

به نام ایزد منان

حساب دیفرانسیل و انتگرال

جلد اول

(قسمت اول)

تألیف: رابرت. ا. آدامز

ترجمه:

محمد علی رضوانی - ناصر عزیزی

انتشارات آذرباد

۱۳۸۴

آدامز، رابرت الکزاندر، ۱۹۲۰ - Adams , Robert , Alexander

حساب دیفرانسیل و انتگرال / تألیف رابرت.ا.آدامز؛ ترجمه

محمدعلی رضوانی، ناصر عزیزی - تهران: آذرباد، ۱۳۸۴ -

ج

ISBN:964 - 7099 - 44 - 4 (دوره)

ISBN:964 - 7099 - 45 - 2 ۴۸۰۰ تومان (ج.۱)

Calculus:a complete course , 5Th ed , 2003

عنوان اصلی:

این کتاب در سال ۱۳۸۲ با ترجمه حسین اورعی توسط دانشگاه فردوسی (مشهد)

منتشر شده است.

نهرستریسی بر اساس اطلاعات نیا.

۱- حساب دیفرانسیل، ۲- حساب انتگرال، الف- رضوانی، محمدعلی.

۱۳۲۲- مترجم، ب- عزیزی، ناصر، ۱۳۲۹- مترجم، ج- عنوان.

ح ۲۶ / آ ۳۰۳ QA ۵۱۵

۱۳۸۴

۱۸۰۶۵ - ۸۴ م

کتابخانه ملی ایران

حساب دیفرانسیل و انتگرال جلد اول قسمت اول

نام کتاب:

محمدعلی رضوانی، ناصر عزیزی

مترجم:

انتشارت آذرباد

ناشر:

حروفچینی و صفحه‌آرایی: مریم پاک‌نژاد

لیتوگرافی: طیف‌نگار

چاپ و صحافی: دیبا - آزاده

نوبت چاپ: اول: مهر ۱۳۸۴

شمارگان: ۴۲۰۰ جلد

قیمت: ۴۸۰۰ تومان

۴ - ۴۴ - ۷۰۹۹ - ۹۶۴ : شابک دوره

۲ - ۴۵ - ۷۰۹۹ - ۹۶۴ : شابک جلد اول قسمت اول

ISBN : 964 - 7099 - 45 - 2

مرکز پخش:

انتشارات آذرباد - تهران - میدان انقلاب - روبه‌روی دانشگاه تهران - مابین خیابان ۱۲ فروردین و اردیبهشت (منیری جاوید) - جنب

انتشارات امیرکبیر - ساختمان ۱۴۵۲ - طبقه سوم

تلفن: ۶۶۴۹۵۰۴۸

تلفکس: ۶۶۴۹۶۱۲۳

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
	پیشگفتار مترجمان
	پیشگفتار
	سخنی با دانشجویان
	سخنی با مدرسان
	قدردانی
	حساب دیفرانسیل و انتگرال چیست؟
۱	پیشنیازها پ
۱	۱. پ اعداد حقیقی و خط حقیقی
۴	بازه‌ها
۹	قدرمطلق
	معادلات و نامعادلات - حاوی
۱۱	قدرمطلق
۱۴	۲. پ مختصات دکارتی در صفحه
۱۶	مقیاس محورها
۱۷	نمو و فاصله
۱۸	نمودارها
۳۰	خط راست
۲۲	معادله خط
۲۷	۳. پ نمودار معادله درجه دوم
۲۷	دایره و قرص
۳۰	معادله سهمی
۳۲	ویژگی‌های بازتابی سهمی
۳۲	تغییر مقیاس در نمودار
۳۳	انتقال نمودار
۳۵	بیضی و هذلولی

۳۹	۴. پ. تابع و نمودار آن
۴۱	قرارداد درباره قلمرو
۴۲	نمودار تابع
۴۶	توابع زوج و فرد: تقارن
۴۸	تقارن نسبت به خط راست
۴۹	تعریف و رسم نمودار توابع با استفاده از Maple
۵۳	۵. پ. ترکیب کردن توابع برای ساختن توابع جدید
	مجموع، تفاضل، حاصلضرب،
۵۴	خارج قسمت و ضرب در اعداد
۵۵	تابع مرکب
۵۸	توابعی که قطعه به قطعه تعریف شده‌اند
۶۴	۶. پ. توابع مثلثاتی
۶۷	چند اتحاد سودمند
۷۰	چند زاویه خاص
۷۲	فرمول‌های جمع
۷۴	توابع مثلثاتی دیگر
۷۷	چند محاسبه با Maple
۷۸	مروری بر مثلثات
۸۵	۱ حد و پیوستگی
	۱.۱ مثال‌هایی درباره سرعت، آهنگ
۸۵	رشد و مساحت
۸۵	سرعت متوسط و سرعت لحظه‌ای
۸۸	رشد کشت جلبک
۸۹	مساحت دایره
۹۲	۲.۱ حد توابع
۹۶	حدود یکطرفه
۹۹	قواعد محاسبه حد

۱۰۱	قضیه فشار	
۱۰۷	حد در بینهایت و حد بینهایت	۳.۱
۱۰۷	حد در بینهایت	
۱۱۰	حد در بینهایت برای توابع گویا	
۱۱۲	حد بینهایت	
۱۱۵	کاربرد Maple در محاسبه حد	
۱۱۸	پیوستگی	۴.۱
۱۱۸	پیوستگی در یک نقطه	
۱۲۱	پیوستگی روی بازه	
۱۲۲	توابع پیوسته به وفور وجود دارند	
	توسیع پیوسته و ناپیوستگی‌های	
۱۲۴	رفع شدنی	
	توابع پیوسته معین بر بازه‌های	
۱۲۵	بسته کراندار	
۱۲۸	یافتن ماکسیموم و مینیموم از روی نمودار	
۱۳۰	یافتن ریشه‌های معادلات	
۱۳۷	تعریف صوری حد	۵.۱
۱۴۰	کاربرد تعریف حد در اثبات قضیه‌ها	
۱۴۱	انواع دیگر حد	
۱۴۶	مرور فصل	
۱۵۱	مشتق	۲
۱۵۱	خط مماس و شیب آن	۱.۲
۱۵۷	قائم بر خم	
۱۵۹	مشتق	۲.۲
۱۶۱	چند مشتق مهم	
۱۶۶	نمادگذاری لاینیتس	
۱۶۸	دیفرانسیل	

۱۶۹	مشتق دارای ویژگی مقدار	
	میانی است	
۱۷۳	قواعد مشتق‌گیری	۳.۲
۱۷۴	مجموع و ضرب	
۱۷۷	قاعده ضرب	
۱۸۰	قاعده عکس توابع	
۱۸۱	قاعده خارج قسمت	
۱۸۵	قاعده زنجیری	۴.۲
۱۸۹	محاسبه مشتق با استفاده از Maple	
	ساخت چند فرمول مشتق‌گیری با	
۱۹۰	استفاده از قاعده زنجیری	
۱۹۰	اثبات قاعده زنجیری	
۱۹۳	مشتق توابع مثلثاتی	۵.۲
۱۹۳	چند حد خاص	
۱۹۶	مشتق‌های سینوس و کوسینوس	
۱۹۹	مشتق توابع مثلثاتی دیگر	
۲۰۳	قضیه مقدار میانگین	۶.۲
۲۰۷	توابع صعودی و نزولی	
۲۱۰	اثبات قضیه مقدار میانگین	
۲۱۳	کاربرد مشتق	۷.۲
۲۱۴	تقریب تغییرات کوچک	
۲۱۵	آهنگ متوسط و آهنگ لحظه‌ای تغییر	
۲۱۷	حساسیت نسبت به تغییر	
۲۱۸	کاربرد مشتق در اقتصاد	
۲۲۳	مشتق‌های مرتبه‌های بالاتر	۸.۲
۲۳۰	مشتق‌گیری ضمنی	۹.۲
۲۳۵	مشتق‌های مرتبه‌های بالاتر	

۲۳۷	قاعده کلی توان‌ها
۲۳۹	۱۰.۲ تابع اولیه و مسائل مقدار آغازی
۲۳۹	تابع اولیه
۲۴۰	انتگرال نامعین
۲۴۳	معادلات دیفرانسیل و مسائل مقدار آغازی
۲۴۹	۱۱.۲ سرعت و شتاب
۲۴۹	سرعت و تندی
۲۵۱	شتاب
۲۵۴	سقوط تحت اثر گرانش
۲۵۹	مرور فصل
۲۶۹	۳ توابع متعالی
۲۷۰	۱.۳ تابع وارون
۲۷۴	وارون توابع غیریک‌به‌یک
۲۷۵	مشتق توابع وارون
۲۷۹	۲.۳ توابع نمایی و لگاریتمی
۲۷۹	تابع نمایی
۲۸۱	لگاریتم
۲۸۵	۳.۳ لگاریتم و تابع نمایی طبیعی
۲۸۶	لگاریتم طبیعی
۲۹۰	تابع نمایی
۲۹۴	صورت کلی توابع نمایی و لگاریتمی
۲۶۹	مشتق‌گیری لگاریتمی
۳۰۱	۴.۳ رشد و زوال
۳۰۱	رشد توابع نمایی و لگاریتمی
۳۰۳	مدل‌های رشد و زوال نمایی
۳۰۷	سود سرمایه‌گذاری
۳۱۰	رشد تدارکاتی

۳۱۵	توابع وارون مثلثاتی	۵.۳
۳۱۵	تابع وارون سینوس (یا آرک سینوس)	
۳۲۰	تابع وارون تانژانت (یا آرک تانژانت)	
۳۲۴	توابع وارون توابع مثلثاتی دیگر	
۳۲۹	توابع هذلولوی	۶.۳
۳۳۳	وارون توابع هذلولوی	
۳۳۶	معادلات دیفرانسیل مرتبهٔ دوم خطی با ضرایب ثابت	۷.۳
۳۳۷	دستور حل $ay'' + by' + cy = 0$	
۳۴۰	حرکت همساز ساده	
۳۴۴	حرکت همساز میرا	
۳۴۵	معادلات ناهمگن و تشدید	
۳۵۴	مرور فصل	
۳۵۹	چند کاربرد مشتق	۴
۳۶۰	تغییرات وابسته به یکدیگر	۱.۴
۳۶۲	مراحل لازم برای بررسی مسائل مربوط به	
۳۷۱	آهنگ تغییر کمیت‌های وابسته	
۳۷۱	مقادیر اکسترموم	۲.۴
۳۷۱	مقادیر ماکسیموم و مینیموم	
۳۷۳	نقاط بحرانی، نقاط تکین و نقاط انتهایی	
۳۷۴	نحوه یافتن اکسترموم‌های مطلق	
۳۷۵	آزمون مشتق اول	
۳۷۸	توابعی که قلمروی آنها بازه بسته و کراندار نیست	
۳۸۳	تقعر و نقاط عطف	۳.۴
۳۸۸	آزمون مشتق دوم	
۳۹۲	رسم نمودار توابع	۴.۴
۳۹۳	مجانب‌ها	
۳۹۷	چند مثال دربارهٔ رسم خم‌ها	

۴۰۶	مسائل مقدار اکسترموم	۵.۴
۴۰۹	مراحل لازم برای حل مسائل مقدار اکسترموم	
۴۲۱	یافتن ریشه‌های معالات	۶.۴
۴۲۲	روش نیوتون	
۴۲۷	تکرار نقطه ثابت	
۴۳۰	دسترهای «Solve»	
۴۳۳	تقریب‌های خطی	۷.۴
۴۳۴	تقریب مقادیر تابع	
۴۳۵	تحلیل خطا	
۴۴۱	چندجمله‌ای‌های تیلور	۸.۴
۴۴۴	فرمول تیلور	
۴۴۷	نمادگذاری آی بزرگ	
۴۵۲	صورت‌های مبهم	۹.۴
۴۵۴	قواعد لوبیتال	
۴۶۱	مرور فصل	
۴۷۱	پاسخ تمرین‌های دارای شماره فرد	

پیشگفتار مترجمان

حساب دیفرانسیل و انتگرال نخستین درس ریاضی است که دانشجویان رشته‌های گوناگون علوم پایه و مهندسی (و حتی علوم انسانی) تحت عنوان ریاضی عمومی با آن مواجه می‌شوند. تنوع مباحث و وفور ابزارهای نظری و محاسباتی آن سبب شده‌اند که تقریباً در هر یک از شاخه‌های علوم، کاربردهای گوناگون حساب دیفرانسیل و انتگرال مشهود و فراوان باشند. از طرف دیگر، عمومیت ذاتی مفاهیم آن به گونه‌ای است که به آسانی می‌توان بسیاری از مسائل مربوط به شاخه‌های متنوع علوم (تجربی و انسانی) را با استفاده از حساب دیفرانسیل و انتگرال در کسوت مدل‌های ریاضی فرمولبندی کرد.

این اهمیت حساب دیفرانسیل و انتگرال سبب شده است که از دیرباز کتاب‌های متنوع و «پیشماری» در این باره به رشته تحریر درآیند. مباحث ارائه شده در همه این کتاب‌ها «کم و بیش» یکسان هستند. با وجود این نحوه ارائه مباحث، انتخاب مثال‌های حل شده و تمرین‌ها، توالی منطقی موضوعات، توجه به جنبه‌های کاربردی مباحث در کنار جنبه‌های نظری، کتاب‌ها را از یکدیگر متمایز می‌سازند.

کتاب حاضر یکی از محدود کتاب‌هایی است که همه مؤلفه‌های لازم یک کتاب درسی برای دوره کامل حساب دیفرانسیل و انتگرال را داراست. به همین سبب نگارندگان این سطور تصمیم گرفتند ترجمه این کتاب را در اختیار مخاطبان فارسی زبان، به ویژه دانشجویان رشته‌های گوناگون علوم پایه و مهندسی، بگذارند. با توجه به حجم زیاد مباحث مطرح شده، کتاب حاضر در دو جلد تقدیم علاقه‌مندان می‌شود. از دست‌اندرکاران مؤسسه انتشاراتی آذرباد، به ویژه مدیر آن آقای سعید احمدی، که شرایط مساعد برای چاپ ترجمه حاضر را فراهم آوردند تشکر می‌کنیم. همچنین، دقت و ظرافتی که سرکار خانم مریم پاک‌نژاد در حروفچینی و صفحه‌آرایی به کار بردند سزاوار قدردانی خاص است.

محمدعلی رضوانی - ناصر عزیزی

پیشگفتار

وقتی کتابی درسی به ویرایش پنجم خود می‌رسد انتظار می‌رود که مؤلف بعضی چیزها را اصلاح کرده باشد. در این ویرایش، تغییرات اندکی در مباحث ارائه شده و ترتیب آنها اعمال کرده‌ام (به استثنای موردی که مربوط به معادلات دیفرانسیل می‌شود و ذیلاً درباره آن توضیح خواهم داد). تلاشم برای کمی کوتاه‌تر کردن این ویرایش نسبت به ویرایش قبل، موفقیت‌آمیز بوده است. ولی این امر به محتوای مطالب کتاب که سبب انتخاب عنوان مناسب «حساب دیفرانسیل و انتگرال، دوره کامل» برای آن شده بود، هیچ صدمه‌ای نزده است. مهمترین تغییرات از این قرارند:

- مطالب زیادی درباره محاسبه با استفاده از دستگاه جبر کامپیوتری Maple اضافه شده است. پیوست ۵ را که حاوی فهرست کاربردهای Maple در مباحث مختلف این کتاب همراه با جای آنهاست ببینید. بعضی از این مطالب اضافه شده مثال‌هایی کوتاه و بعضی دیگر، بخش‌هایی کامل هستند در هر صورت هدف من ارائه درسی درباره کاربرد Maple نبوده است (در این زمینه یکی از همکارانم، دکتر Robert Israel کتابی عالی با عنوان «حساب دیفرانسیل و انتگرال: روش Maple» نوشته که این کتاب نیز توسط انتشارات Addison - Wesley به چاپ رسیده است) بلکه خواسته‌ام دانشجو را تا حدی با توانایی‌های Maple برای انجام هر دو نوع محاسبه نمادین و عددی در چارچوب حساب دیفرانسیل و انتگرال آشنا کنم و نیز کاربر کم اطلاع را از دامهایی که بر سر راهش قرار دارند بر حذر دارم. این مطالب، خاص دستگاه جبر کامپیوتری Maple است. هرگونه تلاش برای تعمیم آن به طوری که برای Mathematica یا Derive یا حتی Matlab (که در آن، مجموعه نمادهای Maple به کار می‌رود) قابل استفاده باشد، یا اجرای برنامه را بسیار طولانی می‌کند و یا سبب ناکارایی آنها می‌شود.

- در این ویرایش، دیگر فصل جداگانه‌ای درباره معادلات دیفرانسیل وجود ندارد. در آن فصل، بعضی از مطالب متن اصلی تکرار شده بودند و برای یک درس مخصوص معادلات دیفرانسیل لازم نبودند. با این وجود، پیوندهای نزدیک (موضوعی و تاریخی) بین حساب دیفرانسیل و انتگرال از یک سو و معادلات دیفرانسیل از سوی دیگر، حکم می‌کنند که مطالبی درباره موضوع اخیر در سرتاسر کتاب و متناسب با بحث مربوط گنجانده شوند و از این رو این طرز کار در این ویرایش افزایش یافته است. به همین سبب می‌توان گفت تقریباً هیچ‌یک از مطالب فصل هفده ویرایش چهارم حذف نشده است.

(یازده)

- بعضی از مباحث به طور گسترده‌ای اصلاح شده‌اند. برای مثال، کل مبحث مربوط به اثر کوریولیس در بخش ۲.۱۱ را با این امید که واضح‌تر شود بازنویسی کرده‌ام. همچنین، بررسی صورتهای درجه ۲ و مثبت معین بودن در قالب بسیار گسترده‌ای مطرح شده است. طبقه‌بندی بحرانی توابع چندمتغیره در کتاب حاضر، با دقت بر ویژگی‌های ماتریس هسین استوار شده است و از این رو، نه فقط در مورد توابع دومتغیره، بلکه در مورد توابع چندمتغیره شفافتر به کار می‌رود.

علاوه بر آنچه در بالا گفته شد، تغییرات موضعی جزئی گوناگونی در جاهای مختلف اعمال کرده‌ام تا متن کتاب بهتر شود. بعضی از مثال‌های نامناسب را حذف کردم یا به جای آنها مثال‌های مناسبتری را قرار دادم. بعضی از تمرین‌ها حذف و به جای آنها تمرین‌های دیگری آورده شده‌اند. چند شکل جدید اضافه شده است و شکل‌های دیگر صورت بهتری پیدا کرده‌اند. روند هر چه بیشتر مخاطب‌پسند کردن کتاب، همواره روندی توقف‌ناپذیر و به شدت متکی بر نظرات و تفسیرهای دریافتی از خواننده‌های آن است.

سخنی با دانشجویان

وقتی اولین دوره درسی خود را در حساب دیفرانسیل و انتگرال می‌گذراندم، هیچ کتاب درسی معینی وجود نداشت جز کتابی به نام «حساب دیفرانسیل و انتگرال، به زبان ساده» که به آن عده از دانشجویان توصیه می‌شد که احساس می‌کردند به چیزی بیشتر از یادداشت‌های کلاس نیاز دارند. کتاب را با این امید خریدم که محتوای آن باید بازتاب عنوانش باشد و من به راحتی حساب دیفرانسیل و انتگرال را می‌آموزم. ولی نه کتاب این‌طور بود و نه من توانستم به خواسته خود برسم.

آیا حساب دیفرانسیل و انتگرال موضوع بسیار دشواری است؟ نه واقعاً. ولی گاهی، به ویژه در آغاز، دانشجویان این‌گونه تصور می‌کنند، زیرا باید با ایده‌ها و فنون جدیدی که ذاتی این درس هستند آشنا شوند و نیز به این دلیل که موفقیت در کسب مهارت در حساب دیفرانسیل و انتگرال، وابسته به داشتن زمینه‌های بسیار محکم در ریاضیات قبل از آن (جبر، هندسه و مثلثات) است. اگر بخواهید می‌توانید مطالب کلی مربوط به ریاضیات، مقدماتی را در فصل پ (پیشنیازها) مرور کنید، حتی اگر مدرس در کلاس به آن ارجاع ندهد. فراگیری حساب دیفرانسیل و انتگرال ابزارهای سودمند فراوانی برای تحلیل مسائل متعلق به زمینه‌های مختلف، به ویژه زمینه‌هایی که «علمی» تلقی می‌شوند، در اختیار شما می‌گذارد. برای شما ارزش دارد که این ابزارها را به دست آورید، ولی مانند هر وظیفه ارزشمند دیگر این امر تلاش زیادی از جانب شما طلب می‌کند. هیچ کتاب یا مدرسی نمی‌تواند این تلاش را از میان بردارد.

در تألیف این کتاب کوشش کرده‌ام مباحث را طوری سازماندهی کنم که فراگیری آنها تا آنجا که ممکن است آسان شود و البته نه به قیمت «جاروب کردن دشواری‌های حقیقی در زیر فرش». ممکن است درک بعضی از مفاهیم که برای نخستین بار با آنها مواجه می‌شوید، دشوار باشد. اگر این‌طور بود، در صورت لزوم چندین بار مطلب را بخوانید. در باره آن فکر کنید. پرسش‌هایی مطرح کنید و با همکلاس‌هایتان یا مدرس مربوط در میان بگذارید. در این کار تأخیر نکنید. این نکته حائز اهمیت است که مسائل پیش آمده هر چه زودتر حل شوند. اگر موضوع درس امروز را نفهمید، ممکن است نحوه کاربرد آن در درس فردا را نیز درک نکنید. ریاضیات دارای «نظم خطی» است و ایده به ایده ساخته می‌شود.

حل تمرین بهترین روش برای تعمیق درک‌تان از حساب دیفرانسیل و انتگرال و نیز اقلان خودتان در مورد اینکه آیا مطالب را درک می‌کنید یا نه، است. تمرین‌های زیادی در این کتاب گنجانده شده‌اند، بیشتر از آنچه وقت انجام همه آنها را داشته باشید. بعضی از آنها تمرین‌های «مشتقی» هستند که شما را در گسترش مهارت‌های محاسباتی یاری می‌دهند. ولی مهم‌تر از آنها مسائلی هستند که مهارت‌های استدلالی و توانایی شما را در به کارگیری فنون فراگرفته در موقعیت‌های مشخص، گسترش می‌دهند.

در بعضی موارد، در مسأله‌ای که حاوی «مراحل» مختلف است باید برای حصول جواب روش خود را برنامه‌ریزی کنید. تمرین‌های دیگر، برای گسترش نظریه ارائه شده در متن درس طرح شده‌اند و بنابراین، موجب افزایش و تقویت درک شما از مفاهیم حساب دیفرانسیل و انتگرال می‌شوند.

تمرین‌ها از نظر دشواری بسیار متفاوت هستند. معمولاً مسائل دشوارتر را در انتهای مجموعه مسائل آورده‌ام، در عین حال این مجموعه‌ها دقیقاً به این صورت درجه‌بندی نشده‌اند، چرا که کوشش شده است تمرین‌های مربوط به یک موضوع مشخص کنار هم قرار گیرند. بعضی از تمرین‌ها با ستاره‌ای نظیر " * " نشانگذاری شده‌اند. این نماد نشان می‌دهد که این تمرین تا حدی دشوارتر یا نظری‌تر از بیشتر تمرین‌هاست. تمرین‌های نظری لزوماً دشوار نیستند؛ گاهی نسبتاً آسان هم هستند. در بخش مرور فصل، واقع در انتهای بیشتر فصل‌ها، مسائلی نیز که تحت عنوان «مسائل دشوارتر» آمده‌اند دشوار هستند گرچه آنها را با «*» نشانگذاری نکرده‌ایم.

اگر نتوانستید همه تمرین‌ها را حل کنید ناامید نشوید. بعضی از آنها واقعاً بسیار دشوارند و فقط تعداد کمی از دانشجویان با استعداد قادر به حل آنها هستند. با وجود این باید بتوانید بخش وسیعی از تمرین‌ها را حل کنید. بعضی از آنها به تلاش بیشتری نیاز دارند. وقتی در حل مسأله‌ای با دشواری مواجه می‌شوید، به شیوه زیر عمل کنید:

۱. مسأله را چند بار بخوانید تا دقیقاً متوجه شوید این مسأله چه اطلاعاتی در اختیار شما گذاشته و از شما خواسته چه چیزی را بیاورد یا انجام دهد.

۲. بهتر است نموداری رسم کنید که روابط بین کمیت‌های موجود در مسأله را نشان دهد.

۳. در صورت لزوم نمادهایی برای نمایش کمیت‌های موجود در مسأله معرفی کنید. حروف مناسب به کار ببرید (مثلاً V برای حجم، t برای زمان). تصور نکنید برای هر چیزی باید x یا y را به کار بگیرید.

۴. طرحی برای پرداختن به حل مسأله تدوین کنید. این کار معمولاً سخت‌ترین قسمت است؛ روابط معلوم را شناسایی کنید. کوشش کنید الگوهای آشنا را بیابید؛ به مثال‌های حل شده در بخش مورد بحث یا بخش‌های قبل مراجعه کنید؛ به ارتباط‌های احتمالی بین مسأله حاضر و مسائلی که قبلاً دیده‌اید فکر کنید. آیا با در نظر گرفتن چند فرض اضافی، مسأله حاضر ساده‌تر می‌شود؟ اگر بتوانید مسأله ساده شده را حل کنید، ممکن است این امر شما را در حل مسأله مورد بحث یاری دهد. آیا می‌توان مسأله را به چند حالت طوری تقسیم کرد، که هر یک از آنها مسأله ساده‌تری باشد؟ وقتی مثال‌های متن درس را می‌خوانید روش‌های به کار رفته را مدنظر داشته باشید زیرا ممکن است در جاهای دیگر نیز سودمند باشند.

۵. کوشش کنید مراحل طرح خود را اجرا کنید. اگر با یک یا چند تا از این مراحل مشکل دارید،

(چهارده)

می‌توانید طرح خود را تغییر دهید.

۶. وقتی به جوابی برای مسأله می‌رسید، همواره از خود بپرسید آیا این جوابی معقول است یا خیر. اگر معقول نیست به حل مسأله بازگردید تا معلوم شود کجا مرتکب خطا شده‌اید. پاسخ‌های بیشتر مسائل دارای شماره فرد در انتهای کتاب آورده شده‌اند، البته به استثنای تمرین‌هایی که جواب کوتاه ندارند مانند مسائل «ثابت کنید که ...» یا «نشان دهید که ...». در این نوع مسائل، جواب عبارت است از کل راه حل آنها. یک «کتاب راهنمای حل مسأله برای دانشجویان» که حاوی حل تشریحی مسائل دارای شماره زوج است مستقلاً تدوین شده است. علاوه بر نشان * که برای مشخص کردن مسائل دشوارتر یا نظری‌تر به کار رفته است، نماد $\diamond$ نیز برای نشان دادن تمرین‌هایی به کار رفته است که به معادلات دیفرانسیل یا مسائل مقدار آغازی مربوط می‌شوند. (البته این نماد را در بخش‌هایی که تماماً به معادلات دیفرانسیل اختصاص دارند، به کار نبرده‌ام.)

سختی با مدرسان

این کتاب، همان‌طور که از نامش آشکار است برای دربرگرفتن همه مباحثی تدوین شده است که معمولاً در برنامه سه یا چهار ترم حساب دیفرانسیل و انتگرال متغیرهای حقیقی، حاوی توابع حقیقی از یک متغیر حقیقی (حساب دیفرانسیل در فصل‌های ۱ تا ۴ و حساب انتگرال در فصل‌های ۵ تا ۸)، توابع برداری از یک متغیر حقیقی (فصل ۱۱)، توابع حقیقی از چند متغیر حقیقی (فصل‌های ۱۲ تا ۱۴) و توابع برداری از چند متغیر حقیقی (فصل‌های ۱۵ و ۱۶)، با آن مواجه می‌شویم. فصل ۹ به دنباله‌ها و سری‌ها اختصاص دارد و انتخاب جای آن به دلخواه بوده است. فصل ۱۰ حاوی زمینه لازم درباره بردارها و هندسه در فضای سه‌بعدی و نیز کمی جبرخطی است که برای درک مطالب چندمتغیره سودمند است، گرچه اساسی نیست. در این کتاب مباحث زیادی گنجانده شده است به‌طوری که نمی‌توان همه آنها را در یک دوره درسی ارائه کرد. با توجه به آمادگی و نیازهای دانشجویان باید مباحث لازم را انتخاب و بقیه را حذف کنید.

در دانشگاه British Columbia (که مؤلف ۳۴ سال در آن به تدریس پرداخته است)، حساب دیفرانسیل و انتگرال به چهار ترم سه ماهه تقسیم می‌شود. در دو ترم اول، حساب دیفرانسیل و انتگرال یک‌متغیره (فصل‌های ۱ تا ۹)، در ترم سوم توابع چندمتغیره (قسمتی از فصل ۱۰ و فصل‌های ۱۲ تا ۱۴) که دانشجویان کمتری آن را انتخاب می‌کنند و در ترم چهارم، حساب برداری (قسمتی از فصل ۱۰ و فصل‌های ۱۱، ۱۵ و ۱۶) که تعداد نسبتاً کمی از دانشجویان، به ویژه دانشجویان ریاضی، مهندسی و فیزیک، آن را انتخاب می‌کنند تدریس می‌شود. در هیچ‌کدام از این چهار دوره، زمان کافی برای بیان همه مطالب فصل‌های مربوط در اختیار نیست و از این رو، همیشه بعضی از بخش‌ها حذف می‌شوند. البته همین وسعت انتخاب مباحث و کاربردها، تجربه آموزشی غنی و متنوعی پیش روی دانشجویان قرار می‌دهد.

کتاب حاضر برای عموم دوره‌های حساب دیفرانسیل و انتگرال، به ویژه برای دانشجویان علوم و مهندسی، تدوین شده است. بیشتر مطالب فقط نیازمند پیش‌زمینه مناسبی از جبر و هندسه تحلیلی دبیرستان هستند. [برای مرور این مطالب، فصل پ (پیشنیازها) را ببینید]. البته، بعضی از مباحث اختیاری، ظریفتر و/یا نظری‌تر هستند و عمدتاً برای دانشجویان قویتر در نظر گرفته شده‌اند.

قدردانی

چهار ویرایش اول این کتاب در کلاس‌های عمومی علوم، مهندسی و دانشجویان سال اول و دوم ریاضی دانشگاه British Columbia تدریس شده است. از بسیاری از همکاران و دانشجویان دانشگاه BC و بسیاری مؤسسه‌های دیگر، که این کتاب را مورد استفاده قرار داده‌اند به سبب تشویق‌ها و پیشنهادات سودمندشان قدردانی می‌کنم.

هنگام آماده‌سازی ویرایش جدید کتاب، پیشنهادات و راهنمایی‌های منتقدین متعهد را که روشنی و جهت تازه‌ای به نوشته‌ام بخشیدند مدنظر داشته‌ام. به ویژه از افراد زیر سپاسگزارم:

William J . Anderson	McGill University	کانادا
Robert M . Coreless	University of Western Ontario	کانادا
Poul G .Hjorth	Technical University of Denmark	دانمارک
Jack Macki	University of Alberta	کانادا
Mark MacLean	University of British Coloumbia	کانادا
G . R . Nicklason	University College of Cape Breton	کانادا
Sixten Nilsson	Linkoping University	سوئد
Viena Stastan	University of Calgary	کانادا
Nader Zamani	University of Windsor	کانادا

سیاس خاص خود را به Olov Johansson (سوئد) که ویرایش قبل و متن تایپ شده ویرایش حاضر را مورد مطالعه قرار داد و پیشنهادات سودمند فراوانی ارائه کرد تقدیم می‌کنم.

سرانجام لازم می‌دانم از دست‌اندرکاران فروش و بازاریابی شعبه‌های Addison - Wesley (با نام فعلی Pearson Canada) در سرتاسر جهان که ویرایش‌های قبل را قرین موفقیت ساختند، ویراستاران و دست‌اندرکاران تولید در Toronto، به ویژه Leslie Carson، Kelly Cochrane، Dave Ward، و

Pamela Voves، Meaghan Eley و Gillion Scobie به خاطر مساعدت‌ها و تشویق‌هایشان و از Betty Robinson به خاطر ظرافت و دقت در نسخه‌برداری از دست‌نوشته حروفچینی شده تشکر کنم.

حذف خطاها و ابهامات هر متن، فرایندی بی‌پایان و مجانبی است؛ خوشبختانه هر ویرایش بهتر از ویرایش قبل است. با وجود این، همواره نقص‌هایی باقی می‌مانند. از خوانندگانی که آنها را گوشزد کنند یا پیشنهادهای دیگری برای اصلاحات متن ارائه دهند متشکر خواهم بود.

رابرت ا. ا. آدامز
Vancouver , Canada
آوریل ۲۰۰۲
adms @ math . ubc . ca

(هفده)

حساب دیفرانسیل و انتگرال چیست؟

در اوایل قرن هفدهم یوهان کپلر (Johannes Kepler)، ریاضیدان آلمانی، مشاهدات نجومی وسیعی را که توسط تیکو براهه (Tycho Brahe)، منجم دانمارکی، انجام شده بود مورد بررسی قرار داد و به این نتیجه رسید که سیارات باید در مدارهای بیضوی به دور خورشید گردش کنند. او علت این امر را نمی‌دانست. پنجاه سال بعد آیزاک نیوتون (Isaac Newton)، ریاضیدان و فیزیکدان انگلیسی، به این پرسش پاسخ داد.

چرا سیارات در مدارهای بیضوی به دور خورشید می‌چرخند؟ چرا تندبادها در نیمکره شمالی، پادساعتگرد می‌چرخند؟ چگونه می‌توان تأثیر تغییرات نرخ بهره را بر اقتصاد و بازار سهام پیش‌بینی کرد؟ چه وقت یک ماده رادیواکتیو تا آن حد واپاشیده می‌شود که دست زدن به آن بی‌خطر باشد؟ چگونه جریان‌های گرم اقیانوسی در منطقه استوایی اقیانوس آرام بر آب و هوای شرق آمریکای شمالی اثر می‌گذارد؟ برای چه مدت، تجمع یک دارو در جریان خون حالت مؤثر خود را حفظ می‌کند؟ امواج رادیویی چگونه در فضا انتشار می‌یابند؟ چرا یک بیماری همه‌گیر در ابتدا به سرعت پخش می‌شود و سپس از سرعت انتقال آن کاسته می‌شود؟ چگونه می‌توانم مطمئن باشم پلی که طراحی کرده‌ام بر اثر طوفان تخریب نمی‌شود؟ این پرسش‌ها و بسیاری پرسش‌های جالب و مهم دیگر در جهان ما، مستقیماً با توانایی ما در تجزیه و تحلیل حرکت و یا اینکه چگونه کمیت‌ها نسبت به زمان یا نسبت به یکدیگر تغییر می‌کنند، ارتباط دارند. جبر و هندسه ابزارهای سودمندی برای توصیف روابط بین کمیت‌های ایستا هستند، ولی متضمن مفاهیم مناسب برای توصیف نحوه تغییر کمیت‌ها نیستند. برای این منظور، ما به اعمال ریاضی جدیدی نیازمندیم که بتوانند فراتر از اعمال جبری جمع، تفریق، ضرب، تقسیم و توان و ریشه گرفتن عمل کنند. ما به اعمالی نیاز داریم که بتوانند تغییر کمیت‌های وابسته را اندازه‌گیری کنند.

حساب دیفرانسیل و انتگرال ابزار توصیف کمی حرکت را به دست می‌دهد. حساب دیفرانسیل و انتگرال دو عمل جدید به نام‌های مشتق‌گیری و انتگرال‌گیری معرفی می‌کند، که همانند جمع و تفریق متقابل یکدیگر هستند: آنچه مشتق می‌کند، انتگرال خلافتش را انجام می‌دهد.

برای مثال، حرکت یک سنگ در حال سقوط را در نظر بگیرید. ارتفاع سنگ (بر حسب متر)، t ثانیه پس از رها شدن از ارتفاع h_0 ، تابعی مانند $h(t)$ است که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$h(t) = h_0 - 4.9t^2$$

(هجده)