

۹۷۷۷۸

دسریں

به نام خداوند مهربان

آموزش + تست کتاب فضایی

دوازدهم

# ریاضیات تجربی

+ مباحث مرتبط با پایه دهم و یازدهم

کهکشان‌ترین کتاب آموزش دنیا

«عباس اشرفی» محمود داورزنی

همکاران تألیف: احسان لعل، فرزاد نرسی جانی



مهروماه

سرشناسه: اشرفی، عباس / عنوان: ونام پندآور ریاضیات تجربی پایه دوازدهم / مشخصات  
نشر: تهران: مهر و ماه نو، ۱۳۹۷ / مشخصات ظاهری: ۱۵۶ / وضعیت فهرست نویسی: ۳۹۲۲  
م.م. / فهرست: کارموز / شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۳۱۷-۳۲۲-۴ / وضعیت فهرست نویسی: کامل این اثر در نشانی: <http://opac.nli.ir> قابل  
مختصر: یادداشت: فهرست نویسی: محمود / شماره کتابشناسی ملی: ۴۴۳۲۷۸  
دسترسی است: شناسه افزوده: داورتی، محمود

# ریاضیات تجربی

## آموزش + تست کتاب فضایی

### دوازدهم

#### کهکشان ترین کتاب آموزش دنیا

ناشر: انتشارات مهرماه و

مؤلفان: عباس اشرفی، محمود داورتی

مدیر شورای تألیف: محمد حسین گوشه

مدیر گروه ریاضی: عباس اشرفی

مسئول ویراستاری: سنور حریری

ویراستاران: دنیا سلیمی، ندا دهقانی، حامد شفیعی

نوبت چاپ: اول، ۱۳۹۷

تیراژ: ۲۰۰۰ نسخه

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۳۱۷-۳۲۲-۴

قیمت: ۴۹۰۰۰ تومان

مدیر تولید: سمیه جباری

مدیر هنری: محسن فرهادی

مسئول فنی و صفحه آرا: الهام پیلوایه

گرافیک جلد: الهام منصفزاده

تصویرگر جلد و صفحات: سمیرا مختاری

رسم تصاویر: مرتضی ضیایی

حروفچینی: حامد فرزین، مهری فروتن

نشانی: تهران، میدان انقلاب، خیابان

۱۲ فروردین، کوچه ی مینا، پلاک ۳۷

۶۶۴۰۸۴۰۰ دفتر مرکزی

۶۶۴۰۸۴۰۳ واحد فروش

۶۶۹۶۸۵۸۹ روابط عمومی

۶۶۴۷۹۳۱۱ فروش اینترنتی و تلفنی

۳۰۰۰۷۲۱۲ پیامک

[www.mehromah.ir](http://www.mehromah.ir)

© کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به انتشارات  
مهرماه‌نو می‌باشد. هرگونه برداشت از مطالب این کتاب  
بدون مجوز کتبی از ناشر، ممنوع بوده و پیگرد قانونی دارد.



مهرماه

# مقدمه

سلام بچه‌ها!

به کلاس درس شیرین ریاضیات خوش آمدید! در کلاسی به وسعت ایران عزیز، هم قدم شما هستیم و تا پایان سال تحصیلی دشواری‌ها را با هم سپری می‌کنیم. می‌دانم که ریاضی، یکی از سخت‌ترین درس‌های کنکور برای بچه‌های تجربی است، علاوه بر این شما اولین کسانی هستید که در کنکور نظام جدید شرکت می‌کنید.



آقا اجازه! من پارسال به زور ریاضی رو پاس کردم! جای من هم تو این کلاس هست!

بله، قطعاً. در این بیست سال تدریس به این نتیجه رسیده‌ام که اغلب افرادی که در ریاضی ضعف دارند، کم‌هوش نیستند بلکه بازیگوش هستند. بارها به پیش‌مان خود دانش‌آموزانی را دیده‌ام که از نمره ۸ و ۹ ریاضی دهم به درصدهای ۶۰ و ۷۰ کنکور در درس ریاضی رسیده‌اند.



من قول میدم امسال بترکونم.

من هم امیدوارم.



شما به جزء ریاضی دوازدهم مطالب ششم و نهم رو هم تدریس می‌کنید؟

بله، در ۳ فصل تابع، مثلثات و احتمال آموزش مطالب را از سال دهم شروع می‌کنیم.

فقط برای این‌که بیشتر شما را بشناسم، نمره ریاضی یازدهم شما چند شد؟



یادم نیست ولی حدود ۱۵ شدم.

## ساختار و ویژگی‌های کتاب

بچه‌های عزیز با تغییر نظام آموزشی، درس ریاضی دچار تغییرات زیادی شده است. بخش‌های زیادی از هندسه، مشتق، مثلثات و انتگرال حذف شده و مطالبی مانند اتحادها، معادلات درجه دوم، ریشه‌ها، مجموعه‌ها به سرفصل‌های کنکور اضافه شده است.

در این کلاس سعی می‌کنیم دقیقاً مطابق با سرفصل‌های کتاب‌های جدید پیش برویم و هر جا که نیاز به گفتن مطالب بیشتری باشد آن‌ها را تحت عنوان **یک کام فراتر** بیاوریم.



استاد توی این کلاس نکات تستی رو هم می‌گید یا فقط در حد امتحان نهایی تدریس می‌کنید؟



آقا، شاگرد اول کلاس‌مونه‌ها! تحویلش بگیرید!

بله از سؤالش مشخص است. خیالتان راحت باشد من در این کلاس همه **نکته** ها را برایتان آورده‌ام. سطح کلاس آموزشی ما کاملاً مطابق با کنکور است. هر جا لازم باشد با گفتن روش دوم **فرمول ممنوع** بدون استفاده از فرمول، تست را حل می‌کنیم.

در جاهایی که ممکن است در حل سؤال‌ها به خطا بیافتید با گفتن **حواست باشه** به شما هشدار می‌دهم! به

**تذکر** ها هم خیلی دقت کنید، معمولاً این مطالب پتانسیل طرح تست را دارند.

سبک کارمان هم این است، ابتدا همه مطالب یک جلسه را در یک تخته می‌نویسم که مثل یک GPS به شما نشان می‌دهیم که در هر جلسه به بررسی چه مطالبی می‌پردازیم. سپس مطالب هر بخش را تدریس

می‌کنم در هر بخش معمولاً یک مثال و چند تست حل می‌کنیم.



در انتها هم **لب کلام** را برایتان می‌آورم که در یک نگاه کلی می‌توانید تمامی مطالب را دوره کنید، در پایان هر جلسه هم تست‌های آن جلسه را داریم که کل مطالب و نکته‌های آن مبحث را به‌طور کامل پوشش می‌دهند. توجه داشته باشید که این کتاب شامل قسمت‌های زیر است:

- **درسنامه‌های جامع و مفهومی داره!** هم تمام مطالب کتاب درسی رو موبه‌مو براتون آوردیم هم مطالب عمیق‌تر رو.
- **طبقه‌بندی موضوعی شده،** یعنی درسنامه‌های هر فصل به چند جلسه کلاس درسی تقسیم شده تا مجبور نشی کل فصل رو به جا بخونی. باور کن برای دعوت هرکدوم از موضوع‌ها به کتابمون، کلی جلسه با مشاوران به‌نام و کار بلد عرصه کنکور، سرکار خانم حجازیان و آقایان رامین احمدیان، محمد اسداللهی، علیرضا بحری، سیدمحسن جلال‌زاده، علی حق‌شناس، امین خانی، امیر سمیعیان، مسعود عظیمی، بهنام قدردوست، حسن محمدی، احمد میربلند و احمد میری گذاشتیم و دربارش بحث کردیم که همین‌جا از همشون تشکر می‌کنم؛ خیلی سخت بود ولی می‌ارزید.
- **هیچ مطلبی رو بدون مثال و تست باقی نذاشتیم!** برای درک بهتر مطالب، یک یا چند مثال براتون آوردیم.
- **پُر از تست‌های خوب و مفیده!** تست‌ها رو هم از ساده به سخت چیدیم که اولش با دیدن تست‌های سخت سخته نکنی ☺
- **همه تست‌های کنکور جدید حتی کنکور امسال** تو کتابمون هست، البته فقط تست‌هایی رو آوردیم که مربوط به کتاب‌های جدید.
- **تعداد تست‌هاش خیلی زیاده،** البته متناسب با اهمیت هر مبحثه، اینقدر که اگر همشون رو کار کنی، به اون مبحث در حد تیم ملی مسلط می‌شی.
- **مثل کتاب درسی،** تست‌ها رو با یک‌دست مسائل واقعی گرفتن و از حالت انتزاعی خارج شدن.
- **پاسخنامه‌ش پر از راهبردهای عالی** که کمک اون‌ها، توی حل سؤال‌گیر نمی‌کنی و می‌دونی که چه مسیری رو باید دنبال کنی. پاسخنامه این کتاب به جزء راهبرد به‌کل نکته‌های تستی و تکنیک‌های محاسباتی و ... مسلح شده!
- **پل هاموس می‌گه:** تمرین، باب یاضیات است اگه این‌طوره کتاب ما متخصصه ♥

## تشکر و قدردانی

- این کتاب مرهون تلاش، حمایت، راهنمایی و آموزش این دوستان است.
- جناب آقای احمد اختیاری مدیر انتشارات که در کشاکش تولید کتاب‌های جامع امکان تولید این اثر را به‌وجود آوردند.
  - جناب استاد محمدحسین انوشه مدیر شورای تألیف که از ابتدا ما را تسبیح به تألیف کتاب نمودند.
  - جناب استاد شهریار قبادی مؤلف برجسته که تجربه گران‌قدر خود در تألیف کتاب کلاس انتشارات رمزینه را در اختیار ما قرار دادند.
  - جناب استاد بهمن اصلاح‌پذیر که همواره از راهنمایی‌های علمی ایشان بهره بردیم.
  - جناب آقای گودرزی مدیر فروش انتشارات که تشویق‌هایشان مایه دلگرمی ماست.
  - خانم‌ها سنور حریری مدیر ویراستاری، دنیا سلیمی مسئول کتاب و ندا دهقانی و آقای حامد شفیعی ویراستاران دلسوز کتاب که اگر تلاش این عزیزان نبود هرگز این کتاب چاپ نمی‌شد.
  - از جناب آقای امیر انوشه مدیر سایت سپاس گذاریم.
  - سرکار خانم سمیه جباری مدیر تولید، خانم الهام پیلوايه صفحه‌آرا و مدیر فنی، آقای حامد فرزین و خانم مهری فروتن، تایپیست‌های گرامی و مرتضی ضیایی رسام محترم نیز تلاش فراوانی برای تولید این اثر داشتند.
  - از جناب آقای محسن فرهادی مدیر گروه هنری و سرکار خانم سمیرا مختاری تصویرگر محترم تشکر فراوان داریم.
  - سرکار خانم قنبری مدیر روابط عمومی که از این پس زحمات این کتاب بر دوش ایشان خواهد بود صمیمانه قدردانیم.

## در آخر

کتاب حاضر را تقدیم به تمامی دانش‌آموزان رشته تجربی و دبیران محترم می‌کنیم و از همگی دوستان انتظار داریم، هر نوع اشکال چاپی یا محتوایی را به ما گوشزد کنند تا در ویرایش‌های بعدی اصلاح گردد.



# فهرست

## فصل اول: تابع

۷

۸

۲۴

۴۱

۵۳

جلسه اول: تعریف تابع

جلسه دوم: اعمال جبری و ترکیب توابع

جلسه سوم: تابع یک به یک و تابع وارون

جلسه چهارم: رسم نمودار از روی ضابطه

۱۱۵

## فصل دوم: مثلثات

۱۱۶

۱۲۷

۱۳۷

۱۵۴

۱۶۳

جلسه اول: یادآوری مباحث یه ای مثلثات

جلسه دوم: دایره مثلثاتی

جلسه سوم: رسم توابع مثلثاتی

جلسه چهارم: روابط بین نسبت های مثلثاتی

جلسه پنجم: معادلات مثلثاتی

۲۰۹

## فصل سوم: مشتق

۲۱۰

۲۳۳

۲۵۵

جلسه اول: حد

جلسه دوم: مشتق

جلسه سوم: محاسبه مشتق و مسائل مربوط به آن

۳۱۱

## فصل چهارم: کاربرد مشتق

۳۱۲

۳۲۸

جلسه اول: کاربرد مشتق

جلسه دوم: اکسترمم ها - بهینه سازی

۳۷۳

## فصل پنجم: مقاطع مخروطی

۳۷۴

۳۸۹

۴۰۰

جلسه اول: تفکر تجسمی و آشنایی با مقاطع مخروطی

جلسه دوم: بیضی

جلسه سوم: دایره

۴۳۵

## فصل ششم: احتمال

۴۳۶

۴۵۵

۴۷۳

۴۸۶

جلسه اول: شمارش

جلسه دوم: پیشامد و احتمال

جلسه سوم: احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

جلسه چهارم: قانون احتمال کل