی و جناب آقای دکتر منوچهر جفره و سرکار خانم دکتر وراوی‌پور که در چاپ و نشر کتاب ما را یاری نمودند صمیمانه تشکر و قدردانی نماییم.

دکتر شعبانعلی صفری ثابت

بیت‌اله رضاپور

تایستان ۸۹

فهرست مندرجات

۹	دستگاه اعداد مختلط	۱
۹	ساختمان اعداد مختلط	
۱۰	تساوی دو عدد مختلط	
۱۰	قسمت حقیقی و موهومی یک عدد مختلط	
۱۰	جمع و ضرب دو عدد مختلط	
۱۱	صورت استاندارد اعداد مختلط	
۱۱	صفحه‌ی مختلط	
۱۲	مزدوج عدد مختلط	
۱۴	تقسیم اعداد مختلط	
۱۴	هنگ یا قدر مطلق اعداد مختلط	
۲۱	مختصات قطبی اعداد مختلط	

۲۳	 شکل نمایی اعداد مختلط
۲۵	 آرگومان یا آوند اعداد مختلط
۲۹	 توان اعداد مختلط
۳۴	 ریشه‌های «ام اعداد مختلط
۴۲	 مکان هندسی در صفحه‌ی مختلط
۴۸	 تمرینات
۵۳	 حد و پیوستگی
۵۳	 تعریف مفاهیم اولیه‌ی حد
۵۴	 تعبیر هندسی
۶۱	 حدود یکطرفه
۶۳	 تعریف حد در حالات مختلف
۶۵	 ارتباط حد و دنباله
۶۸	 قضایای حد
۷۹	 حالاتی که باید در آن‌ها حد و چپ و راست محاسبه شوند
۹۲	 حالات مختلف رفع ابهام $\frac{0}{0}$
۹۲	 روش اول: حذف عامل صفرکننده
۱۰۸	 روش: استفاده از هم ارزی

۱۱۶ حالات مختلف رفع ابهام $\frac{\infty}{\infty}$

۱۲۳ رفع ابهام $\infty - \infty$

۱۲۸ رفع ابهام $\infty \times 0$

۱۳۱ رفع ابهام 1^{∞}

۱۳۵ محاسبه‌ی حد توابع از روی نمودار

۱۳۷ مجانب

۱۳۷ مجانب قائم

۱۳۷ انواع مجانب قائم

۱۴۲ مجانب افقی

۱۴۴ مجانب مایل

۱۴۸ تعیین معادلات مجانب‌های توابع ضمنی

۱۵۰ پیوستگی تابع در نقطه

۱۵۷ پیوستگی تابع در بازه

۱۶۰ انواع ناپیوستگی

۱۶۴ پیوستگی روی اعمال چهارگانه توابع

۱۶۵ تعیین نقاط ناپیوستگی توابع جزء ضمیمه

۱۷۱ قضایای پیوستگی روی بازه $[a, b]$

پیوستگی تابع معکوس ۱۷۹

پیوستگی تابع مرکب ۱۸۰

فاصله‌ی پیوستگی تابع ۱۸۱

تمرینات ۱۸۴

۳ مشتق ۱۹۳

تعریف و مفهوم مشتق ۱۹۳

تعبیر هندسی مشتق ۱۹۴

مشتق چپ و راست ۲۰۱

مشتق پذیری ۲۰۳

نقاطی که تابع در آن‌ها مشتق پذیری نیست ۲۱۴

نقاط مشتق ناپذیر معروف تابع ۲۱۵

زاویه‌ی بین دو نیم مماس ۲۲۲

تابع مشتق ۲۲۶

قضایای مشتق ۲۲۷

قواعد مشتق گیری ۲۲۹

مشتق گیری توابع لگاریتمی ۲۳۷

۲۴۱ مشتق تابع قدر مطلق

۲۴۲ مشتق تابع جزء صحیح

۲۴۵ مشتق تابع مرکب

۲۴۷ مشتق تابع زنجیره‌ای

۲۴۸ مشتق تابع نسبت به تابع

۲۴۹ مشتق توابع پارامتری

۲۵۰ مشتق توابع زوج و فرد

۲۵۱ مشتق عامل صفر کننده

۲۵۳ مشتق تابع ضمنی

۲۵۸ مشتق تابع معکوس

۲۶۲ مشتق مراتب بالاتر

۲۶۹ تمرینات

۲۷۵ کاربرد مشتق ۴

۲۷۵ آهنگ تغییر

۲۸۰ کمیت‌های وابسته

۲۸۶ معادله خطوط مماس و قائم بر منحنی

۲۹۵ اکسترم‌های نسبی

۳۰۰ نقاط بحرانی

۳۰۶ قضیه رول

۳۱۱ قضیه لاگرانژ (مقدار میانگین)

۳۱۶ نتایج قضیه لاگرانژ (مقدار میانگین)

۳۲۸ توابع صعودی و نزولی

۳۳۵ آزمون‌های مشتق

۳۴۵ جهت تقعر و نقطه عطف

۳۵۰ قاعده هوییتال

۳۵۶ دیفرانسیل، خطی سازی و خطا

۳۶۶ حل معادله $f(x) = 0$

۳۷۲ بهینه سازی

۳۸۲ تمرینات

۳۹۱ انتگرال نامعین ۵

۳۹۲ تعریف مفاهیم اولیه

انتگرال نامعین ۳۹۳

روش‌های انتگرال‌گیری توابع جبری ۳۹۴

الف) انتگرال معمولی ۳۹۴

ب) روش حاصل ضرب مشتق ۳۹۶

ج) روش تغییر متغیر ۳۹۹

د) روش تفکیک کسر ۴۰۱

و) روش گویا کردن ۴۰۲

انتگرال‌گیری به روش تجزیه کسرها ۴۰۹

تغییر متغیرهای گویاساز ۴۱۵

انتگرال دو جمله‌ای دیفرانسیل $\int x^n(ax^n + b)^p dx$ ۴۲۶

روش‌های انتگرال‌گیری توابع مثلثاتی ۴۲۹

الف) انتگرال‌های معمولی ۴۳۰

طرز محاسبه انتگرال توابع $\sin$ و $\cos$ با توان فرد ۴۳۸

طرز محاسبه انتگرال توابع $\sin$ و $\cos$ با توان زوج ۴۳۹

طرز محاسبه انتگرال‌هایی به فرم $\int \sin u \sin v dx$ و $\int \cos u \cos v dx$ و
 $\int \sin u \cos v dx$ ۴۴۰

طرز محاسبه انتگرال‌هایی به فرم $\int \sin^m x \cos^n x dx$ که m و n اعدادی
 صحیح باشند ($m, n \neq 1$) ۴۴۱

طرز محاسبه انتگرال‌هایی به فرم $\int \sin^m x \cos^n x dx$ وقتی m و n اعدادی گویا باشند. ۴۴۴

طرز محاسبه انتگرال توابع $\tan$ و $\cot$ با توان زوج. ۴۴۵

طرز محاسبه انتگرال‌هایی به فرم $\int \frac{dx}{\cos^m x}$ و $\int \frac{dx}{\sin^m x}$ به شرطی که m زوج باشد. ۴۴۷

روش جزء به جزء. ۴۵۴

دستورهای کاهش (روابط بازگشتی). ۴۶۱

تمرینات. ۴۶۷

فهرست مراجع. ۴۷۵