



# نظریه قاب‌ها، توسیع و کاربردهای آن در فضای هابرت

مؤلف:

نرجس سادات بنی طبّا

عضو هیأت علمی دانشگاه پیام نور

|                     |                                                                              |
|---------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| سرشناسه             | : بنی‌طبا، نرجس سادات، ۱۳۵۳ -                                                |
| عنوان و نام پدیدآور | : نظریه قاب‌ها، توسیع و کاربردهای آن در فضای هیلبرت/مؤلف نرجس سادات بنی‌طبا. |
| مشخصات نشر          | : ایلام: نگارستان غرب، ۱۳۹۷.                                                 |
| مشخصات ظاهری        | : ۱۸۵ص.                                                                      |
| شابک                | : ۹۷۸-۶۰۰-۸۹۷۳-۱۰-۲                                                          |
| وضعیت فهرست نویسی   | : فیپا                                                                       |
| موضوع               | : قاب‌ها (بردارها)                                                           |
| موضوع               | : (Frames (Vector analysis                                                   |
| موضوع               | : فضای هیلبرت                                                                |
| موضوع               | : Hilbert space                                                              |
| رده‌بندی کنگره      | : QA۳۲۹/۲/ب۹۶۱۳۹                                                             |
| رده‌بندی دیویی      | : ۵۱۷/۴۰                                                                     |
| شماره کتابشناسی ملی | : ۵۲۰۵۷۹۲                                                                    |

نام کتاب: نظریه قاب‌ها، توسیع و کاربردهای آن در فضای هیلبرت

مؤلف: نرجس سادات بنی‌طبا

چاپ و لیتوگرافی:

انتشارات: نگارستان غرب

طراحی جلد:

صفحه‌آرایی:

چاپ اول: ۱۳۹۷

شمارگان: ۱۰۰۰

شابک:

قیمت: تومان

آدرس مرکز پخش:

| صفحه | عنوان                                                 |
|------|-------------------------------------------------------|
| ۵    | مقدمه                                                 |
| ۷    | فصل ۱- اصول و مقدمات لازم                             |
| ۲۷   | فصل ۲- قاب ها در فضای هیلبرت                          |
| ۷۹   | فصل ۳- روش ساختن قاب های پارسوال هم نرم از قاب دلخواه |
| ۱۱۷  | فصل ۴- ابرونگی در قاب ها                              |
| ۱۳۳  | فصل ۵- پایه های شبه ، بس و قاب های ریس                |
| ۱۶۹  | فصل ۶- قاب های مسطح یافته                             |
| ۱۸۱  | منابع                                                 |

## مقدمه

قاب ها مجموعه ای از بردارها در فضای هیلبرت است که برای هر بردار در این فضا یک نمایش ارائه می دهد که البته این نمایش ها منحصر به فرد نیستند [4,5,6,7,8,9,10,11,16,18,20,23]. به خاطر وجود خواص منحصر به فرد در ساختار قاب ها، این ابزار در بررسی سیگنال ها بسیار قدرتمند ظاهر می گردد [10,14]. اخیراً کاربردهای جدیدی برای قاب های فشرده یکنواخت نیز شناخته شده است. یکی از خواص جدید شناخته شده برای قاب ها متعادل سازی یک قاب به منظور کاهش اثرات تغییرات در یک سیستم ارتباطی است. شبکه های مدرن ارتباطی بسته های متعدد از داده ها را از یک منبع، مقصد انتقال می دهند. این بسته ها دنباله هایی از بیت های اطلاعاتی با طول مشخص است که با اطلاعات خاصی در برد آدرس ها، زمان انتقال و کنترل خطاها همراه است که تحویل بدون خطای بسته را تضمین می کند. ناراحتی در شبکه به شکل خطای سرریز در گره های واسطه ای در شبکه ها ظاهر می گردد. لذا در نظر کاربران شبکه رفتار یک بسته اطلاعاتی در شبکه ناشی از تغییرات تصادفی نیست. ولی در برخی موارد زمان انتقال غیر قابل پیش بینی می باشد.

بازگرداندن بسته های اطلاعاتی زمان بیشتری نسبت به انتقال اولیه صرف می کند و در بسیاری از مواقع بازگرداندن بسته های از دست رفته ممکن نیست یا بسیار زمانگیر می باشد که البته قابل پذیرش است. اگر بسته داده از دست رفته مستقل از سایر داده های منتقل شده باشد اطلاعات به طور واقعی تلف می شود به مقصد خواهد رسید ولی اگر وابستگی بین داده ها موجود باشد، می توان اطلاعات را با جزئی ترین اختلاف زمانی به طور کامل علی رغم کاهش در آنها به مقصد رسانید [15,25,24,26].

این روش ها ما را قادر می سازد که بتوان قاب ها را برای عملیات رمزنگاری به کار ببریم و در پی یافتن بهترین شکل قاب ها برای این کاربرد باشیم

همچنین لزوم بررسی سیگنال ها، دلیلی است که کلیه خواص قاب های فشرده نرمال را بشناسیم [17,13,21,19]. ابتدا مطالعات سیستماتیک را در مورد قاب ها انجام می دهیم. در این زمینه لازم است برخی قضایا به طور کامل بررسی شود و مثال هایی از قاب های فشرده نرمال مانند قاب های گابور و قاب های هارمونیک می آوریم.

در ادامه تعریف قاب های هارمونیک عمومی را می آوریم. همچنین شرط هم ارزی ساده ای روی قاب های هارمونیک عمومی ارائه می دهیم که ثابت می کند ضرب داخلی بین هر دو بردار قاب  $\phi_r$  و  $\phi_s$  در یک قاب

هارمونیک برابر با ضرب داخلی بین  $\phi_{i+1}$  و  $\phi_{j+1}$  می باشد. در بخش ۳ بیشتر در مورد قاب های فشرده یکنواخت بحث خواهیم کرد. این بخش با معرفی برخی خواص اولیه شروع شده و با ارائه روش های کلاس بندی قاب های فشرده یکنواخت که شامل بررسی ارتباط زیر فضاها و قاب های فشرده یکنواخت و این قاب ها را از دیدگاه دوگان های قابی تغییر یافته برای یک قاب مفروض معرفی می کند، ادامه می یابد. همچنین در مورد قاب های فشرده ها با ساختار گروه بحث می شود. نشان می دهیم که هر قاب فشرده یکنواخت نرمال تولید شده توسط دسته  $\{\phi_0^k\}_{k=0}^{M-1}$  ( که  $U$  یکانی و  $\phi_0 \in H$  ) دقیقاً قاب های هارمونیک عمومی هستند. سپس بحث در مورد قابهای فشرده نرمال یکنواخت تولید شده توسط  $\{U^k V^j \phi_0\}$  با تعداد زیاد مولد ها می باشد. در ادامه اصلاحات به عنوان کاهش ضرایب انتقال  $\langle f, \phi_i \rangle$  مدل سازی می شوند که  $f$  یک سیگنال انتقال یافته و  $\{\phi_i\}_{i \in I}$  مجموعه ای از بردارهای قابی وابسته به ضرایب انتقالی اصلاح شده است. در آخر دسته بندی کاملی از قاب ها متناسب با قدرت اصلاح شده آنها ارائه می دهیم. در فصل آخر بحث، در مورد افزودن ویژگی بردارهای قابی و چگونگی افزودن بردار به یک قاب با حداقل خاص آن را مطالبی ارائه می دهیم.

آخرین فصل های کتاب در مورد جمع قاب ها در فضای هیلبرت و قاب های توسعه یافته که باب گسترده ای در نظریه قاب ها باز میکند، می باشد.

این کتاب را با کمال احترام به همه کسانی که در اعتلا علم در سرزمین عزیزمان ایران اهتمام دارند تقدیم می کنم.

نرجس سادات بنی طبای

عضو هیات علمی ریاضی دانشگاه پیام نور