



ریاضیات مهندسی (میکرو طبقه بندی) کارشناسی ارشد - دکتری

مؤلف: مهندس حسین نامی

چاپ بیست و چهارم - پاییز ۱۳۸۸

که از این سوی کشندم، که از آن سوی کشندم
زچه اصلم؟ زچه فصلم؟ زچه بازار خرندم؟
نفسی زین دو بروم، که بر آن بام بلندم
(دیوان شمس)

م من؟ چه کنم من؟ که بسی وسوسه مندم
ی آتش سوزان، نفسی سیل گریزان
ی رهزن و غولم، نفسی تند و ملولم

خدا یا چنان کن سرانجام کار
تو خوشد باشی و ما رسگار

مدرسایان شریف

رئیس کارشناسی ارشد و دکتری



ریاضیات مهندسی (میکرو طبقه‌بندی شده)

این کتاب ریاضی مهندسی به سبک مدرن، ساده، و کاربردی نوشته شده و برای دانشجویان و پژوهشگران در زمینه‌های مهندسی و علوم پایه کاربرد دارد. این کتاب به سبک مدرن و کاربردی نوشته شده و برای دانشجویان و پژوهشگران در زمینه‌های مهندسی و علوم پایه کاربرد دارد.

مؤلف: جناب حسین حسینی

سرشناسه: نامی، حسین، ۱۳۵۵-

عنوان و نام پدیدآور: ریاضیات مهندسی (میکرو طبقه‌بندی شده)
(کارشناسی ارشد - دکتری) / مؤلف حسین نامی.

مشخصات نشر: تهران: مدرسان شریف، ۱۳۹۸.

مشخصات ظاهری: [۸]: ۵۱۶ ص: ۲۲ × ۲۹ سم.

شابک: 978-964-11-9081-3

وضعیت فهرست نویسی: فیا - فهرست شده

یادداشت: چاپ بیست و چهارم (چاپ اول - میکرو طبقه‌بندی شده)

شماره کتابشناسی ملی: ۵۹۳۱۶۷۴

شناسنامه

نام کتاب: ریاضیات مهندسی (چاپ اول میکرو طبقه‌بندی شده) - کارشناسی ارشد - دکتری

مؤلف: مهندس حسین نامی

ناشر: انتشارات مدرسان شریف

تیراژ: ۲۰۰۰ نسخه

تاریخ چاپ اول: ۱۳۸۵

نوبت چاپ: بیست و چهارم (چاپ اول میکرو طبقه‌بندی شده)

تاریخ چاپ: آبان‌ماه ۱۳۹۸

حروف چینی: واحد تایپ انتشارات مدرسان شریف

چاپ و صحافی: مهدی - مینو

قیمت: ۱۲۵۰۰۰ تومان

شابک: 978-964-11-9081-3

هر گونه استفاده از مطالب این کتاب اعم از بازنویسی، خلاصه‌سازی، نقل مطالب آموزشی، استفاده از سؤالات یا برداشت به صورت دست‌نویس، کپی، تکثیر و یا هر گونه چاپ سنتی و دیجیتالی، استفاده به صورت کتاب الکترونیک، فشرده، قرار دادن مطالب بر روی اینترنت و وب سایت‌ها و یا هر گونه شبکه کامپیوتری دیگر و به طور کل هر گونه اشخاص حقیقی و حقوقی در جهت منافع معنوی و مادی خود، بدون اجازه کتبی ناشر ممنوع و بر اساس بند (قانون حمایت از حقوق مؤلفان و مصنفان و قوانین مربوط به جرایم رایانه‌ای کشور قابل پیگیری در محاکم قضایی

خدایا، مرا آن ده که آن به

«مقدمه چاپ بیست و چهارم مؤلف»

تقدیم به پدر و مادر عزیزم

افزایش روزافزون فارغ‌التحصیلان دوره‌های کارشناسی و کارشناسی ارشد و اشتیاق آنها برای ورود به دوره‌های کارشناسی ارشد و دکترا و کمبود کتب مناسب جهت آمادگی آزمون‌های کارشناسی ارشد و دکترا، هدف اصلی نگارش و چاپ این کتاب می‌باشد.

با توجه به این که درس «ریاضیات مهندسی» معمولاً در سال دوم تحصیلی توسط دانشجویان دوره‌های کارشناسی گذرانده می‌شود و پس از گذشت دو سال از آن، مطالب فرا گرفته شده تقریباً به فراموشی سپرده می‌شود، لذا این کتاب با نگارش ساده و اجتناب از بیان مطالب غیرضروری (اثبات فرمول‌ها و ...) سعی بر این داشته که دانشجویان جهت موفقیت در آزمون کارشناسی ارشد در کمترین زمان بهترین نتیجه‌گیری را داشته و دیگر نیازی به مراجعه به کتب دیگر نداشته باشند. از ویژگی‌های بارز این کتاب نسبت به دیگر کتب موجود در این زمینه موارد زیر را می‌توان نام برد:

(۱) مطالب کتاب به صورت کاملاً ساده و با توضیحات فارسی فراوان به همراه مثال‌های تألیفی فراوان ارائه شده است و عقیده دارم با خواندن این کتاب نیاز به خواندن هیچ کتاب دیگری در این درس نخواهید داشت.

(۲) هر فصل کتاب به صورت میکروطبقه‌بندی جمع‌آوری شده است. به این مفهوم که هر فصل به زیربخش‌هایی تحت عنوان «درسنامه» تقسیم شده و سؤالات و پاسخ‌های تشریحی آزمون‌های گذشته (۸۰ تا ۹۷) به همراه مثال‌های تألیفی که مربوط به آن درسنامه هستند، زیر مبحث مربوط به خود آورده شده است تا خواننده پس از فراگیری مطالب مربوطه، تست‌های آزمون‌ها را نیز مرور کند. این روش، ذهن را به یادگیری منظم کرده و انگیزه و اشتیاق یادگیری را بالاتر می‌برد.

(۳) کتاب حدوداً شامل ۱۰۰۰ تست با پاسخ‌های کاملاً تشریحی و تکراری است که از این حیث هم می‌توان کتاب را در بین کتب ریاضی مهندسی دیگر که برای این منظور تهیه شده‌اند، متمایز دانست.

(۴) در هر فصل (خصوصاً دو فصل آخر) روش‌های تستی و ردی که گذشته شده که این قسمت روش‌های حل سریع و بسیار آسان سؤالات آن فصل را بررسی کرده است، که البته حل تشریحی این نوع سؤالات نیز بعضاً در متن کتاب ارائه شده است.

(۵) سؤالات دکتری سال‌های ۹۱ تا ۹۷ هم در متن درس در درسنامه جمع‌آوری شده است.

(۶) در انتهای کتاب سؤالات آزمون کارشناسی ارشد و دکتری سال ۱۳۹۸ به همراه پاسخ‌های کاملاً تشریحی ارائه شده است.

(۷) مطالب کتاب به گونه‌ای تدوین گردیده که می‌تواند به عنوان مرجع کامل درس ریاضیات مهندسی جهت موفقیت در امتحانات پایان ترم دانشگاه‌ها مورد استفاده قرار گیرد.

(۸) فصول این کتاب برخلاف بعضی کتب (حتی مراجع معتبر) که به نظر بنده ترتیب مناسبی برای تنظیم شده است؛ به این شکل که ابتدا در چهار فصل نخست، بحث توابع مختلط به طور کامل پشت سرهم بیان شده و دو فصل آخر، آنالیز فوریه و «معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی» که ارتباط تنگاتنگی با هم دارند، آورده شده است.

توجه به اینکه هیچ تألیفی خالی از اشکال نیست، لذا از همه استادان و دانشجویان تقاضا دارم، اشکالات این کتاب را از طریق وب سایت شخصی اینجانب به آدرس www.h-nami.ir اطلاع دهند. در ضمن در این وب سایت پشتیبان مرجع اشکال درسی نیز صورت می‌گیرد.

خاتمه جا دارد از خانم فاطمه هلیلی که تایپ و صفحه‌آرایی این مجموعه را به عهده داشتند، نهایت سپاسگزاری را داشته باشم.

«هیج» اگر سایه پذیرد، نم آن سایه «هیج»

مهندس حسین نامی

آبان‌ماه ۱۳۹۸

فصل اول: اعداد و توابع مختلط

درسنامه (I): اعداد مختلط و خواص آن

۱	اعداد مختلط
۱	اعمال حسابی در اعداد مختلط
۲	مزدوج یک عدد مختلط
۲	خواص اعداد مختلط
۲	ضرب داخلی و خارجی دو عدد مختلط
۳	شکل قطبی اعداد مختلط
۳	محاسبه‌ی اندازه و آرگومان اعداد مختلط
۴	تبدیل فرم دکارتی به فرم قطبی
۴	شکل نمایی عدد مختلط
۵	ضرب و تقسیم اعداد مختلط به فرم قطبی یا نمایی
۵	توان یک عدد مختلط و فرمول دموآور
۶	ریشه‌ی یک عدد مختلط
۷	چند نکته در مورد ریشه‌های n ام عدد یک
۷	معادلات مختلط
۸	قضیه مهم
۹	توابع در صفحه مختلط
۱۱	بررسی ساده‌ی حد شکل خاص

درسنامه (II): توابع مختلط

۱۳	نقاط شاخه‌ای و خطوط شاخه‌ای
۱۴	تابع نمایی e^z
۱۴	توابع مثلثاتی مختلط
۱۷	لگاریتم یک عدد
۱۷	مقدار اصلی لگاریتم، نقطه‌ی شاخه‌ای و خطوط شاخه‌ای
۱۹	توابع توانی به صورت z^c
۲۰	توابع هذلولی مختلط
۲۲	توابع مثلثاتی و هیپربولیک معکوس
۲۲	روابط مهم توابع معکوس هیپربولیک

درسنامه (III): حد و پیوستگی، مشتق‌پذیری، روابط کوشی ریمان و توابع تحلیلی

۲۳	حد و پیوستگی توابع مختلط
۲۳	روش‌های به‌دست آوردن حد و اثبات عدم وجود حد توابع مختلط
۲۴	مشتق توابع مختلط
۲۵	قضایای کوشی ریمان
۲۶	توابع تحلیلی
۲۶	صورت‌های دیگر کنترل برقراری شرایط کوشی ریمان
۲۷	بررسی تحلیلی بودن توابع چندضابطه‌ای
۲۸	عکس قضیه کوشی ریمان
۳۰	معادلات کوشی ریمان در مختصات قطبی
۳۴	الگوریتم ارتباط بین روابط کوشی ریمان، مشتق‌پذیری و تحلیلی بودن
۳۵	اصل بازتاب

۳۸	درسنامه (۱۳): توابع همساز و بدست آوردن مزدوج همساز
۳۸	توابع همساز
۴۱	مزدوج همساز و روش های بدست آوردن آن
۴۱	روش اول بدست آوردن مزدوج همساز
۴۲	روش دوم محاسبه ی مزدوج همساز
۴۴	روش بدست آوردن ضابطه تابع تحلیلی $f(z)$
۴۶	روش سریع در بدست آوردن $f(z)$ از روی u و v در برخی سؤالات خاص

فصل دوم: نگاشت

۴۷	درسنامه (۱): تعریف نگاشت و نگاشت همدیس
۴۷	تعریف نگاشت
۴۷	نگاشت همدیس (حافظ زاویه)
۴۹	درسنامه (۲): انواع نگاشت
۴۹	نگاشت همانی $w = f(z) = z$
۴۹	نگاشت انتقال $w = z + b$
۴۹	نگاشت $w = az$
۴۹	نگاشت خطی $w = az + b$
۴۹	نگاشت $w = z^n$
۵۰	نگاشت $w = z^r$
۵۰	نگاشت $\sqrt[n]{z}$
۵۰	نگاشت $w = \frac{1}{z}$
۵۳	نگاشت $w = e^z$
۵۳	نگاشت $w = \ln z$
۵۴	نگاشت $w = \sin z$
۵۸	نگاشت های $w = \cos z$
۵۸	نگاشت های $w = \sinh z$ و $w = \cosh z$
۵۹	نگاشت $w = z + \frac{1}{z}$
۶۱	نگاشت خطی کسری $w = \frac{az+b}{cz+d}$ (نگاشت دو خطی یا موبیوس)
۶۳	درسنامه (۳): تبدیل سه نقطه توسط نگاشت کسری و تعریف نقاط ثابت یک نگاشت
۶۳	تبدیل سه نقطه توسط نگاشت کسری
۶۴	نقاط ثابت یک نگاشت
۶۵	درسنامه (۴): نگاشت های ترکیبی و متوالی
۷۱	جمع بندی انواع سؤالاتی که در حوزه نگاشت مطرح می شود
۷۶	درسنامه (۵): محاسبه مساحت تبدیل یافته یک ناحیه

فصل سوم: انتگرال گیری از توابع مختلط

۷۸	مقدمه
۷۹	نواحی همبند ساده و همبند چندگانه
۸۰	درسنامه (I): انتگرال توابع غیر تحلیلی
۸۴	شکل مختلط قضیه گرین
۸۷	درسنامه (II): انتگرال گیری از توابعی که تحلیلی هستند یا فقط در چند نقطه غیر تحلیلی هستند
۸۷	قضیه کوشی - گورسا
۸۷	فرمول انتگرال کوشی
۸۸	قضیه (تعمیم قضیه کوشی برای نواحی همبند چندگانه)
۹۰	استفاده از فرمول تابع اولیه و انتگرال گیری عادی
۹۱	درسنامه (III): چند قضیه مهم در مورد توابع مختلط
۹۱	کران بالای قدر مطلق یک انتگرال مختلط
۹۱	نامساوی کوشی
۹۱	قضیه مدول
۹۲	قضیه مدول ماکزیمم (اصل ماکزیمم قدر مطلق) و مدول مینیمم (اصل مینیمم قدر مطلق)
۹۴	قضیه لورانت
۹۵	قضیه لورانت
۹۶	قضیه مقدار میانگین گاور

فصل چهارم: سری های مختلط، محاسبه مانده و انتگرال گیری به کمک قضیه مانده ها

۹۷	درسنامه (I): سری های مختلط
۹۷	دنباله های مختلط
۹۸	سری های مختلط
۹۸	تعریف همگرایی مطلق و مشروط
۹۸	سری های توانی و به دست آوردن شعاع همگرایی آنها
۹۹	سری های تابعی و به دست آوردن ناحیه همگرایی آنها
۱۰۱	قضیه تیلور
۱۰۱	دسته بندی روش های به دست آوردن بسط های مک لورن
۱۰۵	قضیه لوران (لورانت)
۱۰۶	دستور العمل نوشتن بسط لوران برای توابع کسری
۱۰۸	خلاصه و جمع بندی روش نوشتن بسط لوران در توابع کسری
۱۱۵	درسنامه (II): انواع نقاط تکین و محاسبه مانده
۱۱۵	تعریف نقطه تکین
۱۱۷	تکین برداشتنی
۱۱۷	تکین اساسی
۱۱۸	قطب
۱۱۸	تعیین مرتبه قطب
۱۱۹	دسته بندی نقاط تکین

۱۲۰	صفر تابع
۱۲۱	مانده (باقیمانده) $f(z)$ در یک نقطه
۱۲۱	روش اول در محاسبه مانده
۱۲۵	روش دوم در محاسبه مانده
۱۲۶	روش سوم در محاسبه مانده
۱۲۶	محاسبه مانده توابع خاص
۱۳۰	بررسی رفتار تابع در بی‌نهایت
۱۳۰	محاسبه مانده در بی‌نهایت
۱۳۲	درسنامه (۱۳): محاسبه انتگرال توابع مختلط به کمک قضیه مانده‌ها
۱۵۲	محاسبه راحت‌تر انتگرال با استفاده از قطب‌های خارج از مرز
۱۵۳	نکته تکمیلی قضیه مانده‌ها
۱۵۶	درسنامه (۱۴): محاسبه انتگرال توابع حقیقی و برخی سری‌های عددی به کمک قضیه مانده‌ها
۱۵۶	۱- محاسبه انتگرال‌هایی به صورت $\int_0^{2\pi} f(\cos \theta, \sin \theta) d\theta$
۱۵۷	۲- محاسبه انتگرال‌هایی به فرم کلی $I = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx$
۱۵۹	۳- محاسبه انتگرال‌هایی به فرم کلی $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cos ax dx$ و $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \sin ax dx$
۱۶۲	۴- محاسبه نوع دیگری از انتگرال‌های حقیقی
۱۶۶	محاسبه انتگرال‌هایی که تابع زیر انتگرال دارای نقطه یا خط شاخه‌ای است
۱۷۳	جواب نهایی چند انتگرال مهم
۱۷۳	به‌دست آوردن مقدار بعضی از سری‌ها با کمک گرفتن از روش مانده‌ها
۱۷۴	نظریه مانده‌ها و محاسبه معکوس لاپلاس تابع
۱۷۶	درسنامه (۱۵): چند قضیه مفهومی ریاضی
۱۷۶	قضیه شناسه
۱۷۶	اصل آوند
۱۷۷	قضیه روشه

فصل پنجم: سری فوریه، انتگرال و تبدیل فوریه

۱۷۹	درسنامه (۱): سری فوریه
۱۷۹	مقدمه
۱۸۰	روش انتگرال‌گیری جزء به جزء
۱۸۱	انتگرال‌گیری جزء به جزء به کمک تشکیل جدول
۱۸۴	توابع به طور مجازی متناوب
۱۸۶	ضرب داخلی توابع - تعامد
۱۸۷	سری فوریه
۱۸۷	خلاصه روش حل و نکات مهم در مسائل سری فوریه
۱۹۶	بسط‌های نیم‌دامنه‌ای (سری‌های فوریه سینوسی و کسینوسی)
۲۰۳	ایستگاه نکات مهم تستی شماره (۱): بدست آوردن مقدار سری فوریه در یک نقطه‌ی خاص
۲۰۸	ایستگاه نکات مهم تستی شماره (۲): مطالب مهم در حل برخی تست‌های سری فوریه

۲۱۱	ایستگاه نکات مهم تستی شماره (۳): دامستان علامت اولین کسینوس و سینوس
۲۱۴	دامستان تقارن نیم موج (داشتن هارمونیک های زوج یا فرد)
۲۱۸	شرایط وجود سری فوریه
۲۱۹	قضیه دیریکله
۲۲۱	سرعت همگرایی ضرایب سری فوریه
۲۲۴	وجود تقارن مخفی
۲۲۵	مشق گیری از سری فوریه
۲۲۵	انتگرال گیری از سری فوریه
۲۲۹	سری فوریه مختلط
۲۳۰	سری فوریه دوگانه
۲۳۲	انواع دیگر سری های فوریه
۲۳۲	سری لژاندر - فوریه
۲۳۳	سری بیسل - فوریه
۲۳۴	سری سیلهی توابع مثلثاتی (کمترین مجموع مربعات خطا)
۲۳۶	درسنامه (۱): سری پار سوال و محاسبه سری های عددی
۲۳۶	تساوی پار سوال
۲۳۶	روش محاسبه سری های عددی
۲۴۲	ایستگاه نکات مهم تستی شماره (۴): بدست آوردن حاصل سری های عددی به روش سریع
۲۴۹	ضرب داخلی سری های فوریه
۲۵۰	درسنامه (۳): انتگرال فوریه
۲۵۰	انتگرال فوریه
۲۵۱	چند نکته که در حل سریع سوالات انتگرال فوریه کمک می کند
۲۵۲	شرایط دیریکله
۲۵۴	انتگرال فوریه سینوسی و کسینوسی
۲۶۳	انتگرال فوریه مختلط
۲۶۳	رابطه پار سوال در انتگرال فوریه
۲۶۶	درسنامه (۴): تبدیل فوریه
۲۶۶	تبدیل فوریه نامتناهی
۲۷۲	تبدیل فوریه کسینوسی و سینوسی نامتناهی
۲۷۲	تبدیل فوریه کسینوسی و سینوسی متناهی
۲۷۴	برخی از خواص تبدیل فوریه
۲۸۵	استفاده از تبدیل لاپلاس در حل مسائل انتگرال و تبدیل فوریه
۲۸۷	تبدیل فوریه تعمیم یافته

فصل ششم: معادلات دیفرانسیل با مشتق‌های جزئی

درسنامه (I): مسائل اشتروم - لیوویل و روش تفکیک متغیرها در حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی ۲۹۰

مفاهیم اولیه معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی ۲۹۰

انواع شرایط مرزی ۲۹۲

مسائل اشتروم - لیوویل عادی ۲۹۲

مسأله اشتروم - لیوویل متناوب ۲۹۶

مسأله اشتروم - لیوویل منفرد ۲۹۸

حل معادلات با مشتق‌های جزئی به روش جداسازی متغیرها (روش ضربی) ۲۹۸

چه نوع معادلاتی را می‌توان با استفاده از روش جداسازی متغیرها حل نمود؟ ۳۰۳

روش سه گام در حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی مرتبه دوم با استفاده از تفکیک متغیرها ۳۰۵

درسنامه (II): حل و بررسی معادله موج ۳۱۶

معادله‌ی موج متناهی ۳۱۶

فرم استاندارد و همگن معادله‌ی موج ۳۱۶

فرم کلی جواب و مقادیر ویژه معادله‌ی موج همگن ۳۱۸

معادله‌ی موج در فواصل نیمه‌متناهی و نامتناهی ۳۲۰

معادله‌ی موج نامتناهی ۳۲۰

روش تستی قسمت اول: صدق کردن شرایط مرزی در معادله ۳۲۲

روش تستی قسمت دوم: چند نکته دیگر در مورد معادله‌ی موج همگن ۳۲۶

امواج میرا ۳۲۸

جواب دالامبر معادله موج ۳۳۰

دستورالعمل حل دالامبر معادله موج به روش جبری ۳۳۱

ملاحظات مفهومی درباره‌ی حل دالامبر معادله موج متناهی ۳۴۴

حل دالامبر معادله‌ی موج برای دو حالت نامتناهی و نیمه متناهی ۳۴۶

چند مثال متنوع دیگر از حل دالامبر معادله موج ۳۴۹

امواج ساکن و امواج متحرک ۳۵۳

درسنامه (III): حل و بررسی معادله گرما ۳۵۵

معادله‌ی انتقال حرارت در یک میله‌ی متناهی ۳۵۵

فرم کلی جواب - یافتن مقادیر و توابع ویژه در معادله گرمای استاندارد ۳۵۸

نکات تستی برای حل سؤالات معادله‌ی گرما ۳۶۱

مسأله گرما برای یک میله نامتناهی ۳۷۲

مسأله گرما برای یک میله نیمه‌متناهی ۳۷۵

درسنامه (IV): حل و بررسی معادله‌ی لاپلاس ۳۷۸

بحث در مورد $G_n(y)$ ۳۸۱

روش‌های تستی برای حل سؤالات معادلات لاپلاس ۳۸۹

تعریف معادله پواسون ۳۹۶

معادله لاپلاس در مختصات قطبی ۳۹۶

مقدار جواب در مرکز دایره ۴۰۷

معادله لاپلاس در مختصات کروی ۴۱۴

مسأله دیریکله برای نیم‌صفحه (فرمول پواسون برای نیم‌صفحه) ۴۱۸

مسأله دیریکله برای دایره یک (فرمول پواسون) ۴۱۹

کاربرد نگاشت همدیس در حل مسأله لاپلاس ۴۱۹

بررسی معادلات موج و گرمای دو بعدی ۴۲۳

معادله موج دو بعدی در دستگاه مختصات قطبی ۴۲۶

۴۲۹	خلاصه‌ی حل معادله‌ی لاپلاس همگن در دستگاه دکارتی
۴۲۹	خلاصه‌ی حل معادله‌ی گرما (انتقال حرارت) در دستگاه دکارتی
۴۲۹	خلاصه‌ی حل معادله‌ی موج در دستگاه دکارتی
۴۲۹	جمع‌بندی نوع جواب‌ها
۴۳۰	درسنامه (۵): حل و بررسی معادلات ناهمگن
۴۳۰	روش حل معادلات همگن با شرایط مرزی غیرهمگن
۴۳۰	تغییر متغیر در معادلاتی که شرایط مرزی آن‌ها ناهمگن باشد
۴۳۳	روش حل معادلات ناهمگن که شرایط مرزی همگن دارند
۴۳۳	الف) حل معادلاتی که عامل ناهمگن معادله به زمان وابسته نیست
۴۳۶	ب) حل معادلاتی که عامل ناهمگن معادله به زمان هم وابسته است. (حل براساس توابع ویژه)
۴۴۱	روش حل معادلات مرتبه‌ی دوم ناهمگن با شرایط مرزی ناهمگن
۴۴۷	تغییر متغیر در حل معادله‌ی لاپلاس قطبی غیرهمگن
۴۵۲	حل معادله‌ی موج ناهمگن به روش دالامبر
۴۵۷	تغییر متغیر در روش‌های حل معادله موج به روش دالامبر
۴۵۸	درسنامه (۶): استفاده از تبدیلات انتگرالی در حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی
۴۵۸	حل معادلات مشتق جزئی با استفاده از تبدیل لاپلاس
۴۷۰	استفاده از تبدیلات فوری در حل معادلات با مشتق‌های جزئی
۴۷۲	تبدیل فوری سینوسی و کسینوسی نامتناهی
۴۷۳	تبدیل فوری سینوسی و کسینوسی پایانی
۴۷۵	درسنامه (۷): دسته‌بندی معادلات با مشتقات جزئی، روش‌های حل و فرم استاندارد این نوع معادلات
۴۷۶	به‌دست آوردن تغییر متغیرهای لازم برای رسیدن به فرم کانونیک
۴۸۲	روش‌های تشکیل معادلات دیفرانسیل با مشتق‌های جزئی
۴۸۵	روش‌های حل معادلات دیفرانسیل با مشتق‌های جزئی
۴۸۵	(۱) استفاده از روش‌های حل معادلات دیفرانسیل همگن و انتگرال‌گیری
۴۸۸	(۲) حل معادلاتی به فرم کلی $au_x + bu_y + cu = 0$
۴۸۸	(۳) حل معادلاتی به فرم کلی $Au_{xx} + Bu_{xy} + Cu_{yy} = 0$
۴۹۱	(۴) روش‌های پراکنده دیگری همچون آنچه در مورد روش ضربی گفتیم و یا استفاده از تغییر متغیرهای گوناگون و نظایر آن هم برای حل برخی معادلات کاربرد دارد
۴۹۳	حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی مرتبه دوم با ضرایب ثابت
۴۹۴	(۵) حل معادلات خطی مرتبه اول با استفاده از دستگاه لاگرانژ
۴۹۸	ایستگاه نکات مهم تستی شماره (۵): چند نکته در مورد انواع معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی
۵۰۱	سؤالات آزمون مهندسی برق - الکترونیک - دکتری ۹۸
۵۰۳	پاسخنامه آزمون مهندسی برق - الکترونیک - دکتری ۹۸
۵۰۹	سؤالات آزمون مهندسی برق و مکانیک - سراسری ۹۸
۵۱۰	پاسخنامه آزمون مهندسی برق و مکانیک - سراسری ۹۸
۵۱۶	منابع و مراجع