



جان ب. کانوی

توابع یک متغیره مختلط

ویرایش دوم

جلد ۱

ترجمه

دکتر محمد علی رضوانی

کانوی، جان، ۱۹۳۹ - م
توابع یک متغیره مختلط/جان ب. کانوی؛ ترجمه محمدعلی رضوانی. -- [ویراست ۲]. -- تهران: انتشارات علمی و فنی، ۱۳۸۵.
ج.: مصور.

ISBN 964-6215-40-8: (دوره)

ISBN 964-6215-39-4: (جلد ۱)

فهرستویسی براساس اطلاعات فیبا پ.
عنوان اصلی: Functions of one complex variable, 1995.
واژه نامه.

۱. توابع متغیر مختلط. الف. رضوانی، محمدعلی، ۱۳۲۴ -
مترجم. ب. عنوان.

ت ۹۲ ک/۷/۳۳۱ QA ۵۱۵/۹

۱۳۸۵

م ۸۴-۲۳۴۶۲

کتابخانه ملی ایران

توابع یک متغیره مختلط

ویرایش دوم

جلد ۱

جان ب. کانوی

ترجمه دکتر محمدعلی رضوانی

چاپ اول: بهار ۸۵

۴۱۶ صفحه وزیری در ۲۰۰۰ نسخه، چاپ پژواک اندیشه

ویرایش، گرافیک و حروفچینی: آتلیه انتشارات علمی و فنی

ویراستار: آرش بهرام پور

طراح جلد: امیرحسین مظاهری نیا

گرافست حروفچینی: سهیلا ترکمند

شابک (جلد ۱): ۹۶۴-۶۲۱۵-۳۹-۴

شابک دوره دو جلدی: ۹۶۴-۶۲۱۵-۴۰-۸

تهران: صندوق پستی شماره ۱۳۵۵/۱۸۸

تلفن: ۸۸۷۲۹۱۹۸ - ۸۸۵۵۴۸۴۹، فکس و پیامگیر: ۸۸۵۵۵۹۳۲

پست الکترونیکی: elmi_fanni@yahoo.com

قیمت: ۴۰۰۰۰ ریال



پیشگفتار مترجم

بی تردید یکی از زیباترین و در عین حال مهمترین شاخه‌های ریاضی، نظریهٔ توابع مختلط (یک متغیره و چند متغیره) است. علاوه بر موقعیت ممتاز و برجسته‌ای که این نظریه در ریاضیات محض داراست، دارای کاربردهای قاطع، اساسی و گسترده در شاخه‌های دیگر علوم، بویژه در فیزیک و مهندسی است.

زیبایی و اهمیت فراوان نظریهٔ توابع مختلط مسبب شده است که از دیرباز استادان صاحب نام فراوانی در جهان به نوشتن کتاب در این زمینه مبادرت ورزند. از بین معروفترین و برجسته‌ترین کتاب‌ها، کتاب دو جلدی جان ب. کانوی جایگاه ویژه‌ای دارد و به همین سبب جلد اول آن ترجمه گردید.

کتاب حاضر علاوه بر رفع نیازهای درس «توابع مختلط» در دورهٔ کارشناسی ریاضی (محض و کاربردی)، حاوی مطالبی پیشرفته‌تر، نظیر نظریهٔ هوموتوپي، خمینه‌های تحلیلی، طرح و حل مسألهٔ دیریکله (همراه با به کارگیری توابع زیر همساز و زیر همساز)، قضیهٔ رونگه، قضیه‌های «کوچک» و «بزرگ» پیکار و غیره است که در کمتر کتابی با این دقت و ظرافت ارائه شده‌اند.^۱

دربارهٔ سازماندهی مباحث ارائه شده در کتاب و توصیه‌های مؤلف برای مطالعهٔ آنها، مطالب لازم در پیشگفتار مؤلف (و نیز در پیوست ب پایان کتاب) بیان شده است و نیاز به تکرار آنها نیست.

از مدیریت انتشارات علمی و فنی که با صمیمیت و محبت خاصی زمینهٔ لازم و مساعد برای ترجمهٔ این اثر ارزشمند را فراهم آوردند و همچنین از همهٔ دست‌اندرکاران بخش تولید، بویژه سرکار خانم سهیلا ترکمندی که وظیفهٔ واقعاً دشوار این حروفچینی ظریف را بر عهده داشتند سپاسگزارم.

امید که در فرصتی مناسب، ترجمهٔ جلد دوم این کتاب^۲ نیز به مخاطبان فارسی زبان و مخصوصاً علاقه‌مندان این شاخهٔ جذاب و مهم ریاضی عرضه گردد.

محمدعلی رضوانی

تابستان ۱۳۸۶

۱. بسیاری از کتاب‌ها اصولاً وارد این مباحث نشده‌اند.

۲. جلد دوم حاوی مباحث بسیار پیشرفته‌تر از جلد اول است، به طوری که هر کدام با محتویات موضوعی خود می‌تواند بتهنایی کتاب مستقلی به‌شمار رود.

پیشگفتار ویرایش دوم

از موفقیتی که برای کتابم به دست آمده است بسیار مسرورم. زمانی که آشکار شد فروش نسخه‌های چاپ دوم در شرف اتمام است، مؤسسه انتشاراتی اشپرینگر^۱ از من خواست تا فهرست تصحیحات لازم برای اعمال در چاپ سوم را فراهم کنم. ولی وقتی متذکر شدم که برای تجدید نظر کلی در کتاب ایده‌هایی در سر دارم آنها با اشتیاق خاصی واکنش نشان دادند.

چهار تفاوت عمده بین ویرایش حاضر و ویرایش قبل وجود دارد. نخست اینکه روش جان دیکسون برای بررسی قضیه کوشی را در کتاب گنجاندم. مزیت این کار در این است که اثبات سریع قضیه را در کلیترین حالت به دست می‌دهد. با وجود این، شخصاً دلبستگی زیادی به صورت هوموتوپیک آن دارم که در ویرایش اول کتاب آورده شده بود و این صورت قضیه کوشی را نیز نظیر آنجا ثابت کرده‌ام. این صورت قضیه، بسیار هندسی و نحوه به کارگیری آن نسبتاً آسان است. از این گذشته، مفهوم هوموتوپیی برای بررسی قضیه مونودرومی که بعداً می‌آید لازم است. بنابراین، سود حاصل از گنجانیدن این صورت قضیه در کتاب بسیار بیشتر از اتلاف وقتی است که صرف بحث درباره آن می‌شود.

تفاوت دوم در این است که اثبات جدیدی برای قضیه رونگه ارائه شده است. اثبات حاضر منسوب به سندی گرایسر است و در آن روش دورسازی قطب‌ها به کار نمی‌رود. به معنایی می‌توان گفت که روش دورسازی قطب‌ها در مفهوم تقریب یکنواخت و تعدادی از ایده‌های برگرفته از جبرهای باناخ ذوب شده است. معهداً لازم به تأکید است که اثبات ارائه شده کاملاً مقدماتی است، به این معنی که فقط مبتنی بر مطالبی است که در این کتاب بیان شده‌اند.

تفاوت سوم این است که پیوست دیگری به نام پیوست ب اضافه کرده‌ام. این پیوست حاوی مطالبی درباره کتابنامه و راهنمایی برای مطالعه بیشتر است.

سرانجام تفاوت چهارم در این است که تعدادی تمرین اضافی به کتاب افزوده‌ام. برخی تغییرات جزئی نیز در متن انجام داده‌ام. بسیاری از همکاران جامعه ریاضی با ارائه انتقادهای سازنده و یافتن غلط‌های چاپی، مرا بسیار یاری داده‌اند. مشخصاً میل دارم از Gerard Keough, James Deddens, Louis Brickman, Earl Berkson

Donald ،John Mairhuber ،Andrew Lenard ،G. K. Kristiansen
، Donald Perlis ، Robert Olin ، Jeffrey Nunemacher ، C. Meyers
Richard ،David Stegenga ، Glenn Schober ، Hans Sagan ، John Plaster
Max Zorn و James P. Williams ، Varga سپاسگزاری نمایم.

در پایان از دست اندرکاران مؤسسه انتشاراتی اشپرینگر (نیویورک) نه فقط به سبب
انتشار کتاب من، بلکه به سبب انتشار این همه کتاب‌های ارزشمند دربارهٔ ریاضیات صمیمانه
سپاسگزاری می‌کنم. در این زمانهٔ محدودسازی پذیرش دانشجو در مقطع تحصیلات
تکمیلی و متعاقب آن، دست کشیدن بسیاری از ناشران از چاپ متون پیشرفته و تک
نگاری‌ها، انتشارات اشپرینگر با تلاش‌های روزافزون خود برای اشاعهٔ آخرین تحولات
ریاضی سهم بسزایی در پیشبرد رشتهٔ ما دارد.

جان ب. کانوی

پیشگفتار مؤلف

این کتاب با نیت یک کتاب درسی برای نخستین درس در نظریهٔ توابع وابسته به یک متغیر مختلط برای دانشجویانی که به حد معینی از بلوغ ریاضی رسیده‌اند که بتوانند استدلال‌های مبتنی بر $\epsilon - \delta$ را درک کنند و به انجام برسانند تنظیم شده است. پیشنهادها لازم برای مطالعهٔ این کتاب، حداقل است؛ یعنی خیلی بیشتر از سطح یک دورهٔ درسی قوی در حساب دیفرانسیل و انتگرال مقدماتی همراه با تعدادی از نکات مربوط به مشتق‌های جزئی نیست. مباحثی از حساب دیفرانسیل و انتگرال پیشرفته (نظیر قاعدهٔ لایبنیتس برای مشتق‌گیری از تابع زیر نماد انتگرال) را نیز که به کار گرفته‌ایم با تفصیل ثابت کرده‌ایم.

متغیرهای مختلط موضوعی است که چیزی برای همهٔ ریاضیدانان در بر دارد. علاوه بر دارا بودن کاربردهایی در قسمت‌های دیگر آنالیز، به حق می‌توان ادعا کرد که نیای بسیاری از شاخه‌های ریاضی (مانند نظریهٔ هوموتوبی و خمینه‌ها) است. این دیدگاه دربارهٔ آنالیز مختلط که «راه ورود به ریاضیات» است، بر نگارش و انتخاب محتوای این کتاب تأثیرگذار بوده است. اصل راهنمای دیگر این بوده است که تعریف‌ها، قضیه‌ها و غیره باید روشن و دقیق بیان شوند. برای ارائهٔ اثبات‌ها همواره دانشجویان را مدنظر داشته‌ام. بیشتر اثبات‌ها به تفصیل ارائه شده‌اند و در موارد دیگر، به خواننده گفته شده است که دقیقاً چه چیزی از قلم افتاده است و از او خواسته شده است تا به عنوان تمرین، این خلأ را پر کند. تمرین‌ها با توجه به درجهٔ دشواریشان متنوع هستند. تعدادی از آنها با این نیت طرح شده‌اند که مطالب بخش مربوط را در ذهن خواننده تثبیت کنند و تعدادی دیگر برای گسترش نظریه طرح شده‌اند یا کاربردهایی در قسمت‌های دیگر ریاضی به دست می‌دهند. (گاهی در تمرین‌ها اصطلاحاتی به کار برده‌ایم که در متن درس تعریف نشده‌اند، مانند گروه و حوزهٔ صحیح.)

فصل‌های ۱ تا ۵ و بخش‌های ۱.۶ و ۲.۶ اساسی هستند. این مطالب را می‌توان در یک نیمسال تحصیلی ارائه کرد، مشروط بر اینکه تعدادی از اثبات‌ها را حذف کنیم. به‌استثنای مطالب واقع در آغاز بخش ۳.۶ دربارهٔ توابع محذب، بقیهٔ کتاب مستقل از بخش‌های ۳.۶ و ۴.۶ است.

فصل ۷ دانشجو را با این دیدگاه آشنا می‌سازد که توابع را به‌عنوان نقاطی متعلق به یک فضای متریک تلقی کند. نتایج سه بخش نخست این فصل را مکرراً در ادامه کتاب مورد استفاده قرار داده‌ایم. بخش‌های چهار و پنج نیاز به دفاع ندارند؛ از این گذشته قضیه تجزیه و ایرشتراس برای فصل ۱۱ لازم است. بخش ۶ یکی از کاربردهای قضیه تجزیه را به‌دست می‌دهد. دو بخش آخر فصل ۷ مورد نیاز بقیه کتاب نیستند، گرچه اینها قسمتی از ریاضیات کلاسیک هستند که هیچ‌کس نباید نسبت به آنها کاملاً بی‌توجه باشد.

فصل‌های باقیمانده مباحث مستقلی هستند و می‌توان آنها را با هر نظم دلخواهی مورد مطالعه قرار داد.

قضیه رونگه الهام‌بخش قسمت زیادی از نظریه جبرهای تابعی است. اثبات ارائه شده برای این قضیه در بخش ۱.۸، اثباتی کلاسیک مبتنی بر روش «دورسازی قطب‌ها» است. در بخش دو، قضیه رونگه را برای حصول صورت کلیتر قضیه کوشی به کار برده‌ایم. هر کسی باید نتایج اصلی بخش‌های سه و چهار را بخواند، حتی با چشم‌پوشی از خواندن اثبات‌ها.

فصل ۹ ادامه تحلیلی را مورد مطالعه قرار می‌دهد و خواننده را با خمینه‌های تحلیلی و فضاهای پوششی آشنا می‌سازد. بخش‌های یک تا سه را می‌توان به‌صورت یک واحد تلقی کرد و این سه بخش معلوماتی درباره خمینه‌های تحلیلی در اختیار خواننده می‌گذارند که برای کسب آنها نیاز به مطالعه کل فصل ۹ نیست.

فصل ۱۰ توابع همساز را همراه با حل مسأله دیریکله و مقدمه‌ای بر تابع گرین مورد مطالعه قرار می‌دهد. اگر بتوان این را ریاضیات کاربردی نامید، در این صورت آن قسمتی از ریاضیات کاربردی است که هر کس باید آن را بداند.

دو فصل آخر گرچه مستقل از یکدیگر هستند، ولی می‌توان آنها را تحت عنوان واحد توابع تام، با هم ترکیب کرد. با وجود این، قضیه تجزیه آدامار و قضیه بزرگ پیکار به قدر کافی متفاوت هستند که به هر یک از آنها یک فصل جداگانه اختصاص داده شود. ضمن اینکه هیچ یک از این دو نتیجه به دیگری وابسته نیست.

در مورد قضیه پیکار باید متذکر شویم که اثبات دیگری نیز در اختیار داریم. اثباتی که در اینجا آورده‌ایم فقط استدلال‌هایی مقدماتی را به کار می‌گیرد، در حالی که در بسیاری از کتاب‌های دیگر اثبات ارائه شده مبتنی بر کاربرد تابع مدولی است.

مباحث دیگری نیز وجود دارند که می‌توانستیم مطرح کنیم. بعضی ملاحظات موجب می‌شوند که فصل‌هایی درباره بعضی یا همه موارد زیر گنجانده شوند: نگاشت‌های

همدیس، توابع معین بر قرص‌ها، توابع بیضوی و کاربردهای روش‌های مبتنی بر فضاهای هیلبرت در توابع مختلط. ولی، نقطه پایان باید در جایی گذاشته می‌شد و از این رو، این مباحث قربانی شدند. برای دانشجویانی که مایل هستند این مطالب را مطالعه کنند یا موضوع‌های ارائه شده در این کتاب را بیشتر مورد بررسی قرار دهند، کتابنامه آخر کتاب حاوی تعدادی مرجع و منبع مناسب است.

بیشتر نمادهای به‌کار رفته نمادهای استاندارد هستند. نماد ■ را برای نشان دادن پایان اثبات‌ها به‌کار برده‌ایم. هنگام بحث درباره توابع (به‌استثای مسیرها)، حروف لاتین را برای نشان دادن قلمرو و حروف یونانی را برای نشان دادن برد مورد استفاده قرار داده‌ایم. این کتاب بر پایه درس‌های ارائه شده در طول چند سال تدریس در دانشگاه ایندیانا^۱ تکوین یافته است. از بخش ریاضی این دانشگاه که منابع خود را در اثنای تهیه کتاب حاضر در دسترس اینجانب قرار دادند سپاسگزارم. بویژه، مایلم از دانشجویانی که در کلاس‌هایم حضور داشتند تشکر کنم. در واقع واکنش آنان نسبت به درس من درباره تغییرهای مختلط بود که مرا به اتخاذ تصمیم قطعی برای نوشتن کتاب وادار کرد. تشکر مخصوص خود را به Stephen Marsha Meredith به‌خاطر یافتن غلط‌های متعدد در دست‌نوشته اولیه، به Berman به‌خاطر گردآوری مطالبی برای تمرین‌های مربوط به جبر و به Larry Curnutt به‌خاطر مساعدت در انجام غلط‌گیری نهایی دست‌نوشته ابراز می‌دارم. همچنین، باید از Ceil Sheehan به‌خاطر اینکه تایپ طرح نهایی دست‌نوشته را در شرایط دشوار به‌انجام رساند تشکر کنم.

در پایان باید از همسر که این کتاب را به‌او تقدیم می‌کنم سپاسگزاری نمایم. تشویق و تشجیع او با ارزشترین کمکی بود که دریافت کردم.

جان ب. کانوی

فهرست کلی

جلد ۱:

۱. دستگاه اعداد مختلط
۲. فضاهای متریک و توپولوژی $\mathbb{C}$
۳. ویژگی‌های مقدماتی توابع تحلیلی و مثال‌هایی درباره آنها
۴. انتگرال گیری مختلط
۵. تکنیکی‌ها
۶. قضیه ماکسیموم قدر مطلق
۷. فشردگی و همگرایی در فضای توابع تحلیلی
۸. قضیه رونگه
۹. ادامه تحلیلی و رویه‌های ریمان
۱۰. توابع همساز
۱۱. توابع نام
۱۲. برد توابع تحلیلی

جلد ۲:

۱۳. بازگشت به مبانی
۱۴. همدیس - هم‌ارزی نواحی همبند ساده
۱۵. همدیس - هم‌ارزی نواحی همبند چندگانه
۱۶. نگاشت‌های پوششی تحلیلی
۱۷. اثبات دوبرانز برای حدس بیریاخ
۱۸. چند مفهوم بنیادی آنالیز
۱۹. توابع همساز
۲۰. فضاهای هاردی بر قرص
۲۱. نظریه پتانسیل در صفحه

فهرست تفصیلی جلد اول

پیشگفتار مترجم	۵	۴. اندیس یک خم بسته	۱۰۰
پیشگفتار ویرایش دوم	هفت	۵. قضیه کوشی و فرمول انتگرال کوشی	۱۰۴
پیشگفتار مؤلف	نه	۶. صورت هموتوپیک قضیه کوشی و همبندی ساده	۱۰۹
فهرست کلی	سیزده	۷. شمارش صفرها. قضیه نگاشت باز	۱۲۱
۱. دستگاه اعداد مختلط	۱	۸. قضیه گورسا	۱۲۵
۱. اعداد حقیقی	۱	۵. تکنیکی‌ها	۱۲۷
۲. حیات اعداد مختلط	۱	۱. طبقه‌بندی تکنیکی‌ها	۱۲۷
۳. صفحه مختلط	۳	۲. مانده‌ها	۱۳۸
۴. نمایش قطبی و ریشه‌های اعداد مختلط	۵	۳. اصل ششم	۱۴۹
۵. خط و نیم‌صفحه در صفحه مختلط	۷	۶. قضیه ماکسیموم قدر مطلق	۱۵۵
۶. صفحه منبسط و نمایش کروی آن	۹	۱. اصل ماکسیموم	۱۵۵
۲. فضاهای متریک و توپولوژی C	۱۳	۲. لم شوارتز	۱۵۸
۱. تعریف فضای متریک و مثال‌هایی درباره آن ...	۱۳	۳. توابع محدب و قضیه سه دایره آدامار	۱۶۲
۲. همبندی	۱۷	۴. قضیه فراگمن - لندلوف	۱۶۸
۳. دنباله‌ها و کمال	۲۲	۷. فشردگی و همگرایی در فضای توابع تحلیلی ..	۱۷۳
۴. فشردگی	۲۵	۱. فضای توابع پیوسته $C(G, \Omega)$	۱۷۳
۵. پیوستگی	۳۰	۲. فضاهای متشکل از توابع تحلیلی	۱۸۴
۶. همگرایی یکنواخت	۳۶	۳. فضاهای متشکل از توابع برخوریخت	۱۸۹
۳. ویژگی‌های مقدماتی توابع تحلیلی و چند مثال		۴. قضیه نگاشت ریمان	۱۹۵
درباره آنها	۳۹	۵. قضیه تجزیه وایرشتراس	۲۰۰
۱. سری‌های توانی	۳۹	۶. تجزیه تابع سینوس	۲۱۳
۲. توابع تحلیلی	۴۳	۷. تابع گاما	۲۱۴
۳. توابع تحلیلی به‌عنوان نگاشت. تبدیل‌های موبیوس ..	۵۸	۸. تابع زتای ریمان	۲۲۵
۴. انتگرال‌گیری مختلط	۷۵	۸. قضیه رونگه	۲۳۵
۱. انتگرال ریمان - استیلتس	۷۵	۱. قضیه رونگه	۲۳۵
۲. نمایش توابع تحلیلی به‌سری توانی	۸۷	۲. همبندی ساده	۲۴۴
۳. صفرهای توابع تحلیلی	۹۵	۳. قضیه میناک - لفلر	۲۴۷

۳۴۷	۲. گونا و مرتبهٔ توابع تام	۲۵۵	۹. ادامهٔ تحلیلی و رویه‌های ریمان
۳۵۳	۳. قضیهٔ تجزیهٔ آدامار	۲۵۶	۱. اصل بازتاب شوارتس
۳۵۹	۱۲. برد توابع تحلیلی	۲۵۹	۲. ادامهٔ تحلیلی روی سیرها
۳۶۰	۱. قضیهٔ بلوک	۲۶۳	۳. قضیهٔ مونودرومی
۳۶۵	۲. قضیهٔ کوچک پیکار	۲۷۰	۴. فضاهای توپولوژیک و دستگاه همسایگی‌ها
۳۶۷	۳. قضیهٔ شونکی	۲۷۹	۵. بافهٔ نطقه‌های توابع تحلیلی بر مجموعه‌های باز
۳۶۹	۴. قضیهٔ بزرگ پیکار	۲۸۶	۶. خمینه‌های تحلیلی
		۳۰۰	۷. فضاهای پوششی
	پیوست (آ): حساب دیفرانسیل و انتگرال برای توابع مختلط معین بر یک بازه	۳۰۹	۱۰. توابع همساز
۳۷۳		۳۰۹	۱. ویژگی‌های اساسی توابع همساز
	پیوست (ب): پیشنهادهایی برای مطالعهٔ بیشتر و یادداشت‌هایی دربارهٔ کتابنامه	۳۱۴	۲. توابع همساز معین بر یک قرص
۳۷۷		۳۲۳	۳. توابع زیر همساز و زیر همساز
۳۸۱	کتابنامه	۳۳۰	۴. مسألهٔ دیریکله
۳۸۳	واژه‌نامهٔ انگلیسی به فارسی	۳۳۸	۵. تابع گرین
۳۸۷	واژه‌نامهٔ فارسی به انگلیسی		
۳۹۱	فهرست راهنما		
۳۹۷	فهرست نمادها	۳۴۳	۱۱. توابع تام
		۳۴۴	۱. فرمول پتسن