

۱۵۷۴۷۷۷
۹۷۱۰۶۵



ریاضی ۲

پازدهم
تجربی

پُراز تست‌ها و تست‌داشتنی

• عباس اشرفی • وهاب تقی‌زاده • سعید کریمی

• همکار تألیف: مسعود باغچه

• مشاور علمی: استاد هوشنگ نوری

• مدیر و ناظر علمی گروه ریاضی: عباس اشرفی



مهر و ماه

ریاضی ۲

کتاب تست یازدهم

سرشناسه: عباس اشرفی / عنوان و نیمه دیدآور: کتاب تست ریاضی ۲ (رشته تجربی) / مشخصات نشر: تهران: مهر و ماه نو، ۱۳۹۶ / مشخصات ظاهری: مصور، رنگی، ۲۲۰ × ۲۹۰ ص.م. / شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۳۱۷-۲۵۲-۴ / وضعیت فهرست نویسی: فیای مختصر / یادداشت: فهرست نویسی کامل این اثر در نشانی <http://opac.nli.ir> قابل دسترسی است / پیانسه افزوده: تقی زاده، وهاب، کریمی جونی، نصیر / شماره کتابشناسی ملی: ۴۹۲۵۴۷۸

ناشر	انتشارات مهر و ماه نو
مؤلفان	عباس اشرفی، وهاب تقی زاده، نصیر کریمی جونی
مدیر شورای تألیف	محمدحسین انوشه
مدیر گروه ریاضی	عباس اشرفی
مسئول تألیف	زهرا خوشنود
ویراستاری علمی	سنور حریری، افشین فرزانه، کیانا معظمی، محمدامین مولایی، نگار احمدی، مسعود غزالی، محمدرضا ابراهیمی
ویراستاری فنی	سیده سکینه موسوی، دنیا سلیمی
نوبت چاپ	اول، ۱۳۹۶
تیراژ	۲۵۰۰ نسخه
شابک	۹۷۸-۶۰۰-۳۱۷-۲۵۲-۴
قیمت	۳۰۰۰۰ تومان
مدیر تولید	سمیه جباری
مسئول فنی و صفحه آرا	الهام پیلوایه
طراح جلد و صفحات ابتدایی	حسین شیرمحمدی
طراح صفحات	تایماز کاویانی
تصویرگر	حسام طلائی
حروفچین	محسن کامران پور
رسم شکل	غزاله فروزان، ساسان اسدی

نشانی: تهران، میدان انقلاب اسلامی، دفتر مرکزی: ۶۶۴۰۸۴۰۰
 خیابان ۱۲ فروردین، کوچه مینا، پلاک ۳۰ واحد فروش: ۶۶۴۰۸۴۰۳
 روابط عمومی: ۶۶۹۶۸۵۸۹
 فروش اینترنتی و تلفنی: ۶۶۴۷۹۳۱۱
 پیامک: ۳۰۰۰۷۲۱۲۰
 mehromah.ir @mehromahpub

© کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به انتشارات مهر و ماه نو می باشد هر گونه برداشت از مطالب این کتاب بدون مجوز کتبی ناشر ممنوع بوده و پیگرد قانونی دارد.



سخن نخست

دانش‌آموزان عزیز! فرزندانشان دلبندم!

انتشارات مهروماه وارد مرحله جدیدی از فعالیت‌های آموزشی خود شده است. هم‌زمان با تحول اساسی در سیستم آموزش کشور و ایجاد تغییرات بنیادین در کتاب‌های درسی، جمعی از بهترین اساتید و مؤلفین توانمند کشور در «مهروماه» گرد هم آمده‌اند تا برای شما کتاب‌هایی را به رشته تحریر درآورند که از خواندن آن‌ها لذت برده و دوستشان داشته باشید. کتاب‌هایی که در شکوفایی توانمندی‌های شما عزیزان دلبندم، جداً اثرگذار باشند.

اساتید و مؤلفانی که در کتاب‌های جدید مهروماه (دهم، یازدهم و سال آینده، دوازدهم) دست به قلم شدند، علاوه بر برخورداری از تمام ویژگی‌های یک مؤلف آموزش‌دیده و خوب مانند سواد علمی بالا، تجربه کافی در تدریس و تألیف و ...، یک ویژگی دیگر هم دارند؛ ویژگی که شاید محور زندگی اینجانب و رکن اساسی تمام فعالیت‌های آموزشی مهروماه را تشکیل می‌دهد: عشق به فرزندانشان. ما این مهر و عشق را با هیچ مبلغ و نمره‌ای عوض نمی‌کنیم، حتی اگر آن مبلغ در حد عدد آووگادرو باشد!

فرزندانشان همچون ماه من!

برای این‌که کتاب‌های مهروماه در این دوره جدید، بیش‌ترین کارایی آموزشی را در جهت موفقیت شما داشته باشند، تدابیر فراوانی اندیشیدیم: شورای تألیف تشکیل دادیم، که آمدن این مدیران آموزشی و مؤلفان برجسته را گرد هم آوردیم، کتاب‌ها براساس شیوه‌نامه‌هایی متکی بر چند دهه تجربه موفق نگاشته شدند. چندین لایه ویراستار (از دانشجویان فرهیخته و نابغه گرفته تا اساتید بنام کشور) به کار گرفتیم تا از غلط‌های علمی، محاسباتی ناپیوستگی و ... اثری باقی نماند.

گروه‌های تولید و هنری مهروماه نیز با هدایت مستقیم مدیر فرزانشان مهروماه، جناب احمد اختیاری، سنگ تمام گذاشتند تا کتاب‌هایی تولید شوند همچون ماه! کتاب‌هایی که براننده نام وزین «مهروماه» اند. شاید مناسب باشد که تعدادی از مهم‌ترین انواع کتاب‌های کمک آموزشی مهروماه را برای شما معرفی کنم:

۱ کتاب‌های آموزش و کار: در این کتاب در مورد هر مبحثی که در مدرسه توسط دبیر محترم تدریس می‌شود یا خودتان از کتاب درسی مطالعه می‌کنید، ابتدا آموزش مختصر و مفید و البته کاملی از آن مبحث در دسترس شما خواهد بود و سپس تمرین‌هایی ارائه شده که با حل آن‌ها می‌توانید تمام قسمت‌های تدریس‌شده یا مطالعه‌شده از کتاب درسی را، به خوبی فرا گرفته تا بر کتاب درسی با تمام جزئیات آن، مسلط شوید.

۲ کتاب‌های تست: در این کتاب‌ها، برای هر مبحث معین، ابتدا درس‌نامه‌ای مفید و جذاب و سپس تست‌های مربوط به آن مبحث ارائه شده است. درس‌نامه‌ها شامل مفاهیم و مطالب اصلی و بنیادی بوده و به نکات حاشیه‌ای که دور از موضوع محوری و اصلی‌اند، پرداخته نشده است. از طرفی، ضمن ارائه پاسخ تشریحی تست‌ها، برخی از نکات ویژه تستی در قالب «راهنمای آموزشی» بسیار کاربردی و منحصر به فرد آورده شده است. همین‌طور، در برخی از کتاب‌های تست (مانند درس شیرین شیمی!) در کنار پاسخ تشریحی تعدادی از تست‌ها، ایستگاه‌های «شارژینگ» آمده است تا دانش‌آموزان در موضوعات مورد نظر، خیلی خوب شارژ شوند. با حل تست‌های این کتاب‌ها و مطالعه پاسخ‌های کاملاً تشریحی آن‌ها و نیز درس‌نامه‌ها، راهنماها و شارژینگ‌ها، موفقیت در آزمون‌ها و کنکور امری طبیعی و آسان خواهد بود.

۳ کتاب‌های آموزش: ویژگی اساسی این کتاب‌ها، ارائه آموزش کامل درس و مفاهیم و همین‌طور، پرسش‌هایی است که دانش‌آموزان با حل آن‌ها، در امتحانات مدرسه با قطعیت به نمره ۲۰ رسیده و از طرفی، پایه آموزشی لازم برای حمله به تست‌ها را پیدا خواهند کرد.

ضمناً، در این کتاب‌ها، ضمن ارائه درس در هر مبحث، پرسش‌های جالبی از طرف سه دانش‌آموز به ترتیب قوی، متوسط و نسبتاً ضعیف پرسیده می‌شوند که پاسخ به این پرسش‌ها، مکمل خوبی برای درس‌های ارائه شده است.

📖 **کتاب‌های لقمه:** ابعاد این کتاب‌ها، کوچک بوده و بنابراین می‌توانند همانند تلفن همراه، همه جا همراهتان باشند. اندازه و فرم این کتاب‌ها و نیز مطالب تألیف شده در آن‌ها به گونه‌ای تنظیم شده‌اند که مطالعه این کتاب‌ها همه جا میسر است: در مترو و اتوبوس، توی هواپیما، توی رختخواب و حتی شاید زیر دوش حمام!

📖 **کتاب‌های امتحانوفن:** این کتاب برای هفته‌های آخر قبل از امتحان و شب امتحان طراحی و تألیف شده است. یکی از ویژگی‌های این کتاب، مجهز بودن آن به خلاصه درس‌های «کپسولی» منحصربه‌فرد است. در مجموع ده سری امتحان بارم‌بندی شده استاندارد با رعایت تمام ضوابط آموزش و پرورش در آن ارائه شده و علاوه بر پاسخ‌های لازم برای گرفتن نمره کامل، توضیحات اضافی جهت شيرفهم شدن دانش‌آموزان نیز در کنار پاسخ‌ها آمده است.

غير از پنج نوع کتاب مذکور انتشارات مهروماه، کتاب‌های دیگری هم برای نظام جدید آموزشی منتشر خواهد کرد که هر کدام به جای خود، مفید و دوست‌داشتنی هستند؛ از جمله سری کتاب‌های معجزه کنکور، کتاب‌های آزمون، کتاب‌های جمع‌بندی و کتاب‌های جامع کنکور. اطلاعات لازم در مورد تک‌تک این کتاب‌ها را می‌توانید از طریق سایت مهروماه به آدرس mehromah.ir به دست آورید.

با آرزوی توفیق روزافزون همه فرزندان میهنم
مدیر شورای تألیف
محمدحسین انوشه

مقدمه



«در یک سمینار رموز موفقیت، سخنران از حضار پرسید: برادران رایت هرگز تسلیم شدند؟ حضار فریاد زدند: نه! نشدند. سخنران پرسید: توماس ادیسون تسلیم شد؟ حضار: نه! نشد. سخنران پرسید: لانس آرمسترانگ تسلیم شد؟ حضار: نه! نشد. سخنران برای چهارمین بار پرسید: مارک راسل تسلیم شد؟ مدتی سکوت در کلاس حاکم شد. سپس یکی از حضار پرسید: مارک راسل دیگر کیست؟ ما تا حالا اسم او را نشنیده ایم! سخنران گفت: حق دارید که اسمش را نشنیده باشید، چون تسلیم شد!»

این داستان رو نوشته‌ام به چند تا نکته رو بهت بگم. وقتی هنوز یک سال و اندی تا کنکور باقی مونده و تو مشغول خوندن این کتاب تست هستی، معلوم می‌شه جزء دانش‌آموزای خوب و هدفمند هستی و آرزوی رفتن به دانشگاه‌های بزرگ رو در سر داری. در حالی که خیلی از رقبای تو، در خواب سنگینی به سر می‌برن و هرچی بهشون می‌گی شروع کن می‌گن کو تا کنکور! هنوز وقت هست! عرب‌ها به ضرب المثل دارن می‌گن: «شیرت را به خدا بسپار ولی افسارش را به درختی ببند». یعنی امیدت به خدا باشه ولی خودت هم حرکتی، زحمتی، کاری ... برگردیم سراغ خودت:

بدان و آگاه باش که خوب موقعی شروع کردی و اصلاً با همین فرمون تا انتها بری و تسلیم نشی، به یاری خدا، بهترین رشته رو توی برترین دانشگاه‌ها قبول می‌شی. دقت کن وضعیت الانت مهم نیست! حتی اگه تا حالا ریاضی رو نفهمیدی و از فرمول‌هاش سردرنیووردی، به کمک این کتاب به راحتی از پیش برمیای. با تسلیم شدن به این مسیر پرفراز و نشیب تا کنکور، خسته می‌شی، می‌بری و از همه بدتر شاید ناامید شی! اما اینو فراموش نکن که هیچ وقت نباید تسلیم ناامیدی بشی! تسلیم شدن رو کلاً از ذهنت پاک کن. برای اینکه بتونی این مسیر رو تا انتها بری، با این کتاب همراهتیم. این کتاب آخرشه! باور کن! بهش اعتماد کن و ریاضیات رو بسپار به ما.

ویژگی‌های این کتاب

- ۱ درسمانه‌های جامع و مفهومی داره! هم مطالب کتاب درسی توش هست و هم مطالب عمیق‌تر.
- ۲ طبقه‌بندی موضوعی شده، یعنی درس‌نامه‌های هر فصل به بخش‌های سلولی تقسیم شده تا مجبور نشی کل فصل رو به جا بخونی!
- ۳ اصلاً به مطالب خارج از کتاب درسی نپرداخته، موضوعات فضایی (که نه به درد این دنیا می‌خوره، نه به درد اون دنیا) رو تو کتاب راه ندادیم. باور کن دعوت هر کدوم از موضوع‌ها به کتابمون، کلی جلسه گذاشتیم و بحث کردیم. خیلی کار سختی بود ولی می‌ارزید.
- ۴ توی محدوده مطالب کتاب درسی، عمق مطالب در حد چاه عمیقه، یعنی تهش رو برات درآوردیم. با خیال راحت بخونش و مطمئن باش هیچی جا نمونده.
- ۵ هیچ مطلبی رو بدون مثال برات باقی نذاشتیم. همه مثال‌هامون هم از فیلتر استادی عالی و باتجربه گذاشتن و بعدش به همشون به طور کامل و آموزشی جواب دادیم.
- ۶ پُر از تست‌های دوست‌داشتنی! تست‌ها رو هم از ساده به سخت چیدیم که اولش با دیدن یه تست سخت، سخته نکنی 😊 و از ریاضی فراری نشی.
- ۷ همه تست‌های کنکورهای جدید، حتی کنکور امسال! تو کتابمون هست، البته فقط تست‌هایی را آوردیم که مربوط به کتاب جدید.
- ۸ پاسخ‌نامه‌ش پُر از راهبردهای عالیه! این راهبردها مثل GPS می‌مونن. به کمک اون‌ها، توی حل سؤالا گیر نمی‌کنی و می‌دونی که چه مسیری رو باید دنبال کنی. پاسخ‌نامه این کتاب به جز راهبرد، به کلی نکته‌های تستی و تکنیک‌های محاسباتی و... مسلح شده!
- ۹ مثل کتاب درسی، تست‌هامون رویکرد مسائل واقعی گرفتن، مثلاً وقتی می‌خوایم فاصله دو نقطه رو بهت یاد بدیم، از فاصله نیمکت بین تو و دوست استفاده کردیم.

۱۰ تعداد تست‌هاش خیلی زیاده و البته متناسب با اهمیت هر مبحثه! اینقدر که اگه همشون رو کار کنی، به اون مبحث در حد تیم ملی مسلط می‌شی. پُل هالموس می‌گه: تمرین قلب ریاضیات است. اگه اینطوریه پس کتاب ما متخصص قلبه! ♥

ساختار کتاب

حالا چند جمله‌ای هم راجع به ساختار کتاب برات بگم. توی هر درس اگه لازم بوده، مطالب رو به چند بخش تقسیم کردیم و درسنامه و مثال حل شده براش آوردیم، ولی مطالب فنی و تکنیکی رو نگه داشتیم واسه حل تست‌های خفن و اون‌ها را تحت عنوان «راهبرد» توی قسمت پاسخ تشریحی آوردیم. «راهبردها» برای کسانی که می‌خوان صد بزنن! بعد از درسنامه هر قسمت، تست‌های مربوط به اون قسمت اومده. فصل که تموم میشه یه آزمون جامع از کل فصل برات گذاشتیم تا خودتو محک بزنی. بعد از آزمون، پاسخ کلیدی تست‌ها اومده و بعدشم پاسخ‌های تشریحی اون فصل. تست‌ها رو براتون دستچین کردیم تا سوال‌های بی‌کیفیت و کم‌کیفیت توی کتاب نباشه. توی پاسخ‌های تشریحی هم تا می‌شده توضیح دادیم، چون می‌دونیم خیلی از شماها به معلم‌های کنکوری خوب دسترسی ندارید تا سوال‌هایی رو که براتون پیش میاد بپرسید.

راهنمای استفاده از کتاب

خوب بذار بگم چطوری از کتاب استفاده کنی! اول درسنامه رو با مثلاًش خوب بخون، بعد برو سراغ حل تست‌ها. هر وقت دیدی نمی‌تونی یه سؤال رو حل کنی، برو سر پاسخنامه تشریحی، شاید راهبردی داره که تو بلد نیستی. اگه وقت نداری، تست‌ها رو دو یا چند قسمت کن. مثلاً فقط شماره‌های زوجش رو بزن. نکته‌هایی رو که یاد می‌گیری حاشیه‌نویسی کن و سعی کن لااقل هر دو هفته یه بار اون‌ها رو دوره کنی. انتهای فصل یا برای جمع‌بندی می‌تونی از آزمون انتهای فصل استفاده کنی و ببینی توی زمان پیشنهادی می‌تونی چه درصدی بزنی.

و اما قدردانی...

اول؛ باید از آقای احمد اختیاری مدیر انتشارات تشکر کنم که واقعاً مثل رئیس سازمان استاندارد کشور (!) می‌مونه، یعنی تا کتابی رو به لحاظ محتوایی و ظاهری در حد استانداردهای مهرومه تشخیص نده اجازه چاپ بهش نمیده، ممنونم که هستید و کیفیت رو بالا نگه می‌دارید.

دوم؛ باید از آقای محمدحسین انوشه مدیر شورای تألیف تشکر کنم که با توجه به تجربه ۳۰ سالشون در زمینه تألیف، جمعی از بهترین اساتید کشور رو برای نوشتن کتاب دور هم جمع کردن؛ استادی که هر کدومشون سیار از محاسبات هستند؛ استاد نصیر کریمی، دبیر دبیرستان فرزندگان تهران (تیزهوشان مادر) و استاد تقی‌زاده، مدیر گروه ریاضی دبیرستان البرز.

سوم؛ از استادم جناب آقای بهمن اصلاح‌پذیر - که به حق یکی از بزرگ مردان آموزش ریاضی کشور هستند - به خاطر هم‌فکری‌ها و جلسات متعددی که با دبیران و مؤلفان ترتیب دادند و در حقیقت هدایت علمی کتاب رو به دوش داشتند و از استاد گرانقدر جناب آقای هوشنگ نظری - از با سابقه‌ترین دبیران کشور - که ریزبینانه کتاب رو بررسی کردند و پیشنهادهای سازنده‌ای رو دادند.

اما باید حتماً از دوستانی که خیلی (واقعاً خیلی) زحمت کشیدن تا کتاب به موقع منتشر بشه هم تشکر کنم:

خانم الهام پیلوايه به خاطر صفحه‌آرایی بی‌نظیرش که در نهایت دقت و حوصله انجام شد.

خانم زهرا خوشنود مسئول تألیف کتاب‌های اختصاصی مهرومه که زحمات ایشون واقعاً جبران‌ناپذیره و از همین‌جا بهشون خسته نباشی میگم.

گروه هنری خلاق و دوست‌داشتنی انتشارات، آقایان حسین شیرمحمدی، تایماز کاویانی و حسام طلایی که با طراحی‌های زیبایشون روح تازه‌ای به کتاب دادن.

خانم جباری مدیر تولید انتشارات که برای تولید این کتاب تلاش فراوان کرده و تشکر ویژه از حروفچین کتاب، آقای محسن کامران‌پور به خاطر دقت و صبر و حوصله مثال‌زدنیش و خانم غزاله فروزان‌گهر و آقای ساسان اسدی که برای رسم شکل‌های کتاب زحمت زیادی کشیدن. همین‌طور از خانم فرزانه قنبری، مدیر روابط عمومی، آقای عباس گودرزی، مدیر فروش و آقای امیر انوشه، مدیر سایت تشکر می‌کنم. در آخر، امیدوارم این کتاب آغازی باشه برای موفقیت‌های روزافزون شما.

مدیر گروه ریاضی

«عباس اشرفی»

فهرست



۹

فصل اول هندسه تحلیلی و جبر

۷۷

فصل دوم هندسه

۱۲۷

فصل سوم تابع

۲۱۱

فصل چهارم مثلثات

۲۷۷

فصل پنجم توابع نمایی و لگاریتمی

۳۳۷

فصل ششم حد و پیوستگی

۴۰۵

فصل هفتم آمار و احتمال