

آمار

و

احتمالات کاربردی

تألیف:

دکتر مقصود امیری

(عضو هیئت علمی دانشگاه علامه طباطبائی)

مهندس اصغر همتی

(عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد ابهر)

مهندس مجتبی همتی

(کارشناسی ارشد مهندسی صنایع)



انتشارات آن

۱۳۸۹

آمار و احتمالات کاربردی

کلیه حقوق مادی و معنوی متصوره از این اثر به انتشارات آن تعلق دارد.

پیشگفتار

آمار و احتمالات به عنوان یکی از مهم ترین مباحث مجموعه رشته های فنی و مهندسی و علوم انسانی، امروزه بخش قابل توجهی از مدل سازی مسائل کاربردی جهان را معطوف خود ساخته است. از سوی دیگر روند روبه رشد تعداد داوطلبان آزمون های ورودی به دوره های تحصیلات تکمیلی طی سال های اخیر، مولفین را بر آن داشت تا با بکارگیری تجارب و مفاهیم مرتبط با دانش آمار و احتمالات کاربردی اقدام به تدوین و تألیف کتاب حاضر نمایند.

در این کتاب با تمرکز بر نکات کلیدی و ارائه مثال های متنوع در هر بحث، سعی بر یادگیری و تفهیم آسان مطالب شده است. افزون بر آن در پایان هر فصل، سؤالاتی تحت عنوان خودآزمایی گردآوری شده است. کتاب حاضر نه تنها برای داوطلبان آزمون های دوره های تحصیلات تکمیلی بلکه به عنوان یک مرجع مناسب می تواند برای استفاده دانشجویان رشته های مذکور مفید واقع شود. در خاتمه مولفین بر خود لازم می دانند از تمامی کسانی که در نگارش و گردآوری کتاب حاضر یاری رسانده اند صمیمانه قدردانی نموده و امیدوارند این کتاب بتواند در گسترش دانش آمار و احتمالات در میهن عزیزمان موثر بوده و گامی هر چند کوچک را در اعتلای این دانش پایه بینماید.

دکتر محمود امیری

(عضو هیئت علمی دانشگاه علامه طباطبائی)

مهندس اصغر همتی

(عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد اهر)

مهندس مجتبی همتی

(کارشناسی ارشد مهندسی صنایع)

فصل اول - آمار توصیفی

۱۲	۱- آمار توصیفی
۱۵	۱-۱- جدول توزیع فراوانی
۱۸	۲-۱- نمودارهای آماری
۲۲	۳-۱- شاخص های تمیز بیش مرکزی
۲۳	۱-۳-۱- میانگین
۲۷	۲-۳-۱- نما (مد)
۲۸	۳-۳-۱- میانه
۲۹	۴-۳-۱- چندک ها
۳۳	۴-۱- شاخص های پراکنندگی
۴۰	۵-۱- چولگی
۴۴	۶-۱- برچسبگی (کشیدگی)
۴۷	۷-۱- نمودار جعبه ای
۴۹	۸-۱- گشتاورها
۵۱	مسائل

فصل دوم - احتمالات

۵۳	۲- احتمالات
۵۸	۱-۲- مروری بر جبر مجموعه ها
۶۲	۲-۲- مسائل مربوط به پیشامدها (تعداد طریق)
۶۲	۱-۲-۲- اصل شمارش (اصل ضرب)
۶۴	۲-۲-۲- جایگشت (چیدن اشیاء)
۶۵	۳-۲-۲- انتخاب اشیاء
۶۹	۳-۲- مسائل نوب و ظرف
۷۳	۴-۲- احتمال
۸۹	۵-۲- احتمالات شرطی
۹۸	۶-۲- فضایی استقلال در احتمالات
۱۰۵	مسائل

فصل سوم - متغیرهای تصادفی

۱۱۳	۳- متغیرهای تصادفی
۱۱۶	۱-۳- انواع متغیرهای تصادفی
۱۱۶	۱-۱-۳- متغیرهای تصادفی گسسته
۱۱۹	۱-۱-۱-۳- تابع توزیع تجمعی گسسته

۱۲۳	۳-۱-۲- متغیرهای تصادفی پیوسته
۱۲۵	۳-۱-۲-۱- تابع توزیع تجمعی متغیر تصادفی پیوسته
۱۳۳	۳-۱-۳- متغیرهای تصادفی مرکب (آمیخته)
۱۳۴	۳-۲- صدکها، نقاط در صد
۱۳۸	۳-۳- توزیع های احتمال دو متغیره (توأم)
۱۴۴	۴-۳- توزیع های احتمال شرطی
۱۴۵	۵-۳- استقلال متغیرهای تصادفی
۱۴۹	مسائل

فصل چهارم- امید ریاضی، واریانس، کواریانس

۱۵۵	۴-۱- امید ریاضی، واریانس، کواریانس
۱۵۶	۴-۱-۱- امید ریاضی
۱۶۹	۴-۲- واریانس
۱۷۳	۴-۳- تابع مولد گشتاور
۱۷۸	۴-۴- کواریانس
۱۷۹	۴-۵- ضریب همبستگی
۱۸۴	مسائل

فصل پنجم- توزیع های احتمال گسسته

۱۸۷	۵- توزیع های گسسته
۱۸۸	۵-۱- توزیع یکخواخت گسسته
۱۹۱	۵-۲- توزیع برنولی
۱۹۳	۵-۳- توزیع دو جمله ای
۱۹۹	۵-۴- توزیع چند جمله ای
۲۰۱	۵-۵- توزیع پواسون
۲۰۹	۵-۶- توزیع هندسی
۲۱۴	۵-۷- توزیع دو جمله ای منفی (پاسکال)
۲۱۶	۵-۸- توزیع فوق هندسی
۲۱۸	۵-۹- متغیر تصادفی ژتا (یازپیت)
۲۱۹	مسائل

فصل ششم- توزیعهای احتمال پیوسته

۲۲۳	۶- توزیع های پیوسته
۲۲۳	۶-۱- توزیع یکخواخت پیوسته
۲۳۰	۶-۲- توزیع گاما
۲۳۳	۶-۳- توزیع لاپس

۲۴۰	۴-۶- توزیع نرمال
۲۴۶	۵-۶- توزیع وایبل
۲۴۷	۶-۶- توزیع بتا
۲۴۸	۷-۶- توزیع پاره تو
۲۴۹	۸-۶- توزیع لجستیک
۲۴۹	۹-۶- توزیع لاپلاس
۲۵۰	مسائل

فصل هفتم - تقریها، قضایای حدی، آماره ترتیبی

۲۵۷	۷- تقریها، قضایای حدی، آماره ترتیبی
۲۵۷	۱-۷- تقریها
۲۵۷	۱-۱-۷- تقریب توزیع دو جمله ای با نرمال
۲۶۰	۲-۱-۷- تقریب توزیع بواسون با نرمال
۲۶۰	۳-۱-۷- تقریب دو جمله ای با بواسون
۲۶۱	۴-۱-۷- تقریب گاما با نرمال
۲۶۱	۲-۷- قضایای حدی
۲۶۱	۱-۲-۷- نامساوی مارکوف
۲۶۲	۲-۲-۷- نامساوی چیشف
۲۶۵	۳-۷- آماره ترتیبی
۲۶۶	۴-۷- توزیع تابع هایی از متغیرهای تصادفی
۲۷۱	مسائل

فصل هشتم - جامعه آماری

۲۷۳	۸- جامعه آماری
۲۷۴	۱-۸- توزیع میانگین نمونه
۲۷۶	۲-۸- توزیع واریانس نمونه
۲۷۷	۳-۸- قضیه حد مرکزی
۲۷۸	۴-۸- توزیع های نمونه ای
۲۷۸	۱-۴-۸- توزیع مربع کای
۲۸۷	۲-۴-۸- توزیع تی
۲۹۳	۳-۴-۸- توزیع F
۳۰۰	مسائل

فصل نهم - برآورد نقطه ای

۳۰۶	۹- برآورد نقطه ای
۳۰۷	۱-۹- رده برآورد کننده های ناریب

۳۰۸	۲-۹-۲-کار آیی بر آورد ها.....
۳۱۲	۳-۹-۳-بر آورد کنند با اریب با حداقل واریانس (UMVU).....
۳۱۴	۴-۹-۴-سازگاری.....
۳۱۵	۵-۹-۵-روش های بدست آوردن بر آورد نقطه ای.....
۳۱۵	۵-۹-۱-روش گشتاوری.....
۳۱۷	۵-۹-۲-روش ماکزیمم درستمایی (MLE).....
۳۲۳	مسائل.....
	فصل دهم بر آورد فاصله ای

۳۲۷	۱۰-۱-بر آورد فاصله ای.....
۳۲۸	۱۰-۱-۱-انواع بر آورد فاصله ای برای میانگین یک جامعه نرمال.....
۳۳۴	۱۰-۱-۲-انواع بر آورد فاصله ای برای تفاضل میانگین دو جامعه نرمال.....
۳۳۹	۱۰-۱-۳-فاصله اضمینان برای تفاضلات دوجمله ای در جامعه نرمال.....
۳۴۱	۱۰-۱-۴-انواع بر آورد فاصله ای برای واریانس یک جامعه نرمال.....
۳۴۲	۱۰-۱-۵-انواع بر آورد فاصله ای برای نسبت واریانس های دو جامعه مستقل نرمال.....
۳۴۴	۱۰-۱-۶-بر آورد فاصله ای برای نسبت p در توزیع دوجمله ای.....
۳۴۸	۱۰-۱-۷-بر آورد فاصله ای برای λ در توزیع بواسون.....
۳۴۸	۱۰-۱-۸-فاصله اضمینان برای λ در توزیع نمایی.....
۳۵۵	مسائل.....
	فصل یازدهم- نظریه تصمیم گیری

۳۵۹	۱۱-۱-آزمون فرض.....
۳۶۳	۱۱-۱-۱-آزمون فرض آماری برای میانگین یک جامعه نرمال.....
۳۶۹	۱۱-۱-۲-انجام آزمون فرض آماری بر روی میانگین جامعه آماری نرمال در حالیکه واریانس مجهول باشد.....
۳۷۳	۱۱-۱-۳-آزمونهای مربوط به تفاضل میانگینهای دو جامعه نرمال یا واریانسهای معلوم.....
۳۷۶	۱۱-۱-۴-آزمون فرض آماری برای تفاضل میانگینهای دو جامعه نرمال یا واریانسهای مجهول و مساوی.....
۳۷۷	۱۱-۱-۵-آزمون فرض آماری برای تفاضل میانگینهای دو جامعه نرمال یا واریانسهای مجهول ولی نامساوی.....
۳۷۹	۱۱-۱-۶-آزمون فرض آماری در مورد تفاضل میانگینهای دو جامعه وابسته نرمال (آزمون فرض مشاهدات زوجی).....
۳۸۲	۱۱-۱-۷-آزمون فرض در مورد واریانس یک جامعه نرمال در حالت میانگین مجهول.....
۳۸۴	۱۱-۱-۸-آزمون فرض در مورد واریانس یک جامعه نرمال در حالت میانگین معلوم.....
۳۸۶	۱۱-۱-۹-آزمون فرض در مورد نسبت واریانسهای دو جامعه مستقل نرمال در حالت میانگین مجهول.....
۳۸۹	۱۱-۱-۱۰-آزمون فرض برای نسبت واریانس های دو جامعه مستقل نرمال در حالت میانگین معلوم.....
۳۹۰	۱۱-۱-۱۱-آزمون فرض در مورد نسبت p در توزیع برنولی (با اندازه نمونه بزرگ).....
۳۹۳	۱۱-۱-۱۲-آزمون فرض در مورد نسبت p در توزیع برنولی (با اندازه نمونه کوچک).....
۳۹۴	۱۱-۱-۱۳-آزمون فرض در مورد تفاضل نسبت در دو جامعه مستقل برنولی.....

۳۹۹	۱۴-۱۱- آزمونهای مربوط به پارامتر توزیع بواسون
۴۰۰	۱۵-۱۱- آزمونهای مربع کای
۴۰۱	۱-۱۵-۱۱- آزمون نیکویی برازش (زیبندگی)
۴۰۴	۲-۱۵-۱۱- آزمون مربع کای در جدول نوافقی (آزمون استقلال)
۴۰۶	۱۶-۱۱- قضیه لم-نمن پیروسون
۴۲۰	مسائل

فصل دوازدهم- تجزیه و تحلیل رگرسیون

۴۲۷	۱۲- تجزیه و تحلیل رگرسیون
۴۲۷	۱-۱۲- رگرسیون خطی ساده
۴۳۰	۲-۱۲- تخمین معادله خط رگرسیون
۴۳۲	۳-۱۲- خواص خط رگرسیون
۴۳۳	۴-۱۲- رگرسیون در جامعه نرمال
۴۳۷	۵-۱۲- تخمین نقطه ای و فاصله ای برای پارامترهای مدل
۴۳۹	۶-۱۲- آزمون فرض در مورد پارامترهای خط رگرسیون
۴۴۰	۷-۱۲- ضریب همبستگی
۴۴۱	۸-۱۲- ضریب همبستگی نمونه ای (۲)
۴۴۵	۹-۱۲- آزمون معنی داری ρ
۴۴۶	۱۰-۱۲- آزمون کمبود برازش
۴۴۸	مسائل

فصل سیزدهم- تجزیه و تحلیل واریانس

۴۵۳	۱۳- تجزیه و تحلیل واریانس
۴۵۴	۱-۱۳- آنالیز واریانس
۴۵۴	۲-۱۳- تحلیل واریانس یک طرفه
۴۶۰	۳-۱۳- تحلیل واریانس دو طرفه
۴۶۳	مسائل

مقدمه

در عصر حاضر کسی نمی‌تواند منکر این واقعیت باشد که آمار^۱ نقشی لاینفک در زندگی روزمره ما بازی می‌کند. اخبار روزانه رسانه‌های گروهی با گزارشی از وضع هوا به پایان می‌رسند و در طول اخبار به جریانهایی باز می‌خوریم و سهام اشاره می‌شود و روزنامه‌ها خبر از افزایش نرخ اجناس می‌دهند و... آمار به عنوان پایه یک روش و راه موثر در بررسی مسائل موجود، در بسیاری از زمینه‌های علمی از جمله جامعه‌شناسی، کشاورزی، مهندسی و... به کار گرفته می‌شود. در دانش امروزی، معمولاً سعی می‌شود که اطلاعات موجود در یک زمینه خاص، در قالب اعداد نمایش داده شود تا به هنگام تجزیه و تحلیل اطلاعات، فهم بهتری از پدیده مورد مطالعه به دست آمده و امکان مقایسه فراهم گردد. در یک جمله آمار مجموعه‌ای از روشهای جمع‌آوری، تهیه و تنظیم و تجزیه و تحلیل اطلاعات است که برای کسب یک یا چند نتیجه به خدمت گرفته می‌شود. هنگامی که توده‌ای از اطلاعات کسی برای تحقیق گردآوری می‌شود، ابتدا سازمان‌بندی و خلاصه کردن آنها بطریقی که به صورت معنی‌داری قابل درک و ارتباط باشند، ضروری است. روشهای آمار توصیفی (Descriptive Statistics) به همین منظور بکار برده می‌شوند. غالباً مفیدترین و در عین حال اولین قدم در سازمان‌دهی داده‌ها مرتب کردن داده‌ها بر اساس یک ملاک منطقی است و سپس استخراج شاخص‌های مرکزی و پراکندگی و در صورت لزوم محاسبه همبستگی میان دو دسته اطلاعات و استفاده از تحلیل‌های پیشرفته تر نظیر رگرسیون (Regression) و پیش‌بینی (Prediction) می‌باشد. موضوع علم آمار را می‌توان از چند دیدگاه مختلف تقسیم‌بندی کرد، که در نخستین مرحله به دو بخش آمار توصیفی و آمار استنباطی تفکیک می‌شود. وقتی با مجموعه‌ای از اطلاعات روبرو هستیم ابتدا باید تصمیم بگیریم که چگونه این اطلاعات را خلاصه کنیم تا بهتر بتوانیم از آنها استفاده کنیم. در واقع آمار توصیفی بخشی از علم آمار است که به جمع‌آوری، خلاصه کردن، نمایش و پردازش اطلاعات می‌پردازد. در این روش پس از

^۱ واژه Statistics که به فارسی آن را آمار ترجمه کرده‌اند از کلمه لاتین Status یا کلمه ایتالیایی Statista و به کلمه آلمانی Statistik که همگی به معنی دولت هستند استخراج شده است.

جمع‌آوری اطلاعات، تهیه جدولهای خلاصه و رسم نمودارهای آماری به یافته‌های مناسب برای مطالعه تحقیق می‌رسیم. گرچه آمار توصیفی بخش مهم از آمار است و هنوز هم استفاده گسترده‌ای از آن مخصوصاً برای توصیف ویژگیهای مهم داده‌ها برای به عمل می‌آید، اما در سالهای اخیر توجه بیشتر به آمار استنباطی، یعنی روشهایی است که به کمک آنها می‌توان اطلاعات موجود در مجموعه‌ای محدود از داده‌ها را به مجموعه‌ای بزرگتر که داده‌ها از آن بدست آمده‌اند تعمیم داد. در یک جمع بندی با استفاده مناسب از روشهای آمار توصیفی می‌توان دقیقاً ویژگیهای یک دسته از اطلاعات را بیان کرد. آمار توصیفی همیشه برای تعیین و بیان ویژگیهای اطلاعات پژوهش‌ها بکار برده می‌شوند.

۱- آمار توصیفی

آمار توصیفی به مجموعه روش‌هایی اطلاق می‌شود که برای جمع‌آوری، خلاصه‌کردن، طبقه‌بندی و توصیف حقایق عددی به کار می‌رود. در واقع این آمار، داده‌ها و اطلاعات پژوهش را توصیف می‌کند و طرح یا الگوی کلی از داده‌ها برای استفاده سریع و بهتر از آنها به دست می‌دهد. در آمار توصیفی بعد از جمع‌آوری اطلاعات هدف این است که در زمان کمتر و با دقت بیشتر نتایج داده‌های جمع‌آوری شده را مشاهده کنیم. بنابراین در آمار توصیفی این اهداف دنبال می‌شود: روش‌های نمونه‌گیری، مقیاس‌های اندازه‌گیری، متغیرها و شاخص‌های عددی. برای اینکه نتایج مناسب و مطلوب از اطلاعات که در آمارگیری‌ها جمع‌آوری می‌کنیم، به دست آید، باید:

- اعداد نماینده واقعی مشاهدات بوده و غیر واقع یا غلط نباشند
- به نحو مفیدی تهیه و تنظیم شوند
- به نحو صحیح تجزیه و تحلیل گردند
- قابل نتیجه‌گیری صحیح باشند

بنابراین به طور کلی، روش‌هایی را که به وسیله آنها می‌توان اطلاعات جمع‌آوری شده را تنظیم کرده و خلاصه نمود، آمار توصیفی می‌نامیم و در یک کلام آمار توصیفی عبارت از مجموعه روشهایی است که پردازش داده‌ها را فراهم می‌سازد. اطلاع از اصطلاحات زیر در آمار ضروری است. مجموعه افراد یا اشیایی را که می‌خواهیم یک یا چند خصوصیت مشترک آنها را مورد بررسی قرار دهیم جمعیت یا جمعیت آماری می‌نامیم. اندازه قد یا وزن دانشجویان بیست ساله یک شهر، تعداد لامپهای سالم و یا ناسالم تولید شده در یک کارخانه و در یک روز معین، مثالهایی از جمعیتهای آماری هستند.