

۲۰۷۷۳۴۶

السلامة للجميع

ابردوری بودن عملگرهای خطی استاندارد
در فضای هیلبرت

مؤلف :

فرزانه رحیمی

سرشناسه	:	رحیمی، فرزانه، ۱۳۶۶
عنوان و نام پدیدآور	:	ابردوری بودن عملگرهای خطی کراندار در فضای هیلبرت/ مولف فرزانه رحیمی.
مشخصات نشر	:	تهران: گروه آموزشی مدرس: سنجش و دانش، ۱۳۹۸.
مشخصات ظاهری	:	۴۱ص.
شابک	:	۹۷۸-۶۲۲-۲۱۶-۳۷۱-۶
وضعیت فهرست نویسی	:	فپا
موضوع	:	عملگرهای خطی
موضوع	:	Linear operators
موضوع	:	فضای هیلبرت
موضوع	:	Hilbert space
موضوع	:	ابرفضا
موضوع	:	Hyperspace
رده بندی کنگره	:	۲۳/۱۵۰۹
رده بندی دیویی	:	۲/۵۱۵
شماره کتابشناسی ملی	:	۰۰۰۶۱۳۷

www.sanjesh.ir
sanieshodanesh@iran.ir

عنوان: ابردوری بودن عملگرهای خطی کراندار در فضای هیلبرت

مولف: فرزانه رحیمی

ناشر: انتشارات سنجش و دانش

نوبت چاپ: اول ۱۳۹۸

صفحه آرای: مهدیه مخبری

طراح جلد: مهتاب دوستی

ناظر: نسرين خالي

قطع و تیراژ: وزیری، ۵۰۰ نسخه

«کلیه حقوق برای مؤلف محفوظ است»

بهاء: ۲۰۰۰۰۰ ریال

چاپ و نشر: تهران، ملارد، مارلیک، بلوار هفت تیر، مجتمع تجاری اداری امیر، آکادمی تخصصی دکتری

مرکز پخش: تهران، خیابان انقلاب، خیابان دانشگاه، پلاک ۱۲۶

تلفن تماس: ۰۲۱-۶۵۱۴۰۰۲۷

فهرست مطالب

عنوان	صفحه
مقدمه	۱
فصل اول	۱
تعاریف و قضایای مقدماتی	۱
بخش ۱.۱: فضاهاى اساسی	۴
فصل دوم	۴
ابردوری زیرفضاى	۴
بخش ۱.۲: تعاریف اولیه و چند مثال ریاضی	۱۴
فصل سوم	۱۴
محک ابردوری زیرفضایى	۱۴
بخش ۱.۳: تعاریف و مفاهیم اولیه	۲۱
فصل چهارم	۲۱
بعدهای متناهی	۲۱
منابع:	۳۹

www.ketab.ir

مقدمه

یکی از شاخه های مدرن ریاضی محض، مطالعه ابردوری بودن عملگرهاست که توسط مطالعات جی . دی . بیرهوف، در ارتباط با مدارهای عملگرها روی فضای توابع نام آغاز شد. ویژگی ابردوری بودن، اولین بار در سال ۱۹۲۹ در یکی از کارهای بیرهوف مشاهده شده است. وی به وجود تابع نام که انتقال هایش در فضای توابع تحلیلی چگال است پی برد. سپس دانشمندان آنالیز تابعی به توسعه شاخه ای از ریاضیات پرداختند، که اینک به نام نظریه عملگرها خوانده می شود.

کارل کیتای (C.Kitai) در سال ۱۹۸۲، نشان داد که اگر عملگری ابردوری باشد، آنگاه هر مولفه از طیف آن دایره واحد، قطع می کند) هرزیر مجموعه همبند ماکسیمال را یک مولفه می گویند).

همچنین عملگر خطی کراندار روی فضای باناخ تفکیک پذیر H ، ابردوری نامیده می شود، اگر برداری مانند x وجود داشته باشد بطوریکه $orb(T, x) = H$ ، بردار x را بردار ابردوری برای عملگر می نامیم. عملگرهای ابردوری روی فضای باناخ با ابعاد متناهی وجود ندارند. اولین مثال از یک عملگر ابردوری روی فضای باناخ مثالی از یک عملگر یسرو روی l^p با ضریب مختلط λ با قدر مطلق بزرگ تر از یک است. یکی از دلایلی که ابردوری قابل توجه است ارتباط آن با زیر مجموعه پایاست.

آیا هر عملگر کراندار روی فضای باناخ زیرمجموعه بسته پایای غیر بدیهی دارد؟ یک عملگر زیر مجموعه بسته پایای غیر بدیهی ندارد اگر و فقط اگر هر بردار غیر صفر از ابردوری باشد. [۱۲] چنین عملگرهایی روی فضای باناخ وجود دارند اما وجود آنها یک مسئله باز در فضای هیلبرت است.

در این کتاب عملگرهای ابردوری زیرفضایی را معرفی می کنیم و مورد بررسی قرار می دهیم. این عملگرها توسط مادور (Mador) و مارتینزآوندانو (Martinez-Avendano) معرفی شده اند.

فرض کنید $N_0 := \mathbb{N} \cup \{0\}$ و $orb(T, x) := \{T^n x : n \in N_0\}$ اگر $orb(T, x) \cap orb(T, x) = \{0\}$

در M برای زیرفضای غیر صفر M چگال باشد عملگر T را ابردوری زیر فضایی گوئیم.

این کتاب به صورت زیر سازمان دهی شده است، در فصل اول تعاریف و قضایای مقدماتی آورده شده که در فصل های بعدی به آنها نیاز داریم. در فصل دوم مفهوم ابردوری زیرفضایی و چند نمونه «بدیهی» را بیان می کنیم. موارد بدیهی بدین گونه هستند که زیر فضای M تحت عملگر پایا است. در فصل سوم وجود موارد غیر بدیهی را نشان می دهیم برای این کار مفهوم ترایای زیرفضایی را بیان کرده و نشان می دهیم که «محک ابردوری زیرفضایی» برقرار است. همچنین با ارائه مثال بیشتر نشان می دهیم که محک گفته شده یک شرط لازم نیست. مثال هایی که در این فصل بیان می کنیم همه بر پایه عملگر پسر و $\mathcal{L}^2$ می باشند.

در فصل چهارم ثابت می کنیم که ابردوری زیرفضایی، مثل ابردوری یک مفهوم خاص با ابعاد بی نهایت است. برای مثال اگر یک عملگر، ابردوری زیرفضایی برای زیر فضای M باشد، آنگاه M متناهی البعد نیست. علاوه بر این عملگرهای فشرده یا ابرنرمال نمی توانند ابردوری زیرفضایی باشند.