

تحلیلی بر معادلات دیفرانسیل معمولی

((با تاکید بر حل مساله))

مولفان:

دکتر یوسف نجات بخش

دکتر محمود اوتادی

دکتر مریم مصلح

سرشناسه: نجات بخش یوسف ۱۳۵۶-

عنوان و نام پدید آورنده: تحلیلی بر معادلات دیفرانسیل معمولی ((با تأکید بر حل مسأله)) مولفان یوسف نجات بخش، محمود اوتادی، مریم

مصلح

مشخصات نشر: تهران: یوسف نجات بخش، ۱۳۹۱

مشخصات ظاهری: ۴۲۲ ص:، جدول، نمودار.

شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۰۰۴-۸۲۷۸-۰۰

وضعیت فهرست نویسی: فای

یادداشت: نمایه

موضوع: معادله های دیفرانسیل - راهنمای آموزشی (عالی)

موضوع: معادله های دیفرانسیل - مسائل، تمرین ها و غیره (عالی)

شناسه افزوده: اوتادی، محمود ۱۳۵۶-

شناسه افزوده: مصلح، مریم ۱۳۵۸-

رده بندی کنگره: ۵۱۵۱/۳۵۰۷۶: ۱۳۹۱ ۵۸۳۷/۱۳

رده بنده دیویی: ۵۱۵۱/۳۵۰۷۶

شماره کتابشناسی ملی: ۲۷۳۶۵۹۸

نام کتاب: تحلیلی بر معادلات دیفرانسیل معمولی ((با تأکید بر حل مسأله))

مولفان: یوسف نجات بخش، محمود اوتادی، مریم مصلح

ناشر: تهران: یوسف نجات بخش، ۱۳۹۱

نوبت چاپ: اول تابستان ۱۳۹۱

شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۰۰۴-۸۲۷۸-۰۰

تیراژ: ۱۰۰۰ جلد

قیمت: ۱۲۰۰۰۰ ریال

تلفن مرکز بخش: ۰۹۱۰۲۱۰۶۶۵۳

آدرس پست الکترونیکی: Y_nej@yahoo.com



دکتر یوسف نجات بخش متولد ۱۳۵۶ خوی. دانش آموخته دکتری تخصصی رشته ریاضی کاربردی، گرایش آنالیز عددی فازی از دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران، عضو هیئت علمی و استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد فیروزکوه، دارای ۷ مقاله ISI، علمی پژوهشی، کنفرانس و ۳ طرح پژوهشی.



دکتر محمود اوتادی متولد ۱۳۵۴ تهران. دانش آموخته دکتری تخصصی رشته ریاضی کاربردی، گرایش آنالیز عددی فازی در دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران، عضو هیئت علمی و استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد فیروزکوه، دارای حدود ۴۳ مقاله ISI، ISC، علمی پژوهشی، کنفرانس و ۱۱ طرح پژوهشی و پژوهشگر برتر شهرستان فیروزکوه در سال ۱۳۹۰.



دکتر مریم مصلح متولد ۱۳۵۸ تهران. دانش آموخته دوره‌ی دکتری تخصصی رشته ریاضی کاربردی گرایش آنالیز عددی فازی در دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران، عضو هیئت علمی و استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد فیروزکوه، دارای حدود ۴۳ مقاله ISI، ISC، علمی پژوهشی، کنفرانس و ۱۱ طرح پژوهشی و پژوهشگر برتر استان تهران در سال ۱۳۸۹ و بانوی نخبه دانشگاه آزاد در سال ۱۳۹۰.

پیش گفتار

خداوند بزرگ را سپاس گذاریم که توفیق نگارش این کتاب را به ما داده است. نظریه معادلات دیفرانسیل یکی از مهمترین زمینه‌های مطالعه در علم ریاضی است که کاربردهای فراوانی در شاخه‌های مختلف علوم چون فیزیک، مهندسی، اقتصاد و سایر رشته‌های علمی دارد.

کتاب حاضر قصد دارد مفاهیم اولیه روش‌های تحلیلی حل معادلات دیفرانسیل معمولی را آموزش دهد. برای این منظور مثال‌های حل شده بسیاری در آن گنجانده شده است.

در سراسر کتاب در تلاش بوده‌ایم که ایده‌ای کلی در مورد حل و روش بررسی معادله و جواب‌های آن ارائه دهیم و هم چنین فصل آخر کتاب را برای تاکید بیشتر بر مسائل مهم ارائه داده ایم.

امیدواریم که حاصل تلاش ما مقبول دانش پرهیزان عزیز قرار گیرد و توانسته باشیم گام کوچکی در پاسخ به نیاز علم اندوزان برداریم.

در انتها از همکاری صمیمانه سرکار خانم دکتر ملیحه علی‌عسگری و جناب آقای دکتر صالح حاجی حسینلو و آقای حسن فتاحی که در ویرایش علمی این کتاب کمال همکاری را داشته‌اند تشکر و قدردانی می‌نماییم.

لازم می‌دانیم یادآور شویم در صورت مشاهده هر گونه اشکالات علمی و تایپی ما را توسط آدرس y_nej@yahoo.com مطلع فرماید.

مؤلفان

تابستان یک‌هزار و سیصد و نود

www.ketab.ir

«فهرست»

فصل ۱ مفاهیم اولیه و مرور کلی بر معادلات دیفرانسیل..... ۱

۱-۱ مقدمه..... ۲

۲-۱ مفاهیم پایه‌ای..... ۲

۱-۲-۱ معادله دیفرانسیل..... ۲

۲-۲-۱ مرتبه و درجه معادلات دیفرانسیل..... ۴

۳-۲-۱ انتگرال معادله دیفرانسیل..... ۵

۳-۱ ارزیابی مقدماتی ماهیت انتگرال‌های معادلات دیفرانسیل..... ۶

۴-۱ معادله‌های دیفرانسیل و هندسه..... ۸

۱-۴-۱ میدان سوهای معادله دیفرانسیل مرتبه اول..... ۸

۲-۴-۱ معادله دیفرانسیل و خانواده خم‌ها..... ۹

۳-۴-۱ جواب‌های تکین، پوش‌های خانواده‌های خم‌ها..... ۱۲

۴-۴-۱ خانواده مماس‌های سهمی $y = x^2$ ، (شکل ۷-۱)..... ۱۳

۵-۴-۱ هم شیب‌ها، مسیرهای متعامد..... ۱۵

۵-۱ انواع انتگرال‌پذیرهای - مقدماتی..... ۱۷

۱-۵-۱ معادله دیفرانسیل از نوع $y' = g(x)$ ۱۸

۲-۵-۱ معادله دیفرانسیل از نوع $y' = h(y)$ ۱۸

۳-۵-۱ معادلات دیفرانسیل با متغیرهای تفکیک‌پذیر..... ۱۹

- ۱-۵-۴ معادله دیفرانسیل همگن ۲۱
- ۱-۵-۵ معادله دیفرانسیل خطی $y' + p(x)y + q(x) = 0$ ۲۳
- ۱-۵-۶ معادله دیفرانسیل برنولی $y' + p(x)y + q(x)y^n = 0$ ۲۵
- ۱-۶-۱ انتگرال گیری معادله دیفرانسیل مرتبه اول دلخواه ۲۶
- ۱-۶-۱ معادله دیفرانسیل کامل ۲۷
- ۱-۶-۲ روش حل معادله دیفرانسیل کامل ۲۸
- ۱-۶-۳ روش عامل انتگرال گیری ۳۰
- ۱-۷ معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه بالاتر ۳۱
- ۱-۸ معادلات دیفرانسیل همگن خطی مرتبه دوم با ضرایب ثابت ۳۴
- ۱-۹ معادله دیفرانسیل ناهمگن خطی مرتبه دوم ۳۹
- ۱-۹-۱ جواب های خصوصی معادله دیفرانسیل خطی ناهمگن مرتبه دوم با ضرایب ثابت
به ازای توابع خاص سمت راست ۴۱
- ۱-۱۰ ملاحظات دیگر ۴۴
- ۱-۱۰-۱ شیوه های انتگرال گیری در عمل ۴۴
- فصل ۲ معادلات دیفرانسیل مرتبه اول ۵۱
- ۱-۲ مقدمه ۵۲
- ۲-۲ تعاریف و مفاهیم ۵۲
- ۱-۲-۲ معادلات دیفرانسیل ۵۲

- ۵۲ ۲-۲-۲ معادله دیفرانسیل معمولی
- ۵۳ ۳-۲-۲ معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی
- ۵۳ ۴-۲-۲ مرتبه معادله دیفرانسیل
- ۵۴ ۵-۲-۲ درجه معادله دیفرانسیل
- ۵۴ ۶-۲-۲ جواب معادله دیفرانسیل
- ۵۴ ۷-۲-۲ جواب عمومی معادله دیفرانسیل
- ۵۵ ۸-۲-۲ مساله با مقدار اولیه
- ۵۵ ۹-۲-۲ جواب خصوصی یک معادله دیفرانسیل
- ۵۵ ۱۰-۲-۲ جواب منفرد یا غیر یکتا
- ۵۸ ۱۱-۲-۲ پوش خانواده منحنی ها
- ۵۸ ۱۲-۲-۲ مسیرهای متعامد
- ۵۹ ۱۳-۲-۲ تعریف مسیرهای متعامد
- ۵۹ ۱۴-۲-۲ روش تعیین مسیرهای متعامد
- ۶۰ ۳-۲ معادله دیفرانسیل مرتبه اول
- ۶۰ ۱-۳-۲ معادله دیفرانسیل جدایی پذیر (تفکیک پذیر)
- ۶۵ ۲-۳-۲ معادله دیفرانسیل همگن
- ۷۲ ۳-۳-۲ تعریف معادله دیفرانسیل کامل
- ۷۸ ۴-۳-۲ فاکتورهای انتگرال گیری
- ۷۹ ۵-۳-۲ محاسبه عامل انتگرال ساز
- ۹۲ ۴-۲ معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه اول
- ۹۴ ۱-۴-۲ روش تغییر پارامترها برای حل معادله ای دیفرانسیل خطی مرتبه اول

۹۶	۲-۴-۲ معادله ی برنولی.....
۱۰۰	۳-۴-۲ معادله ی ریکاتی.....
۱۰۲	۴-۴-۲ معادله ی کلرو.....
۱۰۴	۵-۴-۲ معادله لاگرانژ.....
۱۰۶	۵-۲ معادلات دیفرانسیل مرتبه های بالاتر قابل تبدیل به معادلات مرتبه اول
۱۱۰	تمرین های فصل دوم.....
۱۱۶	فصل ۳ معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم و بالاتر.....
۱۱۶	۱-۳ مقدمه.....
۱۱۸	۲-۳ معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم.....
۱۲۰	۳-۳ حل معادلات دیفرانسیل خطی همگن با ضرایب ثابت.....
۱۲۳	۴-۳ معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه n ام همگن.....
۱۲۴	۱-۴-۳ حل معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه n ام همگن با ضرایب ثابت.....
۱۲۶	۲-۴-۳ حل معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم غیرهمگن با ضرایب ثابت.....
۱۳۶	۳-۴-۳ تعیین جواب های خصوصی معادله دیفرانسیل مرتبه دوم غیرهمگن به روش تغییر پارامترها.....
۱۴۰	۵-۳ اپراتور معکوس.....
۱۴۵	۱-۵-۳ حل معادلات دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت به وسیله روش اپراتورها.....

۱۵۲	۲-۵-۳ جمع‌بندی حالات خاص برای معادله‌ی دیفرانسیل مرتبه‌ی دوم.....
۱۶۶	۳-۵-۳ بررسی حالت خاص (معادله دیفرانسیل خطی مرتبه دوم کامل).....
۱۷۲	تمرین‌های فصل سوم.....
۱۷۷	فصل ۴ تبدیل لاپلاس
۱۷۸	۴-۱ مقدمه.....
۱۷۹	۴-۲ تعریف لاپلاس.....
۱۸۵	۴-۳ ویژگی‌های تبدیلات لاپلاس.....
۱۸۵	۴-۳-۱ خطی بودن تبدیلات لاپلاس.....
۱۸۸	۴-۳-۲ تبدیل لاپلاس انتگرال.....
۱۹۰	۴-۳-۳ تبدیل $f(at)$
۱۹۰	۴-۳-۴ تبدیل مشتق در تبدیل لاپلاس.....
۱۹۲	۴-۴ توابع پله‌ای.....
۲۰۳	۴-۵ مشتق‌گیری از تبدیل لاپلاس.....
۲۰۴	۴-۶ تبدیل لاپلاس توابع به‌طور قطعه‌ای پیوسته.....
۲۰۵	۴-۷ تابع دلتای دیراک.....
۲۰۷	۴-۸ انتگرال‌های تلفیقی.....

۴-۹ خواص توابع تلفیقی ۲۰۸

۴-۹-۱ حل دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت با استفاده از تبدیلات

لاپلاس ۲۱۲

تمرین های فصل چهارم ۲۲۳

فصل ۵ حل معادلات دیفرانسیل با استفاده از سری ها ۲۲۹

۵-۱ مقدمه ۲۳۰

۵-۲ سری ها ۲۳۱

۵-۳ سری هندسی ۲۳۵

۵-۴ آزمون های همگرایی سری ها ۲۳۸

۵-۴-۱ آزمون انتگرال ۲۳۸

۵-۴-۲ آزمون مقایسه ۲۴۰

۵-۴-۳ آزمون مقایسه ای حدی ۲۴۲

۵-۴-۴ آزمون ریشه ۲۴۶

۵-۴-۵ آزمون نسبت ۲۴۷

۵-۵ همگرایی مطلق و مشروط ۲۵۰

۵-۶ سری های متناوب ۲۵۱

۵-۷ سری تابع ۲۵۶

۸-۵	سری توانی - سری تیلور - سری مکلورن	۲۵۸
۹-۵	نقاط معمولی و منفرد	۲۶۹
۱۰-۵	جواب های سری معادلات دیفرانسیل (در یک نقطه معمولی)	۲۷۰
۱۱-۵	نقاط منفرد منظم معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم	۲۷۶
۱۲-۵	حالتی که معادله شاخص دارای ریشه های برابر است	۲۸۲
۱۳-۵	بررسی حالت کلی	۲۸۲
۱۴-۵	توابع بسل	۲۸۵
۱-۱۴-۵	تابع گاما	۲۸۵
۲-۱۴-۵	حل معادله دیفرانسیل بسل	۲۸۷
۳-۱۴-۵	توابع بسل از نوع دوم	۲۸۹
۴-۱۴-۵	خواص توابع بسل	۲۹۰
۵-۱۴-۵	روابط بازگشتی	۲۹۰
	تمرین های فصل پنجم	۲۹۱
	فصل ۶ حل دستگاه معادلات دیفرانسیل	۲۹۶
۱-۶	مقدمه	۲۹۶
۲-۶	دستگاه های معادلات خطی مرتبه اول	۲۹۶

۳-۶ حل دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت با استفاده از	عملگرها.....
۲۹۸	
۴-۶ تبدیل دستگاه معادلات دیفرانسیل مراتب بالاتر به دستگاه معادلات	دیفرانسیل مرتبه اول.....
۳۰۰	
۵-۶ حل دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی همگن با ضرایب ثابت با استفاده از	مقادیر ویژه.....
۳۰۱	
۶-۶ استفاده از تبدیلات لاپلاس در حل دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی با	ضرایب ثابت.....
۳۰۵	
فصل ۷ حل معادلات غیر خطی.....	۳۱۳
۱-۷ مقدمه.....	۳۱۴
۲-۷ برخی از تفاوت های میان معادلات خطی و غیر خطی.....	۳۱۴
۳-۷ روش استفاده از بسط تیلور.....	۳۱۶
۴-۷ روش خطی سازی.....	۳۱۸
۵-۷ روش آدومیان.....	۳۱۹
۱-۵-۷ حل یک معادله مرتبه اول با روش آدومیان.....	۳۲۱
۲-۵-۷ حل یک معادله مرتبه دوم با روش آدومیان.....	۳۲۲
تمرین های فصل هفتم.....	۳۲۴

فصل ۸ حل عددی معادلات دیفرانسیل ۳۲۷

۸-۱ مقدمه ۳۲۸

۸-۲ حل معادلات دیفرانسیل با استفاده از سری تیلور ۳۲۸

۸-۳ روش اویلر ۳۳۱

۸-۴ روش اویلر اصلاح شده ۳۳۲

۸-۵ روش های رانگ-کوتا ۳۳۴

۸-۵-۱ رانگ-کوتای مرتبه دوم ۳۳۴

۸-۵-۲ رانگ-کوتای مرتبه سوم ۳۳۵

۸-۵-۳ رانگ-کوتای مرتبه چهارم ۳۳۶

۸-۶ روش های چند گامی ۳۳۷

۸-۶-۱ روش های صریح ۳۳۸

۸-۶-۲ روش های ضمنی ۳۴۰

۸-۷ معادلات دیفرانسیل مراتب بالاتر و دستگاه معادلات دیفرانسیل ۳۴۲

تمرین های فصل هشتم ۳۴۵

فصل ۹ مساله های حل شده ۳۵۱

۹-۱ مساله های مربوط به فصل دوم ۳۵۲

۳۷۷ ۲-۹ مساله های مربوط به فصل سوم.

۳۹۴ ۳-۹ مساله های مربوط به فصل چهارم.

۴۰۴ ۴-۹ مساله های مربوط به فصل پنجم.

۴۱۹ ۵-۹ مساله های مربوط به فصل ششم.

۴۲۵ پیوست ها

۴۹۳ مراجع

۴۹۴ نمایه