

ریاضیات عمومی ۱

دکتر کمال عقیق

عضو هیئت علمی دانشکده علوم دانشگاه

صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

سرشناسه	: عقیق، کمال
عنوان و نام پدیدآور	: ریاضیات عمومی ۱/ کمال عقیق
مشخصات نشر	: تهران: دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، انتشارات، ۱۳۹۰.
مشخصات ظاهری	: ۵۴۰ص: مصور، جدول، نمودار
شابک	: ۱۱۰۰۰۰ ریال ۸-۰۸-۶۳۸۳-۶۰۰-۹۷۸: 978-600-6383-08-8
موضوع	: ریاضیات - راهنمای آموزشی (عالی)
موضوع	: ریاضیات - مسایل، تمرین‌ها و غیره (عالی)
شناسه افزوده	: دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
رده بندی کنگره	: ۱۳۹۰ ۷۴/۳/۹۲۷ Q۲۲۷
رده بندی دیویی	: ۵۱۰/۷۶
شماره کتابشناسی ملی	: ۳۶۳۳۶۷۵

نام کتاب: ریاضیات عمومی ۱

مؤلف: دکتر کمال عقیق عضو هیئت علمی دانشکده علوم، دانشگاه صنعتی خواجه
نصیرالدین طوسی

ناشر: انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

نوبت چاپ: اول

تاریخ چاپ: اسفندماه ۱۳۹۰

تیراژ: ۱۰۰۰ جلد

قیمت: ۱۱۰۰۰ تومان

کد کتاب: ۲۹۴

ISBN: 978-600-6383-08-8

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۶۳۸۳-۰۸-۸

لیتوگرافی: هوررنگ چاپ: پدیدرنگ صحافی: گرنامی

آدرس و تلفن مرکز پخش و فروش: خیابان ولیعصر (عج)، بالاتر از میدان ونک، تقاطع میرداماد،
روبروی ساختمان اسکان (۰۲۱-۸۸۷۷۲۲۷۷)

(حق چاپ برای ناشر محفوظ است)

مقدمه

اهمیت ریاضیات در علوم و به خصوص در علوم مهندسی روز به روز بیشتر شده و اینکه این موضوع در آینده نیز افزایش پیدا کند قابل پیش بینی است. ریاضیات به عنوان زبان مدلسازی مسایل مربوط به علوم و مهندسی و همچنین به عنوان ابزار حل این مسایل، نقش اساسی بازی می کند. بدین منظور دانشجو بایستی اساس ریاضیات را به خوبی آموخته باشد و باید بداند که ریاضیات صرفاً مجموعه ای از دستورالعملها و فنون حل مسئله نیست، بلکه علمی مبتنی بر روشهای سیستماتیک می باشد. مهمترین هدف کتاب حاضر آشنا کردن خواننده با تفکر ریاضی است. با تسلط بر مندرجات این کتاب، خواننده آماده فراگیری مطالب پیشرفته تری از حسابان و ریاضیات مهندسی خواهد شد. در تألیف این کتاب با توجه به سابقه بیست و پنج سال تدریس اینجانب در این درس، مطالب به گونه ای انتخاب گردیده که حتی الامکان، کامل، ساده، روشن و دقیق بیان گردد. بسیاری از قسمتهای این کتاب قبل از چاپ، در کلاسهای درسی اینجانب تکثیر گردیده و بارها تجدید نظر گردیده است. در تدوین این کتاب، در هر فصل تمرینات متنوعی گنجانده شده است که حل آنها برای درک بیشتر مفاهیم مربوطه مفید می باشد.

در فصل اول، مقدمات منطق، روش اصل موضوعی ساخت اعداد حقیقی، اعداد مختلط و توابع حقیقی آورده شده است. در فصل دوم، به دنباله ها و سری های عددی پرداخته شده است و تقدم حد دنباله بر حد توابع، دانشجویان را قادر می سازد تا اکثر قضایای حد را با دیدگاه دنباله مورد بررسی مجدد قرار دهند. در فصل سوم مفاهیم حد و پیوستگی با تاکید بر استفاده از تعریف بیان شده است. در فصل چهارم، در مبحث مشتق قضایای بنیادی از قبیل رول و مقدار میانگین بطور مفصل بحث گردیده است. در فصل پنجم، انتگرال نامعین و روشهای انتگرال گیری کلاسیک و همچنین انتگرال معین به شیوه ریمن به تفصیل مورد بررسی قرار گرفته است. در فصل ششم سری های توانی و شرایط همگرایی آنها آورده شده است. در هر فصل جهت تفهیم و تعمیق بیشتر مطالب، تعداد زیادی مثالهای حل شده آورده شده است.

سرانجام از آقای مرحمت نیلاش به جهت آماده سازی یادداشت های اینجانب و بررسی دقیق و تکمیل و اصلاح مثالها و تبدیل آن مجموعه به شکل کتاب حاضر و آقای مهندس ساسان پورفرید به جهت آماده سازی این کتاب جهت چاپ سپاسگزاری می کنم.

همچنین از خانواده دلبندم که با تحمل تنهایی من را در تکمیل این کتاب یاری رساندند
ممنونم. نظرات و پیشنهادهای دانشجویان و همکاران عزیز، اینجانب را به ادامه کار و
گسترش این گونه فعالیتها تشویق خواهد کرد.

کمال عقیق

گروه ریاضی، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

تهران، اسفند ماه ۱۳۹۰

www.ketab.ir

فهرست مطالب

فصل اول

بخش اول : مقدمات منطق

۱	مقدمه
۶	گزاره ها
۲۷	استنتاج
۳۴	تمرینات
	بخش دوم: اعداد حقیقی
۴۲	اصول موضوع میدان اعداد حقیقی
۴۵	اصول موضوع ترتیب
۴۷	اعداد صحیح و اعداد گویا
	بخش سوم: اعداد مختلط
۶۴	مقدمه
۶۸	شکل قطبی اعداد مختلط
۷۲	فرمول دموآور
۷۳	فرمول اویلر
۷۸	ریشه n ام یک عدد مختلط
	تمرین
	بخش چهارم: توابع حقیقی
۹۲	مقدمه
۹۴	تعاریف مقدماتی
۹۷	روشهای تعیین دامنه یک تابع

۱۰۳	توابع درجه دوم
۱۲۱	نکاتی راجع به نمودارها
۱۲۴	تمرینات

فصل دوم

بخش اول: دنباله ها

۱۳۳	دنباله ها
۱۴۰	همگرایی و واگرایی دنباله
۱۴۸	دنباله صعودی و نزولی
۱۶۱	دنباله فیبوناچی
۱۶۴	دنباله مثلثی از اعداد
۱۶۵	تمرینات

بخش دوم: سری های عددی

۱۷۰	سریهای عددی
۱۷۴	آزمون مقایسه
۱۷۵	همگرای مشروط و مطلقاً همگرا
۱۷۵	سری متناوب
۱۷۶	آزمون لایب نیتز
۱۷۶	آزمون نسبت یا آزمون دالامبر
۱۷۷	آزمون ریشه یا آزمون کوشی
۱۷۹	آزمون مقایسه حدی

۱۸۱	آزمون تراکم کوشی
۱۸۱	آزمون دیریکله
۱۸۴	آزمون آبل
۱۸۵	آزمون رابه
۱۸۸	تمرینات

فصل سوم : حد و پیوستگی

۱۹۵	مقدمه
۲۰۴	تعبیر هندسی حد
۲۲۶	حدود نامتناهی - صور مهم
۲۳۷	مجانها
۲۴۱	پیوستگی
۲۵۶	تمرینات

فصل چهارم : مشتق و کاربرد های آن

۲۷۵	مقدمه
۲۷۹	تعبیر هندسی مشتق
۲۸۸	دیفرانسیل پذیری
۲۸۸	تعبیر هندسی دیفرانسیل:
۳۰۶	توابع معکوس مثلثاتی
۳۳۹	کاربرد مشتق
۳۴۸	توابع نمایی و لگاریتمی

۳۶۲	توابع هذلولوی
۳۶۹	قاعده هوییتال
۳۸۳	تمرینات

فصل پنجم

بخش اول: انتگرال نامعین

۳۹۴	مقدمه
۳۹۶	انتگرال نامعین
۴۰۴	انتگرالگیری به روش جانشانی
۴۰۷	انتگرال گیری به طریقه جزء به جزء
۴۱۰	محاسبه انتگرال توابع که دارای عبارت سه جمله ای درجه دوم
۴۱۶	محاسبه انتگرال کسرهای گویا
۴۳۱	انتگرال توابع اصم
۴۳۹	انتگرال دو جمله ای دیفرانسیلی
۴۴۳	حل انتگرال های مثلثاتی
۴۵۴	انتگرال گیری از توابع هذلولوی
۴۶۰	تمرینات انتگرال نامعین

بخش دوم: انتگرال معین

انتگرال معین	۴۶۸
تعریف انتگرال ریمن	۴۷۳
محک ریمن برای انتگرال پذیر ی	۴۷۴
قضیه اساسی اول حسابان	۴۸۲
قضیه اساسی دوم حسابان	۴۸۴
انتگرال های غیر عادی (ناسره)	۴۹۶
تمرینات انتگرال معین	۵۰۸

فصل ششم : سری های توانی

مقدمه	۵۱۷
تعریف سری توانی	۵۱۸
همگرایی یک سری توانی	۵۱۹
سری تیلر	۵۲۲
تست های کارشناسی ارشد	۵۳۰
تمرینات سری های توانی	۵۳۴

مقدمه

بخش بزرگی از فلسفه ای که امروزه رواج دارد، نشأت گرفته از آراء افرادی چون «وایتهد و راسل» است که شالوده منطق ریاضی (جدید) را بنا نهادند. در واقع منطق ریاضی را باید مبانی ریاضیات جدید و فلسفه تحلیلی به حساب آورد، کاری که به دست برخی از فلاسفه در این حوزه آغاز گردید که بطور عمده به اصول ریاضیات و رابطه ریاضیات و منطق مربوط بود، اما نتایج چنان گسترده ای به بارآورد که به تدریج در فلسفه تأثیر عمیق برجای گذاشت.

ریاضیات همواره شبهه ناپذیرترین، دقیق ترین و روشن ترین معرفت تلقی می شود. بدین جهت بسیاری از فلاسفه در ریاضیات تحقیق کرده اند تا در یابند ریاضیات واجد چه خصیصه ای است که نتایج حاصل از آن اینچنین وثیق و مورد اعتماد است و آیا چنین خصیصه ای را می توان برای کسب سایر اقسام معرفت نیز به کار برد و روشهای آن را در زمینه های دیگر هم بکار بست یا خیر؟

اغلب فلاسفه بزرگ از ریاضیات یا علوم به فلسفه روی آورده اند. «افلاطون» دستور داده بود برسر در مدرسه اش «آکادمیا» این جمله را نصب نمایند: «کسی که هندسه نمی داند وارد نشود.»؛ برخی از بزرگترین فیلسوفان مانند دکارت، لایپ نیتس و پاسکال، ابداع کننده شاخه های جدید ریاضی هستند.

سه شاخه عمده فلسفی که امروزه در باب مبانی ریاضیات مطرح اند؛ هر یک در ادامه مباحث مهم ریاضی و توجه به روش ریاضی به عرصه بروز و ظهور رسیده اند و البته هر کدام را باید متأثر از کاوشهای فلسفی پیشین در باب مبانی ریاضیات دانست. یکی از این سه شاخه عمده با عنوان "منطق گرای" شالوده منطق جدید و یا ریاضی را بنا نهاد. کاری که به دست این شاخه آغاز گردید بطور عمده به

اصول ریاضیات و رابطه ریاضیات و منطق مربوط بود، اما نتایج چنان دامنه داری پیدا کرد، که رفته رفته در سراسر فلسفه تأثیر عمیق بر جای گذاشت.

کشف های جدید در منطق جدید از مباحث گوناگون منطق در جریان تاریخی پیچیده ای نشأت گرفته است. سیر تحول تاریخی آن را می توان یکی از این دو تاریخ استنتاج صوری است که با ارسطو و اقلیدس شروع می شود. توسعه ریاضیات این زمان و بویژه «حسابی شدن آنالیز» موجب گردید که مفاهیم مختلفی از ریاضیات را بتوان به مفاهیم ساده تری تجزیه نمود و آنها را به مدد مفاهیم ساده تر و بسیار عمومی تر تعریف کرد. همین امر سبب التزام برخی به این باور گردید که قضایای ریاضی به عنوان قضایای منطقی باید اثبات شوند و مفاهیم ریاضی باید بر پایه مفاهیم منطقی تعریف گردند.

مبدع و مخترع منطق ریاضی و شاخه منطق گرایی لایپ نیس بود. وی حقایق ریاضی و منطقی را مبتنی بر اصل عدم تناقض می دانست و نظام ریاضی و منطقی را مبتنی بر اصل عدم تناقض فلسفی می دانست. وی بر این باور بود که کلیه قضایای ریاضی و از جمله علوم متعارفه آن را می توان به مدد تعاریفات واصل عدم تناقض ثابت کرد. درواقع ذهن در تهیه و تشکیل علم ریاضیات به نحو تحلیل عمل می کند و فقط به تعاریف و اصل عدم تناقض احتیاج دارد و پس از آن تحلیل به عمل می آورد. از دیگر متفکران عرصه منطق ریاضی که به نحوی در مسیر تکاملی آن نقش مؤثری داشته اند؛