

۱۵۲۸۷۴۶

بسم الله الرحمن الرحيم

برنامه ریزی غیر خطی

قضیه و الگوریتم ها

مترجم بن

بهروز دانشیاز

آذرنوش کافی

رقیه ملکی ویشکایی

انتشارات دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکز

عنوان و نام پدیدآور

: برنامه‌ریزی غیرخطی/مختار، بازار، حنیف‌دی، شرالی، سی.ام. شتی؛ مترجمین بهروز دانشیان، آذرنوش کافی، رقیه ملکی ویشکایی.

مشخصات نشر

: تهران: دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران مرکزی، ۱۳۹۵ -

مشخصات ظاهری

: ج: مصور.

شابک

: ۹۷۸-۹۶۴-۱۰-۴۲۳۲-۷

وضعیت فهرست نویسی

: فیبا

یادداشت

: عنوان اصلی: Nonlinear programming : theory and algorithms, 3rd ed, ۲۰۰۶.

یادداشت

: کتاب حاضر قبلاً با عنوان "برنامه‌ریزی غیرخطی: مفاهیم نظری و الگوریتم‌ها" با ترجمه امیرمحمد قاسمی در سال ۱۳۹۲ در یک جلد توسط دانشگاه آزاد اسلامی، واحد زاهدان فیبا گرفته است.

مندرجات

: ج. ۱. قضیه و الگوریتم‌ها

موضوع

: برنامه‌نویسی غیرخطی

موضوع

: Nonlinear programming

شناسه افزوده

: شرالی، حنیف، ۱۹۵۲ - م.

شناسه افزوده

: Sherali, H. rif

شناسه افزوده

: ی. سی. ام.، ۱۹۲۹ - م.

شناسه افزوده

: Sherali, M

شناسه افزوده

: دانشیان، بهروز، ۳۲۷ - مترجم

شناسه افزوده

: کافی، آذرنوش، ۱۳۸ - مترجم

شناسه افزوده

: ملکی ویشکایی، رقیه، ۱۳۶۰ - مترجم

شناسه افزوده

: دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران مرکزی

رده بندی کنگره

: ۱۳۹۵ ب/۲۵۷/۸

رده بندی دیویی

: ۵۱۹/۷۶

شماره کتابشناسی ملی

: ۴۳۵۲۸۲۰

عنوان کتاب: برنامه‌ریزی غیرخطی قضیه و الگوریتم‌ها - جلد ۱

ترجمه: دکتر بهروز دانشیان - آذرنوش کافی - رقیه ملکی ویشکاهی

چاپ اول: ۱۳۹۵

شمارگان: ۲۰۰۰ جلد

ناشر: دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی

لیتوگرافی، چاپ و صحافی: سازمان چاپ و انتشارات دانشگاه آزاد اسلامی

ISBN: ۹۷۸-۹۶۴-۱۰-۴۲۳۲-۷

شابک:

قیمت: ۳۳۰۰۰۰ ریال

نشانی: معاونت پژوهشی دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی - خیابان فرصت

پلاک ۱۶۰ صندوق پستی ۱۳۱۸۵/۷۶۸ تلفن: ۶۶۹۲۵۰۱۱-۶۶۹۲۸۰۶۰-۶۶۵۶۶۲۶۳

کلیه حقوق برای دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران

فهرست مطالب

فصل اول: مقدمه	۱۳
۱-۱ بیان مساله و تعاریف اساسی	۱۵
۲-۱ مثالهای موضوعی	۱۸
۳-۱ راهنمایی هایی برای ساخت مدل	۴۸
تمرینها	۵۶
بخش اول: آنالیز محارب	۶۳
فصل دوم: مجموعه های محدب	۶۵
۱-۲ پوسته های محدب	۶۷
۲-۲ بستار و درون یک محدب	۷۴
۳-۲ قضیه وایرا شتراس	۷۹
۴-۲ مجموعه های جداکننده و تکیه کننده	۸۱
۵-۲ مخروط های محدب و قطبیت	۱۰۱
۶-۲ مجموعه های چندوجهی، نقاط راسی و جهت های راسی	۱۰۴
۷-۲ برنامه ریزی خطی و روش سیمپلکس	۱۱۹
تمرینها	۱۳۷
فصل سوم: توابع محدب و تعمیم های آن	۱۴۹
۱-۳ تعاریف و ویژگی های اساسی	۱۵۳
۲-۳ زیرگرادیانهای توابع محدب	۱۶۱
۳-۳ توابع محدب دیفرانسیل پذیر	۱۷۰
۴-۳ مینیمم و ماکزیمم توابع محدب	۱۹۲
۵-۳ تعمیم های تابع محدب	۲۰۸

تمرینها..... ۲۲۸

بخش دوم شرایط بهینگی و دوآلیتی..... ۲۴۷

فصل چهارم: شرایط بهینگی فریتز جان و کروش-کان-تاکر..... ۲۴۹

۱-۴ مسایل نامقید..... ۲۵۱

۲-۴ مسایل با قیود نامساوی..... ۲۶۳

۳-۴ مسایل با قیود مساوی و نامساوی..... ۲۹۸

۴-۴ شرایط بهینگی لازم و کافی مرتبه دوم برای مسایل مقید..... ۳۱۹

تمرینها..... ۳۳۴

فصل پنجم: کیفیت قیود..... ۳۶۵

۱-۵ مخروط مماس ها..... ۳۶۷

۲-۵ کیفیت قیود دیگر..... ۳۷۴

۳-۵ مسایلی با محدودیت های مساوی و نامساوی..... ۳۸۲

تمرینها..... ۳۹۰

فصل ششم: لاگرانژین دوآلیتی و شرایط بهینگی نقطه زینی..... ۴۰۱

۱-۶ مساله دوآل لاگرانژین..... ۴۰۵

۲-۶ قضیه های دوآلیتی و شرایط بهینگی نقطه زینی..... ۴۱۳

۳-۶ خواص تابع دوآل..... ۴۳۲

۴-۶ فرمول بندی و حل مساله دوآل..... ۴۴۷

۵-۶ بدست آوردن جواب پرایمال..... ۴۵۹

۶-۶ مسایل خطی مرتبه دوم..... ۴۶۷

تمرینها..... ۴۷۱

www.ketab.ir

دیباچه

برنامه ریزی غیرخطی به مساله بهینه سازی یک تابع هدف با حضور قیودی به صورت تساوی یا نامساوی می پردازد. اگر همه توابع خطی باشند به وضوح با مساله برنامه ریزی خطی مواجه هستیم در غیر اینصورت آن را برنامه ریزی غیرخطی می نامیم. توسعه الگوریتم های قوی و بسیار کارا و توسعه نرم افزار برای حل مدل های غیرخطی و پیدایش کامپیوترهای پرسرعت و آموزش آسان برای مدیران و کارکنان، صرف نظر از مزایا و سودمندی مدلسازی ریاضی آن، باعث شده است که تجزیه و تحلیل مساله برنامه ریزی خطی یک وسیله بسیار مهم برای حل مسائل در زمینه های متعدد باشد.

با وجود این، بسیاری از مسائل واقعی را نمی توان به طور دقیق با تقریبی از یک مساله برنامه ریزی خطی نمایش داد زیرا طبیعت غیر خطی تابع هدف و قیود مانع از مدلسازی خطی خواهد شد. در چهارده گذشته، تلاشهایی با پیشرفت سریع و کارآمد برای حل مسائل برنامه ریزی غیرخطی انجام شده است. این کتاب نشان دهنده این پیشرفت ها در زمینه منطق و روشها است. این کتاب در سه بخش بزرگ نوشته شده است. آنالیز محدب، سرائید بهینگی و دوالیتی و روشهای محاسباتی آنالیز تحدبی شامل مجموعه های محدب و توابع محدب بوده و بیشتر از به مطالعه در زمینه بهینه سازی است. آخرین هدف در مطالعات بهینه سازی توسعه طرحهای محاسباتی کارآمد برای حل مسائل موجود است.

شرایط بهینگی و دوالیتی نه تنها برای توسعه شرایط اختتام الگوریتم ها بلکه انگیزه ای برای طراحی روشهای محاسباتی نیز به کار برده می شود.

در آماده سازی این کتاب تلاش خاصی شده است تا این کتاب هم به عنوان کتاب درسی و هم به عنوان یک مرجع مناسب قابل بکارگیری باشد. در هر فصل مثالهای عددی و نمایشهای گرافیکی

با جزئیات بیان شده اند تا خواننده بتواند مفاهیم و روشهای بحث شده را به راحتی درک کند بعلاوه هر فصل شامل تعداد زیادی تمرین است. اینها شامل

۱. مسائل عددی ساده ای هستند تا مفاهیم بحث شده در متن را مجدداً تفهیم کنند.

۲. مسائلی که مطالب جدید مرتبط به توسعه مطالب داخل متن را معرفی می کنند.

۳. تمرینهای نظری که عمدتاً برای دانشجویان ارشد طراحی شده است.

این مطالب برای خوانندگانی که خواستار مطالعه بیشتر هستند مفید است. این کتاب شامل کتابنامه فصل نیز می باشد.

در فصل اول جدیدین مسائل از مسائل مختلف مربوط به علوم مهندسی است که می توان آنها را با مسائل برنامه ریزی غیرخطی بیان کرد. این مسائل شامل مسائل کنترل بهینه گسسته و پیوسته بوده و نیز شامل مثالهایی از مسائل کنترلی موجودی و طراحی شاهراه است.

مثالهایی از طراحی خرابا و بلبرینگ نیز داده شده است. شرایط حالت پایداری شبکه برق از نقطه نظر حصول جواب بهینه در قالب برنامه ریزی درجه دوم بحث شده است.

مدلهای غیرخطی با اندازه بزرگ در مساله مدیریت منابع آب نشان داده شده اند. هم چنین مدلهای خطی در برنامه ریزی های تصادفی و نظریه جایابی مورد بحث قرار گرفته است.

سرانجام بحث مهمی را در مورد مدلسازی و نحوه فرمولبندی برنامه ریزی های غیرخطی را از نقطه نظر اثرگذاری مطلوب در عملکرد الگوریتم ها را که در حل آنها مورد استفاده قرار می گیرد بحث می کنیم. بخشهای باقی مانده به سه قسمت تقسیم شده است. بخش اول شامل فصلهای دوم و سوم است که مسائل مربوط به مجموعه های محدب و توابع محدب را بحث می کنند. خواص توپولوژیکی مجموعه های محدب ابر صفحه های جدا کننده و تکیه کننده مجموعه های محدب، مجموعه های چند وجهی نقاط راسی و جهت های راسی مجموعه های چند وجهی و برنامه ریزی غیر خطی در فصل دوم مورد بحث قرار گرفته است. خواص توابع محدب شامل دیفرانسیل پذیری و وجود ماکزیمم و مینیمم آنها روی یک مجموعه محدب در فصل سوم مورد بررسی قرار گرفته اند.

تعمیم توابع محدب و هم چنین ارتباطات درونی آنها نیز در این بخش گنجانده شده است، زیرا الگوریتم های برنامه ریزی غیرخطی که برای توابع محدب مناسب می باشند می توانند برای رده های عمومی تری از آنها شامل توابع شبه محدب و محدب کاذب به کار گرفته شوند. پیوست این فصل شامل آزمونهای اضافی برای آزمودن خواص عمومی تری از تحدب بوده و مفاهیم توسعه یافته تحدب و کاربردهای آنها در روشهای بهینه سازی سراسری در تمرینها آورده شده است.

بخش دوم شامل فصول چهارم تا ششم بوده و شرایط بهینگی و دوآلیتی را پوشش می دهد. در فصل چهارم شرایط بهینگی کلاسیک فریتز جان (FJ) و شرایط فروش کان تاکر (KKT) برای مسایل با قیود نامساوی و مساوی تعمیم داده شده است. شرایط بهینگی مرتبه اول و دوم را بدست آورده و با ابط برانند، بالاتر در طول چند مثال با احتیاط مورد بحث قرار گرفته است. پس در ادامه، تفسیر و مقادیر J^* و KKT توصیف و مورد تاکید قرار گرفته است.

برخی از مواد اساسی روی کیفیت قیود مرتبه اول و دوم در فصل پنجم به نمایش گذاشته شده است. روابط داخلی بین کیفیت های قیود مختلف با روشی با توضیحات مفصل در این فصل آمده است.

فصل ششم به موضوع شرایط بهینگی لاگرانژین دوآلیتی و نقطه زینی پرداخته است، قضایای دوآلیتی، خواص تابع دوآل، روشهای دیفرانسیل پذیری و نادیرانسیل پذیری برای حل مساله دوآل مورد بحث قرار گرفته است. هم چنین شرایط لازم و کافی در غیاب گاب درآلیتی^۱ را بدست آورده و آن را برحسب تابع آشفتنگی مناسب مورد تفسیر قرار داده ایم. به علاوه لاگرانژین دوآلیتی را به سایر شکل های خاصی از دوگان ها برای مسائل برنامه ریزی خطی و مرتبه دوم مرتبه کرده ایم. توجه داشته باشید که علاوه بر لاگرانژین دوآلیتی چندین فرمول بندی دوآلیتی دیگری در برنامه ریزی غیر خطی نظیر دوآلیتی مزدوج، مینماکس، جانشینی، ترکیبی لاگرانژین و دوآلیتی متضاد وجود دارد.

^۱Duality Gap

از بین این دوآلیتی ها به نظر می رسد که لاگرانژین دوآلیتی امیدبخش ترین دوآلیتی در حوزه های نظری و الگوریتمی است، به علاوه نتایجی که می تواند از سایر فرمولبندی های دیگر دوآلیتی بدست آید به این فرمول بندی بسیار نزدیک است.

با این نگاه و جهت رعایت اختصار مطلب در این متن، لاگرانژین دوآلیتی جهت بررسی و بحث انتخاب شده و سایر فرمولبندی های دیگر دوآلیتی فقط در تمرینهای فصل معرفی خواهند شد. بخش سوم شامل فصل های هفتم تا یازدهم می باشد و در آن ها الگوریتم های حل مسائل برنامه ریزی خطی مقادیر و نامقید نشان داده شده اند.

فصل هشتم اختصاصاً، قضیه های همگرایی و نگاه به الگوریتم ها به عنوان نگاشت های نقطه به نقطه پرداخته است. این قضیه به طور موثری در طول فصول باقی مانده برای اثبات همگرایی الگوریتم های مختلفی مورد به، بردار قرار خواهند گرفت. به عنوان مثال در مورد موضوع نرخ همگرایی بحث می کنیم و بحث نوتاهی روز ملاک هایی که می توانند در ارزیابی الگوریتم ها مورد استفاده قرار بگیرند، انجام می دهیم.

فصل هشتم به موضوع بهینه سازی نامقید پرداخته است. برای شروع چندین روش مختلف را برای اجرای جستجوهای خطی دقیق و نادقیق همانند رسمهایی که برای مینیمم سازی یک تابع چند متغیره مورد استفاده قرار گیرند، بحث میکنیم. روشهایی که برای استفاده از آنها هم نیازمند اطلاعات مشتقی هستیم و هم بی نیاز از آنها اطلاعات لازم است، در این فصل بیان شده اند. روش نیوتن و گونه هایی از آنها که بر اساس ناحیه اطمینان بیان شده اند به هم چنین روشهای Levenberg-Marquardt در این فصل مورد بررسی قرار گرفته اند. در این فصل هم چنین روشهای مبتنی بر مفهوم زوجیتی نیز پوشش داده شده است. به ویژه الگوریتم های $quasi\text{-}Newton$ (متریک متغیر) و گرادیان مزدوج (متریک ثابت) به نمایش گذاشته شده اند که با مسائل عملی معروف زیادی در ارتباط هستند.

همچنین در این فصل به معرفی موضوع روشهای بهینه سازی زیر گرادیان برای مسائل دیفرانسیل ناپذیر پرداخته و بحث هایی در مورد روشهای مختلفی بر مبنای گرادیان مزدوج و روشهای متریک متغیر بحث شده است. از هر نظر ما بحث همگرایی و نرخ همگرایی الگوریتم های متفاوت را از منظر عملی بحث خواهیم داد.

در فصل نهم روشهای توابع جریمه و مانع را برای حل مسائل برنامه ریزی غیرخطی بحث خواهیم کرد. اساساً در حل این مسائل دنباله ای از مسائل نامقید حل خواهند شد. در این فصل روشهای تابع جریمه خارجی که منجر به جوابهایی با مقادیر واقعی و دقیق می شوند معرفی شده اند و روشهای تابع جریمه داخلی نیز با یک روش مضربی ارائه شده اند. همچنین روشهای توابع جریمه مانع درونی نیز در این فصل ارائه شده اند و در همه حالت ها مباحث مربوط به اجرا و نرخ همگرایی مشخصاً مورد بحث قرار گرفته است. نتیجه حاصل از این فصل منجر به توصیف الگوریتم مسیریابی پرایمال دوآل چندجمله ای رمان برای حل مساله برنامه ریزی خطی بر اساس یک الگوریتم روش تابع مانع است. همچنین این روش می تواند برای حل مسائل برنامه ریزی مرتبه دوم محدب با مرتبه چندجمله ای مورد توسعه قرار گیرد.

جنبه های محاسباتی بیشتری از گونه های پیشوکننده - مسیحیح کننده از این روش نیز در این فصل مورد بحث قرار گرفته است.

فصل دهم با روش جهت های شدنی که به ازای یک نقطه شدنی داده شده است ابتدا جهت شدنی بهبود دهنده تعیین، و سپس در ازای آن جهت با مینیمم کردن مقدار تابع هدف، یک نقطه شدنی بهبود یافته تعیین می شود، ادامه می یابد. روش اولیه توسط زوتندیک^۱ پیشنهاد گردید و سپس توسط تاپکیس^۲ و وینت^۳ با انگیزه اطمینان از همگرایی روش اصلاح گردید. این روش با یک سری متوالی از روشهای برنامه ریزی خطی و مرتبه دوم با استفاده از توابع جریمه^۴ یا با استفاده از زیر مسائل جهت یابی یا توابع merit برای اطمینان از همگرایی کلی ادامه یافته است. نرخ های

^۱Zoutendijk

^۲Topkis

^۳Veinott

همگرایی و اثر Maratos نیز در این خصوص بحث شده است. در این فصل روش تصویر گرادیان روزن^۱ به همراه تغییرات همگرایی روش گرادیان کاهش یافته ولف^۲ و روش گرادیان تعمیم یافته با روش خصوصی سازی شده سیمپلکس محدب زنگ ویلز^۳ مورد بحث قرار گرفته است. علاوه بر این روشهای گرادیان کاهش یافته و سیمپلکس محدب با مفهوم زیر بهینه سازی و طرح افراز ابر پایه ای- غیر پایه ای معرفی و توسعه داده شده است. علاوه بر این روشهای گرادیان کاهش یافته و سیمپلکس محدب و توسعه داده شده است.

سراسری در فصل یازدهم به یک سری از مسائل خاص که در کاربردهای مختلف مانند حل مسائل برنامه ریزی غیر خطی ظاهر می شوند، می پردازیم. به ویژه در این فصل به مسائلی مانند مکمل خطی، مسائل برنامه ریزی مرتبه دوم، مسائل برنامه ریزی جدا شدنی، خطی، کسری و برنامه ریزی هندسی می پردازیم. روشهای مورد استفاده برای حل این نوع مسائل همچون مفاهیم لاگرانژین دوآلیتی در الگوریتم های توسعه یافته که برای مسائل برنامه ریزی هندسی مورد استفاده قرار می گیرند تا به ایده های توصیف شده در این فصول قدرت و غنا ببخشند، بیان شده اند. به علاوه در این بخش نحوه حل مسائل برنامه ریزی به دوم غیر خطی، مفهوم بازفرموله کردن خطی سازی/اشیوه تحدب سازی (RLT) به عنوان روش بهینه سازی سراسری برای یافتن یک جواب بهینه مورد توجه خواهد بود. روش RLT^۴ می تواند برای چندین نوع از نامحدب کلی و مسائل برنامه ریزی تجزیه پذیر جهت تعیین جوابهای بهینه سراسری به کار گرفته شود. بسیاری از توسیعی های این روشها در تمرینهای فصل ۱۱ قابل پیگیری است. بخش نکات و منابع، امکانات نرم افزاری را برای مطالعه بیشتر در اختیار قرار می دهد.

این کتاب را می توان هم به عنوان مرجع موضوعاتی در برنامه ریزی غیرخطی و هم به عنوان متون درسی در زمینه تحقیق در عملیات، علوم مدیریت، مهندسی صنایع، ریاضیات کاربردی و مهندسی پژوهش که با روشهای تحلیلی بهینه سازی سروکار دارند به کار برد. مطالب پیش نیاز این

^۱ Rosen

^۲ Wolfe

^۳ Zangwill's

^۴ Reformulation-Linearization/convexification Technique

مباحث تا حدودی ریاضیات پیشرفته و دانش کاربردی از جبر خطی و حسابان است. به عنوان یک متن درسی این کتاب می تواند هم برای یک درس اصول بهینه سازی و یک درس در غالب روشهای محاسباتی مورد استفاده قرار بگیرد. البته می توان برای پوشش همه این موضوعات این کتاب را به عنوان دو درس پیاپی مورد استفاده قرار داد.

۱- اصول بهینه سازی

این درس برای دانشجویان دوره کارشناسی رشته ریاضی کاربردی و برای دانشجویان بالاتر در رشته های چند خطی قابل استفاده است. روش پیشنهادی برای مطالعه مطالب در طول یک ترم تحصیلی با شکل زیر نشان داده شده است. همانطور که معلوم است فصل پنجم را می توان بدون از دست دادن پیوستگی مطالب خواند. خواننده آشنا با مساله برنامه ریزی خطی می تواند از مطالعه بخش ۷-۲ صرفنظر کند.



۲- روشهای محاسباتی در برنامه ریزی غیرخطی

این درس برای دانشجویان دوره کارشناسی ارشد که علاقمند به الگوریتم های حل مسائل غیرخطی هستند مناسب می باشد. نحوه مطالعه به صورت شکل زیر که در طول یک ترم تحصیلی قابل بیان می باشد داده شده است. خواننده ای که به مباحث تحلیل همگرایی علاقه ای ندارد می تواند از مطالعه فصل هفتم و مباحث مربوط به همگرایی در فصل های هشتم تا یازدهم صرفنظر کند.

فصل اول مثالهای زیادی برای مسائل برنامه ریزی غیرخطی ارائه می دهد که می تواند معرفی خوبی برای این درس محسوب شود. در عین حال عدم مطالعه آن از پیوستگی مطالب نمی کاهد.

