

۲۲۹۱۴۸۵

به نام او که همه‌تی از اوست

عناصر پایه ای آنالیز حقیقی

نویسنده : موری اچ پروتر

ترجمه : پرستادبجی نجف آبادی

www.ketab.ir



انتشارات آریادانش

بهار ۱۴۰۱

سرشناسه : پروتر، ماری اچ.
 Protter, Murray H
 عنوان و نام پدیدآور : عناصر پایه‌ای آنالیز حقیقی/نوشته‌ی موری اچ. پروتر : مترجم پریسا ذبحی نجف‌آبادی.
 مشخصات نشر : تهران: آریا دانش، ۱۴۰۱.
 مشخصات ظاهری : ۳۷۵ ص.
 شابک : 978-622-6524-83-4
 وضعیت فهرست نویسی : فیبا
 یادداشت : عنوان اصلی: Basic elements of real analysis, c1998.
 موضوع : آنالیز ریاضی
 موضوع :
 شناسه افزوده : ذبحی نجف‌آبادی، پریسا، ۱۳۶۶-، مترجم
 رده بندی کنگره : QA۳۰۰
 رده بندی دیویی : ۰۷۶/۵۱۵
 شماره کتابشناسی ملی : ۵۷۱۸۸۷۸

هر گونه تکثیر کامل یا قسمتی از کتاب بدون اجازه پدید آورنده، یا ناشر خلاف قانون، شرع و اخلاق است.
 موارد تخلف را به دفتر مرکزی "انتشارات آریا دانش" گزارش فرمایید.

عنوان: عناصر پایه ای آنالیز حقیقی

مؤلف: موری اچ پروتر

مترجم: پریسا ذبحی نجف آبادی

صفحه آرا: مهدی رادمهر

ناشر: آریا دانش

شمارگان: ۱۰۰ نسخه ❀ نوبت: اول بهار ۱۴۰۱

شابک: ۹۷۸-۶۲۲-۶۵۲۴-۸۳-۴

قیمت: ۲۰۰۰۰۰ تومان

مرکز پخش: تهران، میدان انقلاب، خیابان آزادی، خیابان بهزاد، پلاک ۳۲ واحد ۱۴ تلفن ۸۸۵۶۲۲۷۳

www.ariyadanesh.ir

حق چاپ جهت ناشر و مؤلف محفوظ است

فهرست مطالب

۱۱	پیش‌گفتار مؤلف
۱۵	پیش‌گفتار مترجم
۱۷	۱ دستگاه اعداد حقیقی
۱۷	۱.۱ اصول موضوع میدان
۲۶	۲.۱ اعداد طبیعی و دنباله‌ها
۳۱	۳.۱ نامساوی‌ها
۴۱	۴.۱ استقرای ریاضی
۴۷	۲ حد و پیوستگی
۴۷	۱.۲ پیوستگی
۵۳	۲.۲ حد
۵۹	۳.۲ حدود یکطرفه
۶۵	۴.۲ حد درونی‌نهایت و حدود نامتناهی
۷۱	۵.۲ حد دنباله‌ها
۷۷	۳ ویژگی‌های اساسی توابع در $\mathbb{R}^1$
۷۷	۱.۳ قضیه‌ی مقدار میانی
۸۱	۲.۳ کوچکترین کران بالا و بزرگترین کران پایین
۸۹	۳.۳ قضیه‌ی بولتسانو-وایرستراس

۴.۳	فضایای کران‌داری و مقدار-اکسترمم	۹۲
۵.۳	پیوستگی یکنواخت	۹۴
۶.۳	محک کوشی	۹۹
۷.۳	قضیه‌ی هاینه-بورل	۱۰۱
۴	نظریه‌ی مقدماتی مشتق‌گیری	۱۰۷
۱.۴	مشتق در $\mathbb{R}^1$	۱۰۷
۲.۴	توابع معکوس در $\mathbb{R}^1$	۱۱۹
۵	نظریه‌ی مقدماتی انتگرال	۱۲۵
۱.۵	انتگرال داربو برای توابع در $\mathbb{R}^N$	۱۲۵
۲.۵	انتگرال ریمان	۱۳۸
۳.۵	توابع نمایی و لگاریتمی	۱۴۳
۶	نظریه‌ی مقدماتی فضاهاى متریک	۱۴۹
۱.۶	نامساوی مثلث و شوارتز؛ فضاهاى متریک	۱۴۹
۲.۶	توپولوژی در فضاهاى متریک	۱۵۶
۳.۶	مجموعه‌های شمارا و ناشمارا	۱۶۷
۴.۶	مجموعه‌های فشرده و قضیه‌ی هاینه-بورل	۱۷۲
۵.۶	توابع در مجموعه‌های فشرده	۱۷۸
۷	مشتق‌گیری و انتگرال‌گیری در $\mathbb{R}^N$	۱۸۳
۱.۷	مشتقات جزئی و قاعده زنجیری	۱۸۳
۲.۷	قضیه‌ی تیلور؛ ماکسیم و مینیم	۱۹۰
۳.۷	مشتق در $\mathbb{R}^N$	۱۹۸
۴.۷	انتگرال داربو در $\mathbb{R}^N$	۲۰۴
۵.۷	انتگرال ریمان در $\mathbb{R}^N$	۲۰۹

۲۱۵	۸ سری نامتناهی
۲۱۵	۱.۸ آزمون‌های همگرایی و دیورژانس
۲۲۱	۲.۸ سری جملات مثبت و منفی؛ سری توانی
۲۳۰	۳.۸ همگرایی یکنواخت
۲۳۷	۴.۸ همگرایی یکنواخت سری؛ سری توانی
۲۵۱	۹ مشتق انتگرال
۲۵۱	۱.۹ مشتق تابع تعریف شده بصورت انتگرال. قاعده‌ی لایب‌نیتس
۲۵۷	۲.۹ همگرایی و واگرایی انتگرال‌های ناسره
۲۶۵	۱۰ انتگرال ریمان-استیلتنس
۲۶۵	۱.۱۰ توابع وردش کران‌دار
۲۷۲	۲.۱۰ انتگرال ریمان-استیلتنس
۲۸۳	۱۱ قضیه‌ی تابع ضمنی، ضرایب لاگرانژ
۲۸۳	۱.۱۱ قضیه‌ی تابع ضمنی
۲۸۹	۲.۱۱ ضرایب لاگرانژ
۲۹۷	۱۲ توابع برداری روی $\mathbb{R}^N$ ؛ فضایای گرین و استوکس
۲۹۷	۱.۱۲ توابع برداری روی $\mathbb{R}^N$
۳۱۱	۲.۱۲ انتگرال‌های خطی در $\mathbb{R}^N$
۳۱۹	۳.۱۲ قضیه‌ی گرین در صفحه
۳۲۸	۴.۱۲ مساحت یک رویه در $\mathbb{R}^3$
۳۳۴	۵.۱۲ قضیه‌ی استوکس
۳۴۶	۶.۱۲ قضیه‌ی دیورژانس
۳۵۵	پاسخ مسائل فرد کتاب
۳۶۹	نمایه

پیش‌گفتار مؤلف

چندی پیش من و چارلز ب. موری کتاب *A first course in Real Analysis* را نوشتیم، کتابی که شرایط مناسبی را برای یک دوره‌ی جامع آموزشی یک ساله در آنالیز حقیقی فراهم می‌کند، برای آن دسته از دانشجویانی که دوره‌ی مقدماتی استاندارد در حساب و دیفرانسیل و انتگرال را تکمیل کرده‌اند. کتاب در دو نسخه بوده است، نسخه‌ی دوم در سال ۱۹۹۱ به چاپ رسید. تغییرات کوچک و اشتباهات تایپی در چاپ پنجم از نسخه‌ی دوم ایجاد شد، که اخیراً مشخص شد.

با این حال، برای بسیاری از دانشجویان رشته‌ی ریاضی و برای آن دانشجویانی که علاقه‌مند به مطالعه‌ی علوم فیزیک و کامپیوتر می‌باشند، لازم است که برای یک دوره‌ی کوتاه آنالیز حقیقی را مطالعه کنند. بدین منظور این کتاب "مفاهیم پایه‌ای آنالیز حقیقی" را فراهم کردیم، که بطور خلاصه و به روش مقدماتی به موضوعات اساسی و مهم می‌پردازد.

فصل اول، که به دستگاه اعداد حقیقی می‌پردازد، به خواننده فرصتی را برای امکان پیشرفت در اثبات قضایای مقدماتی می‌دهد. از آنجایی که اکثر دانشجویانی که در این دوره تلاش خود را در توسعه‌ی مهارت‌های دستکاری شده صرف می‌کنند، این مقدمه تغییر خوشایندی را برای آن‌ها ارائه می‌کند. آخرین بخش این فصل، که تکنیک استقرای ریاضی را بیان می‌کند، برای کسانی که با این موضوع مهم برخوردی نداشتند بسیار مفید است.

فصل‌های ۲ تا ۵ نظریه‌ی مقدماتی حساب و دیفرانسیل و انتگرال را پوشش می‌دهند، که شامل مشتق‌گیری و انتگرال‌گیری می‌باشد. بسیاری از قضایا که در حساب دیفرانسیل و انتگرال مقدماتی بدون اثبات بیان شده‌اند، اینجا اثبات می‌شوند.

مهم است که به یاد داشته باشد هر دو انتگرال ریمان و انتگرال داربو در فصل ۵ بطور کامل شرح داده شده‌اند. همچنین هم‌ارزی این دو انتگرال را ثابت می‌کنیم، در نتیجه بیش‌تر در مورد تمام

خواص انتگرال‌گیری در اختیار داده قرار می‌گیرد.

برای موضوعات فراتر حساب و دیفرانسیل و انتگرال، مفهوم فضاهای متریک حیاتی است. در فصل ۶ به توصیف توپولوژی در فضاهای متریک و همچنین مفهوم فشردگی، به ویژه به قضیه‌ی هاینه بول می‌پردازد.

موضوع فضاهای متریک در اعداد طبیعی. منجر به حساب و دیفرانسیل و انتگرال توابع در فضاهای N -بعدی با $N > 2$ می‌شود. اینجا مشتق توابع N متغیره گسترش می‌یابد و انتگرال‌های ریمان و داربوکه در فصل ۵ به آن‌ها اشاره شد، در فصل ۷ به فضاهای N -بعدی تعمیم داده می‌شوند.

سری‌های نامتناهی موضوع فصل ۸ می‌باشد. پس از بررسی آزمون‌های واگرایی و همگرایی سری‌ها به همگرایی یکنواخت شیف‌ت پیدا داده می‌شود. خواننده باید این مفهوم را به منظور درک ایده‌های اساسی هر دو سری توانی و فوری دریابد. اگرچه به سری‌های فوری در این کتاب اشاره‌ای نشده است، خواننده باید درک بهتر مفهوم همگرایی یکنواخت به مطالعه این سری‌ها بپردازد. برای کسانی که به مطالعه‌ی علوم کامپیوتر علاقه‌مند هستند، نه تنها مطالعه‌ی سری‌های فوری بلکه مطالعه‌ی کاربردهای سری‌های فوری برای موجک‌ها توصیه می‌شود (*Lecture of wavelet*).

برخی توابع تعریف شده توسط انتگرال‌ها و جوداوند که انتگرال‌گیری روی یک بازه‌ی متناهی، انتگرال نیمه-نامتناهی و یا $-\infty$ تا $+\infty$ می‌باشد. برای مثال تابع گاما را در نظر می‌گیریم. در فصل ۹ روش‌های لازم برای مشتق‌گیری تحت انتگرال چنین توابعی را گسترش می‌دهیم (قاعده‌ی لایبنیش). این فصل اختیاری است، چون در مطالب بعدی استفاده‌ای ندارد.

فصل ۱۰ به انتگرال ریمان-استیلتیس اشاره می‌کند. بعد از معرفی توابع وردش کران‌دار، $R-S$ انتگرال را تعریف کرده و انتگرال‌گیری به روش جز به جز را نشان می‌دهیم. عمومیت انتگرال ریمان-استیلتیس بیشتر توسط این واقعیت است که یک سری نامتناهی می‌تواند حالت خاصی از یک انتگرال ریمان-استیلتیس در نظر گرفته شود.

موضوعی که هم در ریاضیات محض و هم در ریاضیات کاربردی مورد استفاده است، قاعده‌ی ضرایب لاگرانژ می‌باشد. در برخی موارد این قاعده بدون اثبات بیان می‌شود، اما ما در فصل ۱۱ آن را اثبات می‌کنیم.

در فصل آخر، فصل ۱۲ در مورد توابع برداری روی $\mathbb{R}^N$ بحث می‌شود. قضایای استوکس، گرین و دیورژانس را نه در حالت کلی بلکه در یک دامنه‌ی مناسبی اثبات می‌کنیم. برای بدست

آوردن اطلاعات جامع تر می‌توانید به کتاب *A first course Real Analysis* یا متن
principles of Mathematical Analysis نوشته‌ی والتر رودین (Walter Rudin)
مراجعه کنید.

موری اچ. پروتر

برکلی، کالیفرنیا

www.ketab.ir