

مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها

مطابق با جدیدترین سرفصل دانشگاه فرهنگیان

علی‌رضا عین‌الهی

(عضو هیئت علمی دانشگاه فرهنگیان)

انتشارات پژوهشگر برتر

تهران ۱۳۹۷

سرشناسه : عین‌الهی، علیرضا، ۱۳۴۵ -
 عنوان و نام پدیدآور : مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها .../علیرضا عین‌الهی.
 مشخصات نشر : تهران: پژوهشگر برتر، ۱۳۹۷.
 مشخصات ظاهری : ۲۵۶ص.: جدول، نمودار.
 شابک : ۹۷۸-۶۲۲-۶۲۹۷-۰۳-۵ : ۲۵۰۰۰۰ ریال
 وضعیت فهرست نویسی : فیبا
 یادداشت : کتابنامه.
 موضوع : نظریه مجموعه‌ها -- راهنمای آموزشی (عالی)
 موضوع : Set theory -- Study and teaching (Higher)
 موضوع : نظریه مجموعه‌ها -- مسائل، تمرینها و غیره (عالی)
 موضوع : Set theory -- Problems, exercises. etc(Higher)
 موضوع : منطق ریاضی -- راهنمای آموزشی (عالی)
 موضوع : Logic, Symbolic and mathematical -- Study and teaching (Higher)
 موضوع : منطق ریاضی -- مسائل، تمرینها و غیره (عالی)
 موضوع : Logic, Symbolic and mathematical -- Problems, exercises. etc(Higher)
 رده بندی کنگره : ۴۲۴ . ۶۹۲ (۳۹)
 رده بندی دیویی : ۳۲۲/۳۱۱
 شماره کتابشناسی ملی : ۱۵۵۱

نشانی: تهران، پیروزی، نبرد، پاسدار نم، تاجری - کدپستی: ۱۷۶۷۸۶۳۸۴۳

دفتر مرکزی نشر: ۳۳۱۸۶۵۲۹-۳۳۱۷۴۸۰۷ پیام‌گیر و دورنگار: ۳۳۱۶۹۴۰۶

Site: www.bookpb.ir

Emile: info@bookpb.ir

نام کتاب : مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها

نویسنده: علیرضا عین‌الهی

طراح جلد: محمدحسین عین‌الهی

صفحه آرا: عفت اقرلو

شماره گان: ۱۰۰۰ نسخه

چاپ اول : ۱۳۹۷

قطع کتاب: وزیری

قیمت : ۳۵۰۰۰ تومان

شابک: ۹۷۸-۶۲۲-۶۲۹۷-۰۳-۵

حق چاپ برای ناشر محفوظ می‌باشد.

پیشگفتار

مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها همانند درس مبانی علوم ریاضی در پی فراهم ساختن زبانی نمادین و دقیق برای درک مفاهیم پیچیده ریاضی توسط دانشجو است. با این حال مفاهیم ارائه شده در این درس از پیچیدگی بیشتری نسبت به درس مبانی علوم ریاضی برخوردارند. درک مفهوم نامتناهی بودن یک مجموعه و نیز مفهوم مجرد عدد اصلی و نیز مجموعه‌های شمارا و ناشمارا از جمله اهداف این درس است.

درس مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها یک درس نظری ۳ واحدی است، که باید در ۴۸ ساعت (یعنی ۱۶ هفته تدریس) شود. درس مبانی علوم ریاضی تنها درس مهمی است که به عنوان پیشنیاز درس مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها ارائه می‌شود. لازم به ذکر است که دو درس مبانی علوم ریاضی و مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها در سرفصل رشته‌های مختلف ریاضی کلیه دانشگاه‌ها به صورت یک درس ۴ واحدی، تحت عنوان «مبانی ریاضیات» یا «مبانی علوم ریاضی» ارائه می‌گردد.

در پایان این درس دانشجویان خواهند توانست مفاهیم متناهی بودن و نامتناهی بودن یک مجموعه را درک کنند و به کمک ارائه یک استدلال منطقی و با تکیه بر گزاره‌های مفروض متناهی بودن و یا نامتناهی بودن یک مجموعه را اثبات نمایند. هم‌چنین دانشجو معلمان با مطالعه مفاهیم مجموعه‌های شمارا و ناشمارا و یادگیری مهارت‌های اساسی مرتبط با این مفاهیم باید بتوانند آمادگی لازم برای مطالعه ساختارهای پیچیده‌تر ریاضی را بدست آورند. توانایی درک عدد اصلی یک مجموعه و حساب اعداد اصلی نیز از اهداف این درس است.

فهرست مطالب

پیشگفتار.....	۵
مقدمه.....	۱۱
فصل صفر: مروری بر درس مبانی علوم ریاضی.....	۱۳
درس ۱. مروری بر مباحث مجموعه‌ها.....	۱۴
مجموعه خوش‌تعدیف.....	۱۴
زیر مجموعه.....	۱۶
مجموعه‌ی مجموعه.....	۱۶
مجموعه‌ی مرجع (یا جهانی) عمومی.....	۱۶
تساوی دو مجموعه.....	۱۷
متمم یک مجموعه.....	۱۷
اجتماع دو مجموعه.....	۱۷
اشتراک دو مجموعه.....	۱۸
مجموعه‌های جدا از هم.....	۱۸
تفاضل دو مجموعه.....	۱۸
مجموعه‌ی توانی.....	۲۰
تفاضل متقارن.....	۲۱
پارادوکس.....	۲۳
جبر مجموعه.....	۲۴
خانواده‌ی مجموعه‌ها.....	۲۴
تعمیم اجتماع مجموعه‌ها.....	۲۵
تعمیم اشتراک مجموعه‌ها.....	۲۵
تعمیم قوانین جبر مجموعه‌ها.....	۲۶

۲۸.....	تمرین و تکلیف یادگیری درس ۱.....
۳۰.....	درس ۲. مروری بر مباحث رابطه و تابع.....
۳۰.....	زوج مرتب.....
۳۱.....	حاصلضرب دکارتی دو مجموعه.....
۳۲.....	تعریف ضرب دکارتی با استفاده از اجتماع.....
۳۲.....	رابطه.....
۴۰.....	افراز یک مجموعه.....
۴۰.....	کلاس‌های هم‌ارز.....
۴۰.....	خانواده خارج قسمت.....
۴۱.....	ارتباط بین رابطه‌ای هم‌ارزی با افراز.....
۴۲.....	مفهوم تابع.....
۵۰.....	تمرین و تکلیف یادگیری درس ۲.....
۵۵.....	فصل اول: مجموعه‌های شمارا و ناشمارا.....
۵۶.....	درس ۳. مجموعه‌های متناهی و نامتناهی.....
۵۶.....	مقدمه.....
۵۷.....	مجموعه‌های هم‌توان.....
۶۱.....	مجموعه‌های متناهی و نامتناهی.....
۶۸.....	تمرین و تکلیف یادگیری درس ۳.....
۷۱.....	درس ۴. قوانین مربوط به مجموعه‌های متناهی و نامتناهی.....
۷۵.....	قطعه‌ای اعداد طبیعی.....
۷۶.....	تعریف دیگری برای مجموعه‌ی متناهی.....
۷۹.....	تمرین و تکلیف یادگیری درس ۴.....
۸۱.....	درس ۵. مجموعه‌های شمارا و ناشمارا.....

۸۱	مفهوم مجموعه‌های شمارا و ناشمارا
۸۲	ارتباط بین مجموعه‌های نامتناهی و شمارای نامتناهی
۸۵	مجموعه‌ی اعداد گویا
۸۶	مجموعه‌ی اعداد حقیقی
۹۰	تمرین و تکلیف یادگیری درس ۵
۹۳	فصل دوم: اعداد اصلی
۹۴	درس ۱. مفهوم اعداد اصلی
۹۴	مقدمه
۹۵	عدد اصلی چیست؟
۹۵	اصول چهارگانه اعداد اصلی
۹۷	ترتیب اعداد اصلی ترامتناهی
۹۹	قضیه شرودر - برنشتاین
۱۰۱	روش دیگر برای اثبات هم‌توانی دو مجموعه
۱۰۱	قضیه کانتور
۱۰۵	تمرین و تکلیف یادگیری درس ۶
۱۰۷	درس ۷. عمل‌ها روی اعداد اصلی
۱۰۷	مقدمه
۱۰۷	عمل خوش‌تعریف
۱۰۸	جمع اعداد اصلی ترامتناهی
۱۱۲	ضرب اعداد اصلی ترامتناهی
۱۱۶	تمرین و تکلیف یادگیری درس ۷
۱۱۸	درس ۸. توان مجموعه‌ها و خانواده‌های شمارا
۱۱۸	توان مجموعه‌ها
۱۲۳	حاصل ضرب دکارتی خانواده‌ها

۱۲۵.....	تمرین و تکلیف یادگیری درس ۸.....
۱۲۷.....	درس ۹. توان اعداد اصلی.....
۱۲۷.....	مقدمه.....
۱۳۰.....	فرضیه پیوستار.....
۱۳۰.....	فرضیه پیوستار تعمیم یافته.....
۱۳۳.....	تمرین و تکلیف یادگیری درس ۹.....
۱۳۵.....	فصل سوم: اصل انتخاب و برخی از صورت‌های هم‌ارز آن.....
۱۳۶.....	درس ۱۰. اصل انتخاب و ابزارهای مورد نیاز آن.....
۱۳۶.....	مقدمه.....
۱۳۷.....	اصل انتخاب.....
۱۳۸.....	رابطه‌های ترتیب جزئی و کفی.....
۱۴۳.....	زنجیر.....
۱۴۴.....	کوچکترین کران بالا و عنصر ماکسیمال.....
۱۴۶.....	بزرگترین کران پایین و عنصر مینیمال.....
۱۴۹.....	تمرین و تکلیف یادگیری درس ۱۰.....
۱۵۱.....	درس ۱۱. معادل‌های اصل انتخاب.....
۱۵۱.....	مقدمه.....
۱۵۲.....	مجموعه‌های دو به دو مجزا و اصل انتخاب.....
۱۵۴.....	مجموعه‌های توان و اصل انتخاب.....
۱۵۵.....	حاصل ضرب دکارتی و اصل انتخاب.....
۱۵۷.....	توابع پوشا و اصل انتخاب.....
۱۶۰.....	تمرین و تکلیف یادگیری درس ۱۱.....
۱۶۲.....	درس ۱۲. اصل ماکسیمال هاسدورف و لم زورن.....

تمرین و تکلیف یادگیری درس ۱۲.....	۱۶۵
درس ۱۳. اصل خوشترتیبی و اصل استقرای ترامتناهی.....	۱۶۶
مقدمه.....	۱۶۶
مجموعه‌ی خوشترتیب.....	۱۶۶
اصل خوشترتیبی.....	۱۶۷
اصل استقرای ترامتناهی.....	۱۷۰
تمرین و تکلیف یادگیری درس ۱۳.....	۱۷۲
درس ۱۴. مرور بر آنچه رفته‌ها با حل تمرین بیشتر.....	۱۷۳
کتاب <i>Abhijit Dasgupta</i> نوشته.....	۱۷۳
کتاب <i>Set Theory</i> نوشته <i>Thomas</i>	۱۸۸
کتاب <i>A book of Set Theory</i> نوشته <i>Charles C. Pinter</i>	۱۹۱
کتاب <i>Elements of Advanced Mathematics</i> نوشته <i>Steven G. Krantz</i>	۲۰۴
کتاب <i>THE FOUNDATIONS OF MATHEMATICS</i>	۲۱۶
کتاب <i>INTRODUCTION TO SET THEORY</i>	۲۲۶
پایوست.....	۲۴۶
مقدمه.....	۲۴۶
آموزش حل مسئله.....	۲۴۷
مراحل چهارگانه حل مسئله.....	۲۴۷
راهیابی یا راهبردهای حل مسئله.....	۲۴۷
منابع جهت مطالعه بیشتر.....	۲۴۹
منابع فارسی.....	۲۴۹
منابع انگلیسی.....	۲۵۱
منابع اینترنتی.....	۲۵۳
مقالات.....	۲۵۳

سپاس بی‌منتها خدای را سزااست که انسان را آفرید و به زیور علم و معرفت بیاراست و به واسطه آن، تاج «لقد کرّمنا» بر تارک او نهاد، اولین آیت نازل به رسول خاتم را با «اقرا» آغاز نمود و قلم را دستمایه سوگند خویش قرار داد، حکیمی که انوار هدایت خویش را بر عموم کائنات تابان گردانید، پرتو فیض عمیم را در همه موجودات پدیدار ساخت و هر موجودی را به کمال لایق آن رهبری فرمود. خداوند را سپاس می‌گوییم که با هدف عالی خدمت به خلق، جهت رضایت او کار را آغاز کرده و امروز کتاب مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها را به اتمام رساندم.

دانشجویانی که این کتاب را مطالعه می‌کنند در درس مبانی علوم ریاضیات با زبان علمی و نمادین ریاضیات آشنا شده‌اند و با روش‌های اثبات و استدلال به تفصیل، جهت درک و فهم مسایل و حل آن‌ها، کار کرده‌اند. در درس مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها، که پس از درس مبانی علوم ریاضی ارائه می‌شود، کاربرد این زبان علمی و نمادین بسیار مهم را در موضوعاتی همچون مجموعه‌های متناهی، نامتناهی، شمارا، ناشمارا، اعداد اصلی و اصل انتخاب مورد بررسی قرار می‌دهند.

درس مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها در سه فصل، شرح زیر، ارائه می‌شود:

در فصل اول، با نام «مجموعه‌های شمارا و ناشمارا» به آموزش مباحثی همچون مجموعه‌های متناهی و نامتناهی، هم‌توانی مجموعه‌ها، مجموعه شمارای نامتناهی، مجموعه‌های شمارا و ناشمارا و ویژگی‌ها و قضایای اساسی مربوط به آن‌ها می‌پردازیم.

در فصل دوم، با نام «اعداد اصلی» به آموزش مباحثی همچون مفهوم عدد اصلی، مرتب کردن اعداد اصلی، قضیه شرودر برنشتاین، عدد اصلی یک مجموعه توانی، قضیه کانتور، جمع اعداد اصلی، ضرب اعداد اصلی، توان اعداد اصلی، فرضیه پیوستار و تعمیم آن و غیره می‌پردازیم.

در فصل سوم، با نام «اصل انتخاب و برخی از صورت‌های هم‌ارز آن» به آموزش مباحثی همچون اصل انتخاب، اصل ماکسیمال هاسدورف، لم زرن، اصل خوشترتیبی و اصل استقرای ترامتناهی و غیره می‌پردازیم.

در این کتاب ما در فصل صفر، طی دو درس جداگانه، مروری به مباحث مجموعه‌ها و رابطه و تابع، خوانده شده در درس مبانی ریاضی، کرده‌ایم. در فصل صفر تعاریف، قوانین و نمادهایی را که در این کتاب از آن‌ها بهره می‌بریم ارائه کرده‌ایم. لذا، پیشنهاد می‌کنیم که قبل از شروع مطالعه این کتاب فصل صفر را حتماً مطالعه کنید.

در درس آخر این کتاب مجموعه‌ای از تمرینات مختلف ارائه شده در کتب لاتین را ارائه نموده‌ایم. برای آن که بتوانید درک دقیق و عمیق از مفاهیم ارائه شده در فصول مختلف بدست آورید و در حل مسائل تبحر لازم را پیدا کنید پیشنهاد می‌شود که کلیه تمرینات ارائه شده در این کتاب را بررسی و حل کنید.

پس از یک سال تلاش در مکتوب کردن اطلاعات علمی، که طی ۳۲ سال آموزش در مراکز تربیت معلم و دانشگاه‌ها بدست آورده‌ام، امروز این کتاب جهت استفاده دانشجویان ورودی سال ۹۷ دانشگاه فرهنگیان آماده و عرضه می‌شود. از آن‌جا که تعجیل در چاپ این کتاب امکان وجود مشکلاتی در تایپ و جابه‌جایی کلمات یا نمادهای شده باشد که از دیدگان ما پنهان مانده است، لذا از کلیه خوانندگان این کتاب عذرا می‌شود اگر مشکلاتی در این خصوص مشاهده نموده‌اند، با ذکر صفحه و سطر ما را از طریق ایمیل «info@einollahi.org» آگاه سازند تا در ادامه چاپ‌های بعدی با رفع آن‌ها بپردازیم. اجرکم عند الله.