

عملگرهای مقعر و بررسی خواص آن

سرشناسه	محمدي، علي، ۱۳۵۶ اسفند-
عنوان و نام پندآور	عملگرهای مقعر و بررسی خواص آن/نگارنده علي محمدي؛ ويرايش احمد شکوري صمد.
مشخصات نشر	قم: باثبات دانش، ۱۳۹۹.
مشخصات ظاهري	۸۳ ص.
شابک	978-600-985716-6: ۲۵۰۰۰۰ ريال
وضعيت فهرست نویسی	فيا
یادداشت	واژه نامه
یادداشت	کتابنامه: ص ۸۱-۸۳.
موضوع	توابع مقعر -- راهنمای آموزشی (عالی)
موضوع	Concave functions -- Study and teaching (Higher)
رده بندی کنگره	QA353
رده بندی دیویی	۵۱۵/۸۸
شماره کتابشناسی ملی	۶۱۳۷۳۶۱

نگارنده:

علي محمدي

تقدیم به:

برادرم
جانباز (معلم) شهید
کامیاب محمدی.

www.Ketab.ir



تالیف : علی محمدی

ناشر: بنیان دانش

صفحه آرا: علی محمدی

طراح جلد: احمد شکوری صمد

ویرایش: احمد شکوری صمد

تاریخ چاپ: ۱۳۹۹

نوبت چاپ: اول

شمارگان: ۵۰۰

قیمت: ۲۵۰۰۰ تومان

شابک: 978-600-98571-6-6

آدرس الکترونیکی: shakourisamad@gmail.com

کلیه حقوق برای انتشارات بنیان دانش محفوظ است.

آدرس: قم، بلوار آیت اله کاشانی، کوچه ۶۴، پلاک ۱۶

تلفن: ۰۹۱۲۰۷۷۴۲۵۱

فهرست مطالب

۹	پیش نیازها	۱
۱۰	تعریف ها و قضیه ها	۱.۱
۲۱	عملگرهای مقعر	۲
۲۲	ویژگی های عملگرهای مقعر	۱.۲
۳۷	عملگرهای وزن دار مقعر	۲.۲
۴۲	رده هیلبرت - اشمیت و عملگرهای مقعر	۳.۲
۴۵	N - فرادوری بودن عملگرهای مقعر	۳
۴۶	تعاریف اولیه و شرایط ابردوری بودن	۱.۳
۵۳	یک تغییر دو طرفه طولیا برای ابردوری ضعیف	۲.۳
۶۱	وضعیت عملگرهای انتقال وزن دار مقعر بر گروه ها و ابرگروه ها	۴
۶۲	ابرگروه های موضعا فشرده	۱.۴
۶۷	وضعیت عملگرهای انتقال وزن دار مقعر بر ابرگروه ها	۲.۴
۷۳	واژه نامه ی انگلیسی به فارسی	
۷۷	واژه نامه ی فارسی به انگلیسی	
۸۰	کتاب نامه	

مقدمه

در این کتاب خواص عملگرهای مقعر مورد بررسی قرار می‌گیرد و نشان داده می‌شود که اگر T عملگر مقعر باشد آنگاه هر توانی از T نیز مقعر است. عملگرهای مقعر و عملگرهای مقعر وزن دار در آنالیز هارمونیک به عنوان یک موضوع تحقیقاتی مطرح می‌باشند. تعریف یک عملگر مقعر برآمده از تعریف دنباله‌های مقعر است. می‌دانیم که دنباله‌ی حقیقی (a_n) مقعر نامیده می‌شود هرگاه:

$$a_{n+2} - 2a_{n+1} + a_n \leq 0. \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

آشکارا هر عملگر طولیا، مقعر است. همچنین عملگرهای برائونی و دوگان کوشی عملگرهای از نوع برگمن، رده‌هایی از عملگرهای مقعر هستند.

در این کتاب نشان می‌دهیم که اگر T یک عملگر مقعر باشد، آنگاه هر توان نامنفی آن نیز چنین است. به علاوه، شرایط لازم و کافی ارائه می‌شود تا تحت آن یک انتقال وزن دار رو به جلو مقعر باشد. همچنین نشان می‌دهیم که انتقالهای وزن دار دو طرفه مقعر، طولیا هستند.

دینامیک خطی عملگرها شاخه‌ای از نظریه عملگرها است که به هنگام مطالعه مسئله مشهور زیرفضاهای پایا پدید آمد و به خصوص مطالعه عملگرهای فرادوری به سال ۱۹۷۴ بر می‌گردد [۱۶]. همچنین عملگرهای N - فرادوری برای اولین بار در کارهای فلدمن^۱ پدیدار شدند [۱۲]. یادآوری می‌کنیم که برای یک زیرمجموعه E از فضای هیلبرت H و $T \in B(H)$ مدار E تحت T به صورت $orb(T, E) = \{T^n x : n > 0, x \in E\}$ تعریف می‌شود.

به ازای هر عدد صحیح $1 \leq N$ عملگر T را N - فرادوری نامیم هرگاه H یک زیر فضای N بعدی داشته باشد به طوری که $orb(T, E)$ در H چگال باشد. هر عملگر 1 - فرادوری، فرادوری نامیده می‌شود. به علاوه اگر E تک عضوی و $orb(T, E)$ در H چگال باشد، T ابردوری نامیده می‌شود. آشکارا هر عملگر ابردوری، فرادوری است و هر عملگر فرادوری، N - فرادوری است. اما عکس آن درست نیست [۱۲]. در اینجا نشان خواهیم داد که هر عملگرهای مقعر، N - فرادوری نیستند. به علاوه شرایط لازم و کافی ارائه می‌شود تا ضربهای چپ و راست روی کلاس هیلبرت - اشمیت عملگرها مقعر باشند.

در فصل اول، تعریف و نتایجی از آنالیز تابعی و آنالیز هارمونیک در خصوص تقعر در فضای هیلبرت را که در فصلهای بعد مورد استفاده قرار می‌گیرند، مورد بررسی قرار می‌دهیم. در فصل دوم، ابتدا تعریف تقعر در فضای هیلبرت را بیان نموده و در ادامه ثابت می‌کنیم که اگر T مقعر باشد در اینصورت T^m برای $n \geq 2$ ، مقعر است.

^۱Feldman

همچنین نشان می‌دهیم که هر عملگر مقعر روی فضای هیلبرت متناهی‌البعد، یکتا است. در ادامه عملگر جابجایی وزن‌دار یک طرفه و دو طرفه را معرفی و ویژگی‌های آن را بیان می‌کنیم.

در فصل سوم، فرض می‌کنیم X یک فضای باناخ و $T: X \rightarrow X$ خطی و کران‌دار است. در این صورت $orb(T, E)$ و فرادوری بودن را تعریف می‌کنیم. در ادامه شرط ابردوری بودن را بیان و ثابت می‌کنیم که هیچ عملگر مقعری، N -فرادوری نیست. در قسمت دوم این فصل، فضای باناخ $C_0(\mathbb{Z})$ و عملگر فرادوری ضعیف را تعریف و شرایط آن را برای یک عملگر مقعر بررسی می‌کنیم.

در فصل چهارم این کتاب رده‌ی هیلبرت - اشمیت را تعریف و خواص آن را در حالت‌های مختلف بیان می‌کنیم.

در فصل آخر این کتاب با استفاده از تابع وزن و یک عنصر ثابت در مرکز یک ابرگروه عملگر انتقال وزن‌دار بر ابرگروه‌های موضعا فشرده را مورد توجه قرار می‌دهیم و شرایط لازم و کافی می‌یابیم که تحت آن، عملگر مذکور مقعر باشد. نتایج مندرج در این فصل از کتاب به صورت مقاله‌ی زیر در یک مجله تخصصی چاپ شده است:

S. M. Tabatabaie and A. Mohammadi, A Characterization of Concave Weighted Translation Operators, to appear in Gen. Math. Notes.