



۲

حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی

(ویرایش چهاردهم)

جلد دوم

Based on the original work of

GEORGE B. THOMAS, JR.
Massachusetts Institute of Technology

revised by

JOEL HASS
University of California, Davis

CHRISTOPHER HEIL
Georgia Institute of Technology

MAURICE D. WEIR
Naval Postgraduate School

ترجمه

فرزین حاجی جمشیدی - مهرداد آزادی

عنوان و نام پدیدآور	حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی / نویسندگان جورج ب. توماس ... (و دیگران)؛ ترجمه فرزین حاجی جمشیدی، مهرداد آزادی.
مشخصات نشر	تهران: صفار، ۱۳۹۷-
مشخصات ظاهری	ج: مصور(رنگی)، جدول(رنگی)، نمودار(رنگی)، ۲۹×۲۲ س.م.
شابک	دوره: 978-964-388-549-6؛ ج. ۱، ق. ۱: 978-964-388-546-5؛ ج. ۱، ق. ۲: 978-964-388-547-2؛ ج. ۲، ق. ۳: 978-964-388-548-9
وضعیت فهرست نویسی	فیپا
یادداشت	عنوان اصلی: Thomas' calculus, 14 th ed, 2018.
یادداشت	نویسندگان جورج ب. توماس، جوئل هاس، کریستوفر هیل، موریس د. ویر.
یادداشت	کتاب حاضر بر اساس کتاب "حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی" اثر جورج ب. توماس است که در ویراستهای قبلی اثر اصلی توماس مولف است.
یادداشت	مترجمین بخش دوم از جلد اول، فرزین حاجی جمشیدی و محمدعلی اسلامی خوزانی.
موضوع	حسابان
موضوع	Calculus
موضوع	حساب دیفرانسیل
موضوع	Differential calculus
موضوع	حساب دیفرانسیل
موضوع	Differential calculus
موضوع	هندسه تحلیلی
موضوع	Geometry, Analytic
شناسه افزوده	توماس، جورج برنتن، ۱۹۱۴ - ۲۰۰۶ م.
شناسه افزوده	Thomas, George B. (George Brant)
شناسه افزوده	حاجی جمشیدی، فرزین، ۱۳۲۰ - مترجم
شناسه افزوده	آزادی، مهرداد مترجم
رده بندی کنگره	۱۳۹۷ ت ۹ج ۵/ ۱۳۰ (C)
رده بندی دیویی	۵۱۵/۱۵
شماره کتابشناسی ملی	۵۲۴۳۲۳۸

فهرست نویسی پیش از انتشار: انتشارات صفار



نام کتاب	حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی - ویرایش چهاردهم، 2018 (جلد دوم)
مؤلفین	جورج ب. توماس - جوئل هاس - کریستوفر هیل - موریس د. ویر
مترجمین	فرزین حاجی جمشیدی - مهرداد آزادی
ویرایش گر	مهسا صدیقی نیا
طرح جلد	فرهاد کمالی
حروفچینی	معرفت
لیتوگرافی	گنج شایگان ① ۵۵۴۰۲۱۸۴
چاپ متن	گنج شایگان ① ۵۵۴۰۳۴۷۸
شمارگان	۲۲۰۰ نسخه
نوبت چاپ	اول - زمستان ۱۳۹۷
قیمت	۴۰۰۰۰۰ ریال
ناشر	انتشارات صفار
مرکز پخش	خیابان انقلاب - روبروی دبیرخانه دانشگاه تهران - بازارچه کتاب - طبقه همکف
	انتشارات اشراقی ① ۶۶۴۰۸۴۸۷ تلفن: ۶۶۹۷۰۹۹۲
	خیابان انقلاب - روبروی دبیرخانه دانشگاه تهران - بازارچه کتاب - طبقه زیرین
	پخش کتاب بینش ① ۶۶۴۹۶۲۹۹
	کتابفروشی صفا ① ۶۶۹۷۸۸۴۶



www.saffarpublishing.ir

ISBN 978-964-388-548-9

شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۳۸۸-۵۴۸-۹

www.Eshraghi.ir

ISBN 978-964-388-549-6

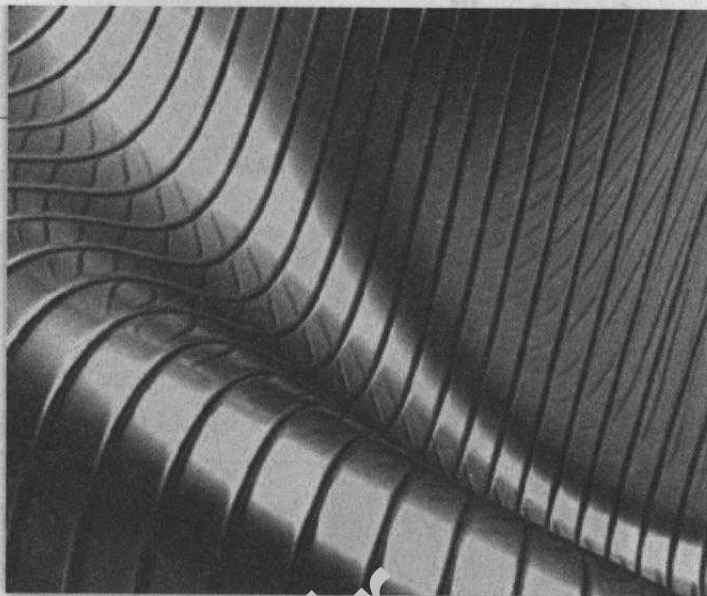
شابک دوره: ۹۷۸-۹۶۴-۳۸۸-۵۴۹-۶

Email: saffar_publishing@yahoo.com

این اثر، مشمول قانون حمایت مؤلفان و مصنفان و هنرمندان مصوب ۱۳۴۸ است، هرکس تمام یا قسمتی از این اثر را بدون اجازه مؤلف (ناشر) نشر، یا پخش یا عرضه کند مورد پیگرد قانونی قرار خواهد گرفت.

مدیریت واحد تولید انتشارات صفار: ۰۹۱۲-۱۰۷۳۰۰۳

مقدمه



ویرایش چهاردهم کتاب حساب دیفرانسیل و انتگرال توماس، برداشتی مدرن از حسابان را با گسترش درک مفهومی از ایده‌های مهم ریاضی ارائه می‌دهد. این کتاب دنباله‌ای از مباحث حسابان را که در مجموعه دانش ریاضی در چند نیمسال تحصیلی خود نیاز دارند پشتیبانی می‌کند.

توضیحات شهودی دقیق، مثال‌های منتخب فکورانه، نمودارها، و مجموعه‌ای کامل از تمرین‌ها و مسائل شالوده این کتاب را تشکیل می‌دهند. در این ویرایش سعی کرده‌ایم که بهسازی کتاب را در هر دو مسیر آماده‌سازی آن برای اهداف امروزه دانشجویان و کاربردهای آن در جهان متغیر کنونی ادامه دهیم. بسیاری از دانشجویان تحت تأثیر حسابان دوره دبیرستان هستند. برخی دیگر آنرا با تجربه موفق خود در گذراندن این دروس در کالج مقایسه می‌کنند. به هر حال نتیجه مهم کتاب در کسب توانایی برای محاسبات و بی‌توجهی به شکاف‌های بنیادین در جبر و هندسه همراه با درک ضعیف از مفاهیم مباحث حسابان بوده است.

هدف ما در این کتاب برآورده کردن نیازهای جمعیت رو به افزایش پژوهش‌گران و علاقه‌مندان به مباحث حسابان است.

ما به دقت مباحث مروری کافی (در کتاب و پیوست‌ها)، جواب‌هایی با ذکر کامل جزئیات و مثال‌ها و تمرین‌های گوناگون را فراهم کرده‌ایم تا درک کاملی برای دانشجویان در کلیه سطوح فراهم سازیم. در کتاب مطالب فراوانی در جهت حمایت از بالندگی تفکر ریاضی، بسیار فراتر از فقط حفظ فرمول‌ها و روش‌ها ارائه شده است. ما چگونگی تعمیم مفاهیم کلیدی ریاضی را وقتی برای اولین بار معرفی می‌شوند نشان می‌دهیم.

پیوست‌ها در کلیه جهات، سعی دارند مفاهیم جدید را با مفاهیمی که قبلاً مطالعه شده‌اند پیوند دهند. پس از مطالعه حساب دیفرانسیل و انتگرال توماس حل مسائل و توانایی‌های استدلالی ما در بسیاری از جنبه‌های گوناگون زندگی گسترش می‌یابد.

تسلط بر این مطالب زیبا و خلاقانه همراه با بسیاری کاربردهای مهم در میدان‌های گوناگون، پاداشی است که بدست می‌آوریم. هدیه اصلی مطالعه حسابان، توانایی ما در تفکر منطقی و دقیق، درک آنچه که تعریف شده، آنچه که فرض شده و آنچه استنتاج شده و یادگیری چگونگی تفکر عقلایی و تعمیم منطقی مسائل است.

هدف ما در این کتاب پشتیبانی این اهداف بوده است.

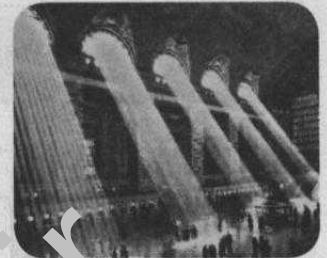
جلد اول (قسمت اول)

مقدمه ۳

توابع

۱

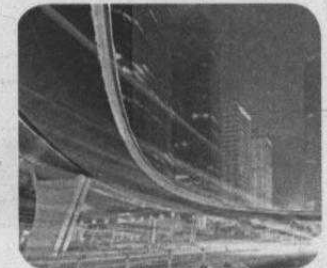
۱-۱ توابع و نمودار آنها	۱۳
۱-۲ ترکیب توابع؛ انتقال و مقیاس‌بندی نمودارها	۲۵
۱-۳ توابع مثلثاتی	۳۲
۱-۴ ترسیم با نرم‌افزار	۴۰
سؤالات مروری	۴۳
تمرین‌های عملی	۴۴
تمرین‌های اضافی و پیشرفته	۴۶



حدود و پیوستگی

۲

۲-۱ حدود و پیوستگی	۴۹
۲-۲ حد تابع و موبین‌ها	۵۴
۲-۳ تعریف دقیق حد	۶۴
۲-۴ حدود یک‌طرفه	۷۳
۲-۵ پیوستگی	۸۰
۲-۶ حدود شامل بی‌نهایت، مجانب‌های عمودی	۹۰
سؤالات مروری	۱۰۲
تمرین‌های عملی	۱۰۳
تمرین‌های اضافی و پیشرفته	۱۰۵



مشتقات

۳

۳-۱ مماس‌ها و مشتق در یک نقطه	۱۰۹
۳-۲ مشتق به‌عنوان یک تابع	۱۱۳
۳-۳ قوانین مشتق‌گیری	۱۲۱
۳-۴ مشتق به‌عنوان آهنگ تغییر	۱۲۹
۳-۵ مشتقات توابع مثلثاتی	۱۳۹
۳-۶ قانون زنجیره‌ای	۱۴۵
۳-۷ مشتق‌گیری ضمنی	۱۵۱
۳-۸ نسبت‌های وابسته	۱۵۷
۳-۹ خطی‌سازی و دیفرانسیل	۱۶۵

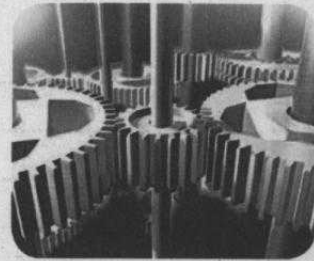


۱۷۴	سؤالات مروری
۱۷۵	تمرین های عملی
۱۸۰	تمرین های اضافی و پیشرفته

کاربردهای مشتق

۴

۱۸۵	۴-۱ مقادیر اکسترمم توابع روی بازه بسته
۱۹۲	۴-۲ قضیه مقدار میانگین
۱۹۹	۴-۳ توابع یکتا و آزمون مشتق اول
۲۰۴	۴-۴ تقعر و رسم نمودار
۲۱۵	۴-۵ بهینه سازی کاربردی
۲۲۷	۴-۶ روش نیوتن
۲۳۳	۴-۷ پادمشتق ها
۲۴۱	سؤالات مروری
۲۴۲	تمرین های عملی
۲۴۶	تمرین های اضافی و پیشرفته



انتگرال گیری

۵

۲۴۹	۵-۱ مساحت و برآورد با جمع های تنه
۲۵۹	۵-۲ نماد سیگما و حد جمع های متناهی
۲۶۴	۵-۳ انتگرال معین
۲۷۴	۵-۴ قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال
۲۸۴	۵-۵ انتگرال های معین و روش جانشانی
۲۸۸	۵-۶ جانشانی های انتگرال معین و مساحت بین منحنی ها
۲۹۷	سؤالات مروری
۲۹۷	تمرین های عملی
۳۰۱	تمرین های اضافی و پیشرفته



پیوست ها

۳۰۵	A-۱ اعداد حقیقی و خط حقیقی
۳۱۰	A-۲ استقرای ریاضی
۳۱۲	A-۳ خطوط، دایره و سهمی ها
۳۲۱	A-۴ اثبات قضایای حد
۳۲۳	A-۵ حدهایی که بکرات رخ می دهند
۳۲۳	A-۶ نظریه اعداد حقیقی



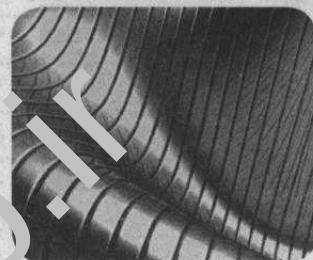
۲۶	 A-۷ اعداد مختلط
۳۳	 پاسخ تمرین‌های فرد
۶۹	 جدول خلاصه‌ای از انتگرال‌ها
۷۴	 چند فرمول جبری مهم
۷۷	 حدود، قاعده‌های مشتق‌گیری و انتگرال‌گیری

جلد اول (قسمت دوم)

کاربردهای انتگرال‌های معین

۶

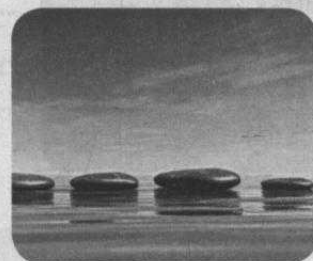
۳	 ۶-۱ حجم با روش برشی
۳	 ۶-۲ حجم‌ها با استفاده از پوسته‌های استوانه‌ای
۰	 ۶-۳ طول خم
۴	 ۶-۴ مساحت رویه‌های حاصل از دوران
۰	 ۶-۵ کار و نیروی سیالات
۹	 ۶-۶ مرکز جرم و مراکز جرم
۰	 سوالات مروری
۱	 تمرین‌های اضافی
۳	 تمرین‌های اضافی و پیشرفته



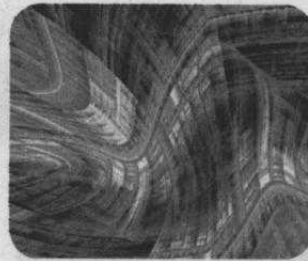
توابع متعالی

۷

۷	 ۷-۱ توابع وارون و مشتقات آن‌ها
۵	 ۷-۲ لگاریتم طبیعی
۱	 ۷-۳ توابع نمایی
۱	 ۷-۴ تغییر نمایی و معادلات دیفرانسیل جداشونده
۹	 ۷-۵ شکل‌های نامعین و قاعده هوییتال
۰۶	 ۷-۶ توابع وارون مثلثاتی
۱۷	 ۷-۷ توابع هذلولوی
۲۵	 ۷-۸ آهنگ‌های نسبی رشد
۳۰	 سوالات مروری
۳۰	 تمرین‌های عملی
۳۴	 تمرین‌های اضافی و پیشرفته



- ۸-۱ استفاده از فرمول‌های اساسی انتگرال گیری ۱۳۷
- ۸-۲ انتگرال گیری جزء به جزء ۱۴۱
- ۸-۳ انتگرال‌های مثلثاتی ۱۴۷
- ۸-۴ جانشینی‌های مثلثاتی ۱۵۰
- ۸-۵ انتگرال توابع گویا با تجزیه به کسر ها ۱۵۴
- ۸-۶ انتگرال‌های جدولی و دستگاه‌های کامپیوتری جبری ۱۶۰
- ۸-۷ انتگرال گیری عددی ۱۶۴
- ۸-۸ انتگرال‌های غیرعادی (ناسره) ۱۷۲
- ۸-۹ احتمال ۱۸۱
- سؤالات مروری ۱۹۲
- تمرین‌های عملی ۱۹۳
- تمرین‌های اضافی و پیشرفته ۱۹۶



معادلات دیفرانسیل مرتبه اول

- ۹-۱ جواب‌ها، میدان‌ها، شیب و روش اویلر ۲۰۱
- ۹-۲ معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه اول ۲۰۸
- ۹-۳ کاربردها ۲۱۳
- ۹-۴ جواب نموداری معادلات دیفرانسیل ۲۱۸
- ۹-۵ دستگاه‌های معادلات و صفحات فازی ۲۲۴
- سؤالات مروری ۲۳۰
- تمرین‌های عملی ۲۳۰
- تمرین‌های اضافی و پیشرفته ۲۳۲



دنباله‌های نامتناهی و سری‌ها

- ۱۰-۱ دنباله‌ها ۲۳۶
- ۱۰-۲ سری نامتناهی ۲۴۷
- ۱۰-۳ آزمون انتگرال ۲۵۵
- ۱۰-۴ آزمون‌های مقایسه ۲۶۲
- ۱۰-۵ همگرایی مطلق؛ آزمون‌های نسبت و ریشه ۲۶۶
- ۱۰-۶ سری‌های متناوب و همگرایی مشروط ۲۷۱
- ۱۰-۷ سری‌های توانی ۲۷۷

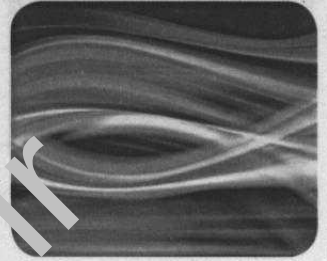


۲۸۶.....	۱۰-۸ سری های تیلور و مک لورن
۲۹۰.....	۱۰-۹ همگرایی سری های تیلور
۲۹۶.....	۱۰-۱۰ کاربردهای سری تیلور
۳۰۲.....	سوالات مروری
۳۰۳.....	تمرین های عملی
۳۰۶.....	تمرین های اضافی و پیشرفته

معادلات پارامتری و مختصات قطبی

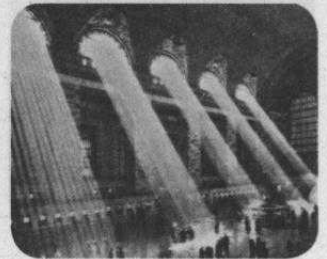
۱۱

۳۱۱.....	۱۱-۱ پارامتری کردن خم های مسطحه
۳۲۰.....	۱۱-۲ حساب دیفرانسیل و انتگرال منحنی های پارامتری
۳۲۸.....	۱۱-۳ مختصات قطبی
۳۳۲.....	۱۱-۴ رسم معادلات در مختصات قطبی
۳۳۶.....	۱۱-۵ مساحت ها و طول منحنی ها در مختصات قطبی
۳۴۰.....	۱۱-۶ مقاطع مخروطی
۳۴۸.....	۱۱-۷ طع مخروطی در مختصات قطبی
۳۵۴.....	سوالات مروری
۳۵۵.....	تمرین های عملی
۳۵۸.....	تمرین های اضافی و پیشرفته



پیوست ها

۳۶۱.....	A-۷ اعداد مختلط
۳۶۷.....	پاسخ تمرین های فرد
۴۰۹.....	جدول خلاصه ای از انتگرال ها
۴۱۴.....	خلاصه فرمول های مباحث سری ها، حدود و قاعده ها، انتگرال گیری



جلد دوم

بردارها و هندسه فضایی

۱۲

۱۳.....	۱۲-۱ دستگاه مختصات سه بعدی
۱۸.....	۱۲-۲ بردارها
۲۶.....	۱۲-۳ ضرب نقطه ای
۳۳.....	۱۲-۴ ضرب خارجی
۳۹.....	۱۲-۵ خطوط و صفحات در فضا
۴۶.....	۱۲-۶ استوانه ها و رویه های درجه دوم
۵۲.....	سوالات مروری



۵۳..... تمرین‌های عملی

۵۵..... تمرین‌های اضافی و پیشرفته

توابع برداری و حرکت در فضا

۱۳

۵۹..... ۱۳-۱ توابع برداری

۶۸..... ۱۳-۲ انتگرال‌های توابع برداری، حرکت پرتابه

۷۶..... ۱۳-۳ طول کمان در فضا

۸۰..... ۱۳-۴ انحنا و بردار یکه قائم

۸۵..... ۱۳-۵ مؤلفه‌های مماسی و قائم شتاب

۹۰..... ۱۳-۶ سرعت و شتاب در مختصات قطبی

۹۳..... سوالات مروری

۹۴..... تمرین‌های عملی

۹۶..... تمرین‌های اضافی و پیشرفته



مشتقات جزئی

۱۴

۹۹..... ۱۴-۱ توابع به متغیره

۱۰۸..... ۱۴-۲ حد و پیوستگی، ر. فضاهای بالاتر

۱۱۶..... ۱۴-۳ مشتقات جزئی

۱۲۶..... ۱۴-۴ قاعده زنجیره‌ای

۱۳۴..... ۱۴-۵ مشتقات جهتی و بردارهای گرادیان

۱۴۱..... ۱۴-۶ صفحات مماس و دیفرانسیل ما

۱۵۰..... ۱۴-۷ مقادیر اکسترمم و نقاط زینی

۱۶۰..... ۱۴-۸ ضرایب لاگرانژ

۱۶۸..... ۱۴-۹ فرمول تیلور توابع دو متغیره

۱۷۱..... ۱۴-۱۰ مشتقات جزئی با متغیرهای مقید

۱۷۵..... سوالات مروری

۱۷۶..... تمرین‌های عملی

۱۸۰..... تمرین‌های اضافی و پیشرفته



انتگرال‌های چندگانه

۱۵

۱۸۳..... ۱۵-۱ انتگرال‌های دوگانه

۱۸۸..... ۱۵-۲ انتگرال‌های دوگانه روی سایر نواحی

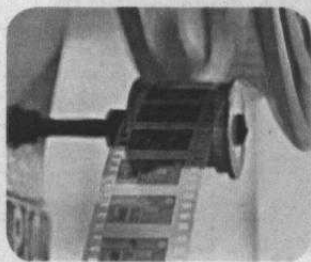
۱۹۷..... ۱۵-۳ مساحت با انتگرال دوگانه

۲۰۰..... ۱۵-۴ انتگرال‌های دوگانه در مختصات قطبی

۲۰۷..... ۱۵-۵ انتگرال‌های سه‌گانه در مختصات مستطیلی

۲۱۶..... ۱۵-۶ کاربردها

۲۲۴..... ۱۵-۷ انتگرال‌های سه‌گانه در مختصات استوانه‌ای و کروی

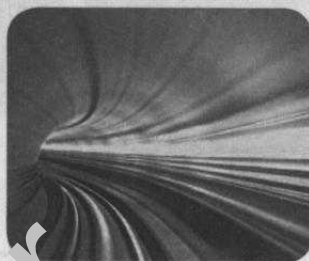


۲۳۶	 ۱۵-۸ جانشانی در انتگرال‌های چندگانه
۲۴۵	 سوالات مروری
۲۴۵	 تمرین‌های عملی
۲۴۸	 تمرین‌های اضافی و پیشرفته

انتگرال‌ها و میدان‌های برداری

۱۶

۲۵۱	 ۱۶-۱ انتگرال‌های روی خط
۲۵۷	 ۱۶-۲ میدان‌های برداری و انتگرال‌های روی خط: کار، گردش و شار
۲۷۰	 ۱۶-۳ مستقل از مسیر، تابع پتانسیل و میدان‌های پایستار
۲۷۸	 ۱۶-۴ قضیه گرین در صفحه
۲۸۹	 ۱۶-۵ رویه‌ها و مساحت
۲۹۸	 ۱۶-۶ انتگرال‌های رویه‌ای
۳۰۷	 ۱۶-۷ قضیه استوکس
۳۱۷	 ۱۶-۸ قض دیورژانس و نظریه وحدت
۳۲۸	 سوالات مروری
۳۲۸	 تمرین‌های عملی
۳۳۲	 تمرین‌های اضافی و پیشرفته



پیوست‌ها

۳۳۵	 A-۸ قاعده پخش ضرب خارجی (دارها)
۳۳۶	 A-۹ قضیه مشتق آمیخته و قضیه نمو
۳۳۹	 پاسخ تمرین‌های فرد
۳۷۱	 جدول خلاصه‌ای از انتگرال‌ها
۳۷۶	 فرمول‌های عملگرهای برداری (شکل کارترین)
۳۷۶	 ضرب برداری سه بردار (سه‌گانه)
۳۷۶	 اتحادهای برداری

