

روش‌های عددی برای حل معادلات دیفرانسیل معمولی

دکتر علی شکری
عضو هیئت علمی دانشگاه مراغه

روش‌های عددی برای حل معادلات دیفرانسیل معمولی/ تألیف علی شکری.	: شکرى، على، ۱۳۵۹-	سرشناسه
مراغه: دانشگاه مراغه، ۱۳۹۹.	: ۲۳۰ص.	نویسنده و نام پدیدآور
	: ۹۷۸-۶۳۲۱-۲۷-۳	شخصیات نشر
	: فیبا	شخصیات ظاهری
معادله‌های دیفرانسیل - حل عددی	: ۹۷۸-۶۳۲۱-۲۷-۳	شابک
Differential Equations - Numerical solutions	: فیبا	وضعیت فهرست نویسی
معادله‌های دیفرانسیل - حل عددی - مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)	: ۹۷۸-۶۳۲۱-۲۷-۳	موضوع
Differential Equations - Numerical solutions - Problems, exercises, etc. (Higher)	: ۹۷۸-۶۳۲۱-۲۷-۳	موضوع
	: دانشگاه مراغه	موضوع
	: QAT۷۲	بناسه افزوده
	: ۵۱۵/۲۵	ده بندی کنگره
	: ۷۲۹۹۶۶۴	ده بندی دیویی
	: فیبا	شماره کتابشناسی ملی
		وضعیت رکورد

این اثر مشمول قانون حمایت از حقوق مؤلفان، مصنفان و هنرمندان مصوب ۱۳۴۸ است، هر کس تمام یا قسمتی از این اثر را بدون اجازه ناشر، نشر یا پخش یا عرضه کند مجرم بوده و قانونی قرار خواهد گرفت.



نام کتاب: روش‌های عددی برای حل معادلات دیفرانسیل معمولی

تألیف: دکتر علی شکری

نوبت و تاریخ چاپ: اول ۱۳۹۹

تعداد صفحات: ۳۳۰ صفحه وزیری

شمارگان: ۱۰۰۰ نسخه

ناشر: دانشگاه مراغه

چاپ: اعظم

شابک: ۹۷۸-۶۳۲۱-۲۷-۳

قیمت: ۷۰۰۰۰ تومان

حق چاپ محفوظ است.

مراکز پخش:

مراغه - میدان مادر، شهرک گلشهر، انتشارات دانشگاه مراغه تلفن: ۰۴۱-۳۷۲۷۳۰۶۸ داخلی ۳۵۱ و ۳۵۲
تبریز - خیابان امام - بازار بزرگ تربیت - طبقه پایین - پلاک ۴۰ - انتشارات عمیدی تلفن: ۰۴۱-۳۵۵۳۵۹۶۱

پیشگفتار

بسمه تعالی

خداوند بزرگ و مهربان را سپاسگزارم که عنایت فرمود تا تهیه این کتاب به پایان برسد. این اثر حاصل مطالعه و تدریس چندین ساله و ارائه مقالات متعدد در مجلات معتبر بین المللی می باشد. در این کتاب به بررسی و تجزیه و تحلیل روش های عددی برای حل معادلات دیفرانسیل معمولی از مرتبه های اول و دوم می پردازیم.

اهمیت آشنایی با معادلات دیفرانسیل و حل آنها بر کسی پوشیده نیست؛ زیرا حرکت اشیاء فیزیکی و یا روند واکنش های شیمیایی اغلب توسط دستگاهی از معادلات دیفرانسیل معمولی، $ODEs$ ¹ مرتبه اول بیان می شوند. با توجه به اینکه بسیاری از معادلات دیفرانسیل به صورت تحلیلی قابل حل نیستند، بنابراین در اینگونه مواقع به یک تقریب مناسب از جواب بسنده می کنیم. مفهوم سختی در یک دستگاه از معادلات دیفرانسیل سخت، که یک مفهوم کیفی است، به یک تفاوت وسیع در مقیاس های زمانی مؤلفه جواب اشاره دارد. دستگاه های ODE سخت در تعداد زیادی از کاربردها مطرح می شوند، به عنوان مثال در اجرای فرآیندهای شیمیایی، چون یک اختلال بزرگ در مقیاس های زمانی برای رخداد تغییرات فیزیکی و شیمیایی می تواند وجود داشته باشد. در نظریه مدارهای الکتریکی نیز مسائل سخت مطرح می شوند، زیرا پالس ها (یا نوسانات میرا) با مقیاس های زمانی از مرتبه یک میکروثانیه، می توانند بر رفتار عموماً هموار یک مدار تحمیل شوند. حل این گونه مسائل توجه بسیاری از متخصصین آنالیز عددی را به خود جلب کرده است. تلاش ها برای بکارگیری روش های رانگ-کوتا صریح و روش های چندگامی خطی برای حل دستگاه های ODE سخت با پیچیدگی های قابل توجهی مواجه شدند. به خاطر کوچک بودن ناحیه پایداری مطلق، طول گام استفاده شده بر کل بازه حل می بایست بسیار کوچک باشد. علاوه بر این، وقتی که روش های عددی صریح کلاسیک برای حل دستگاه های ODE سخت به کار می روند، اندازه طول گام در جاهایی که تغییرات جواب سریع و آنجایی که تغییرات کند است، یکسان می باشد. این روند کارآ نیست و هزینه های محاسباتی زیادی ایجاد می کند. در رابطه با مسئله سخت، تقاضا برای روش های عددی مؤثر جدید برای دستگاه های ODE بیشتر شد. در کار انجام شده توسط دالکوئیست

¹ Ordinary Differential Equations

سال ۱۹۶۳، که در آن A -پایداری روش‌های عددی به عنوان یک نظریه جدید معرفی شد، حرکتی روبه در ساخت چنین روش‌هایی ایجاد شد.

روش‌های A -پایدار برای حل دستگاه‌های ODE سخت موثر هستند، زیرا خاصیت پایداری مطلق آنها، هیچگونه محدودیت طول گامی به مسأله تحمیل نمی‌کند و با حجم عملیات کمتری نسبت به روش‌هایی که A -پایدار نیستند، می‌توان مسائل سخت را حل کرد. البته مسأله به اینجا ختم نمی‌شود؛ اینکه خاصیت A -پایداری، محدودیت زیادی بر انتخاب روش‌های چندگامی خطی مناسب ایجاد نکند. زیرا بنابر قضیه معروف دالکوئیست، مرتبه یک روش چندگامی خطی A -پایدار حداکثر ۲ بوده و چنین خاصیت A -پایداری را باید در بین روش‌های ضمنی جستجو کرد. این نتیجه بدبینانه، محققین ای جستجوی روش‌های عددی دیگری برای حل معادلات سخت تشویق کرده است. از جمله اولین روش‌های عددی برای حل مسائل سخت، روش‌های چندگامی خطی BDF است که به علت ویژگی‌های خاص خود ($A(\alpha)$ -پایداری تا مرتبه ۶) بسیار مورد توجه قرار گرفته است.

تلاش برای یافتن روش‌های با ناحیه پایداری وسیع‌تر و از مرتبه بالاتر و گریز از قضیه دالکوئیست، بر به معرفی روش‌های پیوندی، تطبیقی، چندگامی مشتق دوم و غیره گردیده است. دسته دیگری از روش‌ها، به استفاده از روش‌های MOL برای حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی وابسته به زمان مربوط می‌شود. در این روش‌ها، ابتدا گسسته‌سازی نسبت به مکان با استفاده از تفاضلات متناهی انجام می‌شود. بدین ترتیب، دستگاهی از مسائل مقدار اولیه حاصل می‌شود که اغلب سخت می‌باشند. بولاً برای حل این گونه دستگاه‌ها از روش‌های شکافنده استفاده کرده و هدف اصلی در این روش‌ها حفظ خاصیت مثبت بودن در حل عددی مسائل خطی و غیرخطی مثبت است که البته موضوع بحث ب حاضر نیست.

همانند خاصیت A -پایداری در حل عددی معادلات دیفرانسیل مرتبه اول، خاصیت مهم P -پایداری در حل عددی معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم مطرح است. در سال ۱۹۷۶، لمبرت و واتسون در مقاله‌ای ت کردند که خاصیت P -پایداری را نیز باید از بین روش‌های ضمنی جستجو کرد و همچنین حداکثر به یک روش P -پایدار نمی‌تواند بیشتر از ۲ باشد و این مطلب کافی بود تا در بین روش‌های صریح، بی‌دنبال خاصیت P -پایداری نباشد.

در این کتاب، ضمن مطالعه دسته روش‌های موجود برای حل عددی دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل سخت و روند توسعه آنها، به معرفی و تحلیل دسته روش‌های جدیدی با ویژگی‌های خاص و برتر نسبت به روش‌های مشابه می‌پردازیم. در فصل اول مفاهیم مربوط به حل عددی مسائل مقدار اولیه مرتبه اول با استفاده از روش‌های تک‌گامی را بیان و در مورد خواص همگرایی و پایداری آنها صحبت کرده و سپس سینه‌ای از روش‌های ارائه شده برای حل دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل سخت را عنوان می‌کنیم. در فصل دوم در مورد روش‌های چندگامی برای حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی و خواص همگرایی و پایداری آنها صحبت کرده و سپس ضمن مطالعه پیشینه‌ای از روش‌های ارائه شده برای حل اینگونه

معادلات دیفرانسیل، تعدادی روش جدید را مورد بحث قرار می‌دهیم. در فصل سوم در مورد حل عددی معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم صحبت می‌کنیم. روش‌های چندگامی خطی که شامل روش‌های پیوندی ابرشکف، چندمشتقی و ترکیبی از این روش‌ها مورد مطالعه قرار می‌گیرند. تعدادی روش جدید معرفی خواهند شد و خواص پایداری آنها را مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌دهیم. پایه‌های مثلثاتی و مفهوم فاز تأخیری در روش‌های چندگامی خطی را بیان می‌کنیم و حل عددی معادله شرودینگر مورد مطالعه قرار می‌دهیم.

در نهایت، بر خود لازم می‌دانم از همه عزیزانی که این کتاب را مطالعه می‌نمایند صمیمانه تقاضا کنم که نظرات، پیشنهادات و انتقادات ارزشمند خود را با نویسنده در میان بگذارند، تا در چاپ‌های بعدی اصلاح آن مد نظر قرار گیرد.

اینجانب تشکر عمیق خود را نسبت به همکار ارجمند جناب آقای دکتر محمد مهدی‌زاده خالسرایی عضو هیأت علمی گروه ریاضی دانشگاه مراغه، به خاطر نظرات و پیشنادهای سازنده و همچنین ویراستاری علمی و ادبی این اثر که با نهایت دقت و صرف وقت زیاد انجام شده است، ابراز می‌دارم. همچنین از مدیریت محترم پژوهشی دانشگاه مراغه و کارشناسان عزیز حوزه انتشارات دانشگاه مراغه که مقدمات چاپ این کتاب را فراهم آوردند، سپاسگزاری می‌کنم. در نهایت از زحمات تمامی عزیزانی که بنده را در تهیه این اثر یاری نمودند، تشکر و قدردانی می‌کنم.

دکتر علی شکری

گروه ریاضی دانشکده علوم پایه دانشگاه مراغه

زمستان

۱۳۹۹