

جلد اول

ریاضیات نظری

تألیف: ج. هارولد هاردی (۱۸۷۷-۱۹۴۷)

درست است که ابداع سازنده، یعنی برانگیزش، هدایت
شهود، تن به بیان فلسفی ساده‌ای نمی‌دهد. ولی همان
هسته و اساس هر دستاورد ریاضی، حتی در انتزاعی‌ترین
مباحث است.

کورانت و رابینز (ریاضیات چیست؟)

سرشناسه	:	بزرگی، گویا، ۱۳۴۹ -
عنوان و نام پدیدآور	:	ریاضیات و فلسفه باز/گویا بزرگی.
مشخصات نشر	:	تهران: پژوهشگر برتر، ۱۳۹۶.
مشخصات ظاهری	:	ج۲: مصور، جدول؛ ۵/۲۱×۵/۱۴ س.م.
شابک	:	دوره ۷-۰۷۶۴۹-۰۷۸۶۰۰۰ : ۲۰۰۰۰۰ ریال؛ ج. ۶۱-۲-۰۷۸۶۰۰۰ : ۹۷۸-۶۰۰-۹۷۵۵۲-۳-۳۲ : ۲۰۰۰۰۰ ریال؛ ج. ۳۲-۳-۰۷۸۶۰۰۰ :
وضعیت فهرست نویسی	:	فیبا
یادداشت	:	کتابنامه.
مندرجات	:	ج. ۱. ریاضیات نظری. - ج. ۲. فلسفه باز ریاضیات.
موضوع	:	ریاضیات -- فلسفه
موضوع	:	Mathematics -- Philosophy
موضوع	:	ریاضیات
موضوع	:	Mathematics
رده بند کنگره	:	۱۳۹۶ ۹۷۹ ب / QA۹
رده بندی یوبی	:	۵۱۰/۱
شماره کتابشناسی ملی	:	۴۶۹۴۲۹۸

نشانی مرکز نشر: تهران، بزرگراه محلاتی، خیابان فتح الهی شمالی، خیابان

طالبی، کوچه یوسفزاده، پلاک ۲، واحد ۲ و ۳ - کدپستی: ۱۷۶۷۹۷۸۱۱۷

مرکزی نشر: ۳۳۱۷۴۸۰۷ دورنگار: ۳۳۱، ۱۴۰ سیستم پیامکی: ۰۲۱۳۳۱۶۹۴۰۶

نام کتاب: ریاضیات و فلسفه باز (جلد اول)

نویسنده: گویا بزرگی

ناشر: پژوهشگر برتر

چاپ اول: ۱۳۹۶

شمارگان: ۱۰۰۰ نسخه

قیمت: ۲۰۰۰۰ تومان

شابک دوره دوجلدی: ۷-۰۷۶۴۹-۰۷۸۶۰۰-۹۷۸

شابک ویژه جلد اول: ۶-۲-۹۷۵۵۲-۰۷۸۶۰۰-۹۷۸

کلیه حقوق این اثر متعلق به مؤلف می باشد.

درباره‌ی کتاب:

کتاب حاضر، با عنوان کامل: "ریاضیات نظری: به‌سوی هرمنوتیک دیگرگون منطق کار نظری و فلسفه‌ی باز ریاضیات"^۱ می‌توانست یک مقاله‌ی آکادمیک درباره‌ی ریاضیات و فلسفه‌ی آن باشد، اما این مستلزم گونه‌ای از ادبیات خاص نوشتاری و به‌دنبال آن حذف هنر [و ادبیات] از متن می‌بود که در تعارض است با هدفی که نویسنده‌ی این نوشتار از آن دفاع می‌کند. از این رو آن را باید یک کار [اگر نه وییم دیگرگون که] تقریباً نامتعارف در زمینه‌ی فلسفه‌ی ریاضیات به‌حساب آورد.

جلد اول کتاب آسیب‌شناسی رویکرد غالب به ریاضیات و تاریخ آن به‌طور کلی است. سپس به‌دنبال آن ریاضیات نظری به‌عنوان هسته‌ی اصلی ریاضیات و بخش جدایی‌ناپذیر آن مورد بررسی قرار گرفته و یک‌تک آن با ریاضیات-دقیق نشان داده شده است. در جلد دوم آسیب‌شناسی فلسفه‌ی کلاسیک ریاضیات به‌همراه پیچیدگی‌های فلسفی پیش‌رو بحث گرفته شده است. در ادامه، پیوند "مساله‌ی پیچیدگی" و فلسفه‌ی باز روشن شده است. در انتها، امکان گذار به‌سوی فلسفه‌ای باز از ریاضیات، بر اساس درک دیگرگونی پیچیدگی نشان داده شده است.

۱ این نوشتار در راستای درخواست نگارنده در سال ۱۳۹۰، جهت یک سخنرانی با همین عنوان در مرکز IPM و در پژوهشکده‌ی فلسفه‌ی تحلیلی، شکل گرفته است. نیز تغییری در قالب اولیه آن صورت گرفته است تا به شکل کتاب حاضر درآید.

اظهارنظرهای کلیدی در پیوست (جلد دوم)، یک بخش مکمل کتاب خواهد بود. علاوه بر آن، پیش‌گفتار چکیده‌ی این مجموعه است.

به‌طور کوتاه، هدف این نوشتار، نگاهی دوباره (و البته از پایین به بالا) به ریاضیات و فلسفه‌ی آن، می‌باشد. باید اضافه کرد که این قرار نیست چیزی را تغییر بدهد، جز شیوه‌ی اندیشیدن‌مان را به ریاضیات و به دنبال آن فلسفه‌ی ریاضیات. "فلسفه باز"، محصول همین تغییر در نگرش و دیگرگون اندیشیدن به مسأله‌های پیش روست.

گویا بزرگی - پاییز ۹۴

www.ketab.ir

فهرست مطالب

۹	پیش‌نقش
۱۹	عصر جدید ریاضیات
۳۵	ریاضیات نظری
۶۱	ریاضیات نظری و تجربی
۷۳	نظریه گرا و دقت گرا
۸۳	مساله‌ی کامپیوتر
۸۹	ریاضیات دقیق
۱۰۱	نشان دادن/گفتن
۱۱۱	آزمایش‌های نظری
۱۲۱	تعریف نظری
۱۳۱	تمایز بل و باید نظری
۱۴۵	اثبات نظری
۱۵۵	معادلات نظری
۱۶۳	به‌سوی منطق کار نظری
۱۸۳	یک کار نظری
۱۹۳	پیوست
۲۰۵	یادداشت پایانی
۲۰۷	کتاب‌شناسی

حقیقتاً معتقدیم که ما به نوعی به "جهت"، بیش از آنچه تاکنون [نیاز] داشته‌ایم، نیازمندیم.

هیلاری پاتنم

پیش‌گفتار

چکیده (طرح مساله) فلسفه ریاضیات، بی‌شک "نقطه‌ی کور" فلسفه‌ی معاصر علم است. "ریاضیات اندیشه‌ی پیچیده است" و هیچ‌گونه پاسخ سریع و ساده شده برای مساله‌های اساسی آن ندارد. جامعه‌ی فلسفه‌ی ریاضیات تاکنون نتوانسته است به یک "فلسفه‌ی فراگیر" و رضایت‌بخش از ریاضیات دست یابد. کافی است در سیاهه فلسفه‌های ریاضی در سال‌های اخیر نگاه کنیم، در خیلی از مفاهیم اساسی و پایه این فضا اختلاف نظر بسیار بیشتر از اتفاق نظر در این باره است و اجماعی فراگیر در دسترس نیست. موضوعی که نیازمند آسیب شناسی جدی است. نگارنده بر این نظر است که: خود مساله، مساله‌ی پیچیدگی است و نیز چگونگی برخورد با مساله‌ی پیچیدگی، درک نادرست از پیچیدگی به آشفتگی می‌انجامد. فلسفه‌های کلاسیک - در پی مبانی‌گرایی - ریاضیات به سادگی از کنار این پیچیدگی گذشته‌اند و آن چنان که انتظار می‌رفت کمک چندان بزرگی به حل مساله‌های فلسفی پیش رو درباره‌ی

۱ در این نوشتار از فلسفه‌ی ریاضی دوره‌ی مبانی‌گرایی (رویکردهای منطق‌گرایی، اصول‌گرایی و شهودگرایی) به دلایلی که خواهیم گفت، تحت عنوان "فلسفه‌ی کلاسیک" ریاضیات نام برده شده است.

ریاضیات نکرده‌اند. فلسفه‌ی ریاضیات در دوره‌ی معاصر نیز کماکان گرفتار همان پارادایم و دغدغه‌های دوره‌ی کلاسیک است. اما پرسش اصلی اکنون این است که چگونه می‌توان گشایش [ی] در فضای فلسفی موجود ایجاد کرد. پیشنهاد ما یکی این می‌تواند باشد: "طرح دوباره مساله": مساله‌ای ناگشودنی، مساله‌ایست که بد طرح شده است. برای طرح دوباره مساله، ابتدا از خود ضایع و نقد آن شروع می‌کنیم و سپس دشواری‌هایی که فلسفه امروز ریاضیات با آن روبروست را بررسی می‌نماییم. در پایان کوشش خواهیم کرد نشان دهیم که یک چنین چارچوب مناسب و اساسی، برای فلسفه‌ی فراگیر ریاضیات؛ ناگیر "فلسفه‌ای باز"^۱ خواهد بود. فلسفه‌ای به دور از "ساده اندیشی" و "جزم اندیشی". فلسفه‌ای: "تغییر پذیر"، "نقد پذیر" و "اصلاح پذیر".

ریاضیات نظری

هر فعالیت ریاضی دارای یک مساله‌ی نظری است. در یک کار ریاضی، دو عامل همواره حضور دارند: یکی "غش نظری" کار، که در آن ایده، فرضیه و حدسی هست و بخش دیگر "دقت بخشی". و قطعیت به این حدس و فرضیه است. از این رو تمایز: "ریاضیات نظری / ریاضیات دقیق"، تمایزی اساسی در ریاضیات است.^۲ در تمایز ذکر شده بحث بر سر "مساله‌ی دقت" است. در این فصل نشان خواهیم داد، ریاضیات نظری چیست؟ و ریاضیدان نظری چکار می‌کند. به همین منظور تعریفی از ریاضیات نظری ارائه می‌گردد که البته با "تعریف جفی و کوپین از ریاضیات نظری"^۳ (۱۹۹۳)

1 Open Philosophy

۲ نیز می‌توان آن را به تمایز دیگری بین ریاضیدان به: نظریه‌گرا / اثبات‌گرا که رویکرد دیگری به مساله‌ی دقت است، تحویل نمود.

۳ "ریاضیات نظری: تلفیق سنت‌های فیزیک نظری و ریاضیات"، عنوان مقاله‌ای است، از جفی و کوپین، که در ۱۹۹۳ در بولتن فصلی انجمن ریاضی آمریکا چاپ شد و در جامعه ریاضی

کاملاً متفاوت است. زیرا آن، تعریفی با "نگاه ریاضیات دقیقی" و البته "محافظه کارانه" به مساله است. به عبارت دیگر "نگاهی از بالا به پایین به ریاضیات" است. و لذا سعی در "باز تعریف مساله" داریم.

آن چنان که بدان خواهیم پرداخت، ریاضیات نظری با یک سوء تفاهم تاریخی در تاریخ ریاضیات همراه است و همین مساله در برخورد با فلسفه‌ی ریاضی، ما را در برداشت درست و مناسب بسیاری از مساله‌های مان باز داشته است. پس بخشی از تلاش ما برطرف نمودن این سوء برداشت از ریاضیات نظری است. در باز تعریف مورد نظر:

i- ریاضیات نظری، ریاضیات زمینه است و آن اجتناب ناپذیر نیز هست.

ii- گسترش و بسط و حرکت واقعی ریاضیات تنها با دیالکتیک سالم و سازنده بین ریاضیات نظری و ریاضیات دقیق امکان پذیر است.

به بیان دیگر، هسته‌ی یک کار ریاضی، بخش نظری آن است. از این رو، بدون شناخت و درک مناسب از این هسته‌ی نظری؛ قادر به شناخت "منطق نظری" کار ریاضی نخواهیم بود. در واقع این به نوعی شناخت "عمل ریاضی" است. عملی که بین تجربه از یک سو و از سوی دیگر، دقت در نوسان می‌باشد. چیزی که خودش، در بنای نظریه/دقت (و یا به بیان دیگر نظریه/تجربه) نشان می‌دهد. بر این اساس، آن؛ یک تمایز پیوستاری است و بنابراین هر فعالیت و عمل ریاضی هم‌پافته‌ای از نظریه/دقت خواهد بود. و بیشتر از این: یک کلیت "گشایی" است. این نکته‌ی کلیدی مساله است.

جنجال برانگیز شد. این مقاله به فارسی نیز در نشر ریاضی منتشر گردید که در توضیح مختصری درباره‌ی آن آمده است: ریاضیات نظری - در عنوان مقاله - در مقابل ریاضیات تجربی - که امروزه به کشفیات و حدس‌هایی اطلاق می‌شود که عموماً از طریق آزمایش‌های کامپیوتری حاصل می‌شود- به کار نرفته است، بلکه صفت نظری در برابر قطعی یا اثبات شده به کار رفته، یعنی به همان معنایی که در علوم تجربی به کار می‌رود.

همچنین نشان خواهیم داد که در تمایز بین ریاضیات: نظری/دقیق، مساله‌ی دقت، قابل تحویل به "مساله‌ی ضرورت" است. به بیانی "ضرورت نظری" در برابر "ضرورت قطعی". این اجازه خواهد داد که تعریفی از "اثبات نظری"^۱ ارائه دهیم که بر اساس ضرورت نظری استوار است. نیز در منطق کار نظری خواهیم دید چگونه اقناع^۲ نظری به این نوع از ضرورت وابسته است. این "ضرورتی حداقلی" و یا به-بیانی، "ضرورت ضعیف" است. سپس کار ریاضی در مرحله دقت‌بخشی به سمت "ضرورت قوی و حداکثری" و به بیان دیگر ضرورت قطعی گذار می‌کند. با مساله-های دیوید هیلبرت و نظریه‌ی اعداد، ضرورت نظری و نقش آن در یک اثبات نظری را نشر می‌کنیم. به این موضوع خواهیم پرداخت که: حضور منطق نظری به-عنوان یک مفروضه، به این موضوع خواهد افزود که به یک کار نظری ویژگی جهانی می‌دهد و نه نقشی موضعی. باید اصرار کرد که هنوز به اندازه‌ی کافی از این منطق، شناخت درستی نداریم. این منطق، ماچین منطق علم نیز هست. ریاضیات نظری و به‌طور کلی ریاضیات، چون بخشی از علم در زمان ما، و بستر همین منطق کار است که شکل می‌گیرد. این "منطق تفکر نظری" است.

فلسفه‌ی باز ریاضیات

فلسفه‌ی معاصر ریاضیات - آن‌چنان که استدلال خواهد کرد- در نیمه‌ی پایانی دهه هفتاد (و به‌ویژه ۱۹۷۹) آغاز می‌گردد، که عمده‌تأثیر آن در روش به "تغییر دیدگاه" در دو زمینه متفاوت، خود را نشان می‌دهد. یکی در اثبات و دیگری در فلسفه‌ی ریاضیات.

الف- در ریاضیات: در دهه‌ی ۱۹۷۰، مساله‌ی اثبات‌های طولانی در جامعه‌ی ریاضیات مورد بحث و جدل‌هایی بود.^۳ اثبات حدس چهار رنگ با استفاده از کامپیوتر

1 Theoretical Proof

2 persuasion

۳ کافی است از مایکل رابین و دانیل گراهام نام ببریم درباره‌ی اثبات‌های طولانی و مساله‌ی

در ۱۹۷۶ زمینه‌ی بحث دیگری را گشود و نیز سبب شکل‌گیری بحث و جدل‌های فلسفی تازه‌ای پیرامون این مساله شد (از جمله تیموچکو ۱۹۷۹). البته نمی‌توان تغییر دیگری را که در همین سال‌ها، که زیر پوست ریاضیات در جریان است، نادیده گرفت: خود "مساله‌ی کامپیوتر"؛ که امواج رو به گسترش آن، می‌رفت تا ریاضیات را هم دربر بگیرد و بر آن تأثیر بگذارد. و البته که اثر گذار بود، برای نمونه در نظریه‌ی تحلیلی اعداد و نیز در بحث فرکتال‌ها؛ مساله‌یی که با کتاب سنت شکن مندلبرو، هندسه‌ی فرکتالی طاعت (۷۹-۱۹۷۷) همراه بود. نیز در سال ۱۹۷۹ فرکتال معروف مجموعه مندلبرو در به‌وسیله کامپیوتر تولید می‌گردد. از این رو مساله‌ی کامپیوتر و دامنه‌ی نوآیایی در ریاضیات بدین مساله‌ی جدی تبدیل شد.^۱

ب- در فلسفه‌ی ریاضیات،^۲ قبل از هر چیز باید اشاره کرد که، نشانه‌هایی از نارضایتی به رویکرد کلاسیک فلسفه‌ی ریاضیات پدیدار شده بود که به‌طور کلی نشان می‌داد این رویکردها، از چپ‌پای نیست که فلسفه‌ی ریاضیات می‌تواند باشد. نقد نیکلاس گودمن (ریاضیات به عنوان علمی عینی: ۱۹۷۹) و یا مقاله روبن هرش در همین سال نمونه‌های، خوب و بد این مساله‌اند. از طرف دیگر رویکردهای تازه‌ای شکل می‌گیرد. پاتنر ۷۶-۱۹۷۵ و نیز لاکاتوش ۷۹-۱۹۷۶ بحث متفاوتی را در فضای فلسفه‌ی ریاضیات بر می‌کنند. از جمله موضوع روش‌های "شبه‌تجربی"^۳ در ریاضیات مطرح می‌شود. در همین سال‌ها، کار

کامپیوتر ۱۹۷۶، در: کولاتا جینا (۱۳۶۸)، اثبات‌های ریاضی: پیدایش شک و تردید، انتشارات سید، نشر ریاضی شماره ۳

۱ هر چند استفاده از کامپیوتر برای رسم فرکتال‌های از دهه ۶۰ آغاز شده بود.

۲ که البته متأثر از فضای کلی در فلسفه علم نیز بود. مثلاً لاکاتوش در: "روش‌شناسی برنامه پژوهش علمی" و یا دیوید بلور ۱۹۷۶ در: "دانش و تصاویر اجتماعی"، یا حتی فلسفه‌ای شخصی‌تر - اصطلاحی که من به کار می‌برم - مانند فیرآند ۱۹۷۵، در: "بر ضد روش" و "چگونه از جامعه در برابر علم دفاع کنیم" ۱۹۷۹.

لاکاتوش در "اثبات‌ها و ابطال‌ها" تاثیر گذار است.^۱ رویکرد لاکاتوش، "نگاهی از پایین به بالا" به ریاضیات است و به همین منظور به آنچه دیدگاه ریاضیات نظری به مساله‌ی ریاضیات، عنوان کرده‌ایم، نزدیک است.^۲ از این رو رویکرد لاکاتوش رویکردی متفاوت به مساله، به‌ویژه به موضوع "اثبات ریاضی" ایجاد کرد. اما اتفاق دیگر، کار تیموچکو ۱۹۷۹ در بررسی فلسفی نتایج اثبات کامپیوتری حدس چهاررنگ است که سبب تقویت این رویکرد متفاوت به مساله است، و بحث دیگرگونی را در فلسفه‌ی ریاضیات شکل داد؛ نگاهی متفاوت به فعالیت ریاضی و فلسفه‌ی آن، نسبت به آنچه پیش‌تر تصور می‌شد. به عبارت دیگر تغییر اساسی ایجاد شد: تغییری تازه در نگاه به ریاضیات، اینکه ریاضیات چیست؟ و "ریاضی‌ورزی" چگونه چیزی ممکن است باشد. جالب اینکه در هر دو این تغییرات، در ریاضیات و فلسفه‌ی ریاضیات، مساله تقریباً یکی است: بحث بر سر اثبات ریاضی. در اینجا به نوعی پذیرش عناصر تجربی و خطاپذیر در قلمرو ریاضیات و حتی منطقی [برجسته‌تر می‌گردد، چیزی که آن را از رویکرد کلاسیک متمایز می‌نماید و غالباً با گفتمان روز ریاضیات دقیق، تعارض و فاصله بسیار داشت. از این ریاضیات [دقیق] و نیز فلسفه‌ی کلاسیک آن را در برابر چالشی اساسی قرار گرفت؛ و نسبت چالشی اساسی در برابر مساله‌ی تغییر. چیزی که نشان می‌داد مساله‌ی ریاضیات، اینکه ریاضیات واقعاً چیست؟ ممکن است پیچیده‌تر از آن باشد که قبلاً تصور می‌شد. زیرا باید عوامل گوناگون دیگری در کار ریاضی دخالت داده می‌شد. باستان این "تغییر رویکرد به ریاضیات و فلسفه‌ی آن"، چنان که باید مورد توجه قرار گیرد. و نگاه

۱ البته لازم به ذکر است که لاکاتوش خیلی بیشتر از بسط کامل اندیشه‌هایش در ۱۹۷۴ از دنیا می‌رود و تاریخ‌های ذکر شده به سال انتشار کتاب و ویراست‌های بعدی آن مربوط است.

۲ رویکرد تجربه‌گرایی لاکاتوش جالب است، اما البته باید خاطر نشان کرد که با مشکلاتی نیز روبروست. نشان خواهیم داد، دلیل عمده آن نه تنها شناخت ناکافی از ریاضیات نظری که منطق نظری مستتر در کار نیز هست.

کلاسیک و غالب در فلسفه‌ی ریاضیات به‌سادگی از کنار این تغییر گذشت. این‌که در واقع چه چیزی مانع باروری و رشد چنین رویکردی بوده است را، در آسیب‌شناسی فلسفه امروز ریاضیات دنبال خواهیم نمود. که البته پاسخ قانع‌کننده برای آن وجود دارد، آن‌چه بر اساس شکلی توسعه یافته از "تیز اورول"^۱ معرفی نموده‌ایم. در همین رابطه عدم واکنش مناسب به مساله‌ی تغییر، در جامه‌ی ریاضیات و فلسفه‌ی آن را توضیح خواهیم داد. این پیشتر از اینکه یک مساله، در فلسفه‌ی ریاضی باشد، مساله‌ای مربوط به فرهنگ است و یا به بیان صریح‌تر: "فرهنگ فلسفی".

در گریز به تاریخ ریاضیات و نیز به‌وسیله این تیز نشان خواهیم داد چگونه برخی از دشواری‌های فلسفی در ریاضیات، چه در رویکرد کلاسیک و چه در رویکرد معاصر، از دلبستگی به "سنت گرای"، غالب در ریاضیات دقیق ناشی می‌شود. آنجا که، در زمینه‌ی مربوط به گشتا، اغلب اجازه‌ی طرح برخی از مساله‌ها را نمی‌دهد.^۲

با این وجود، جریان "سنت‌گریز" در فلسفه‌ی ریاضیات، در همین بستر و زمینه، به بحث‌های نو و متفاوتی دست پیدا کرد است. هرچند گفتمان غالب فلسفه‌ی ریاضیات عموماً در برابر آن مقاومت نهاده است (و یا موضع بی‌تفاوتی را اتخاذ کرده است). ولی به‌هر حال این جریان به شکل‌گیری در کنار جریانات سنت‌گرا [گرچه در حاشیه] در حال شکوفایی است. در همین زمینه، توجه به ظهور فضای نوین علوم بین‌رشته‌ای - به‌ویژه علوم شناختی - رویکرد تازه‌ای پیش‌روی شناخت ریاضیات قرار گرفته است. کار لیکاف - نونز در ^۳ VNCF در سال

۱ برگرفته از نظریات و نوشته‌های جرج اورول و به‌ویژه در ۱۹۸۴

۲ جریان بر ضد روانشناسی‌گری در دوره کلاسیک فلسفه ریاضی، یک نمونه خوب از این موضوع است. از سویی می‌توان اشاره کرد برای مثال به برخی فیلسوفان خارج از چنین رویکردی مثلاً در آمریکا کارهای متفاوتی ارائه نمودند که جان دیویی از آن جمله است.

3 Where Mathematics Comes From

۲۰۰۰ (و تا حدودی کار مدی در طبیعی‌گرایی ریاضیات در ۱۹۹۸)، نمونه‌ی خوبی^۱ از چنین رویکرد متفاوت، برای طرح دوباره‌ی مساله است. این یکی از پاسخ‌ها به مساله‌ی تغییر می‌تواند باشد. البته چنین تغییراتی را باید به مثابه یک نقطه‌ی شروع (و البته آغازی کوچک)، برای فصلی نو در نظر گرفت: در ریاضیات و نیز خارج از آن، در فلسفه‌ی ریاضیات و علم به‌طور کلی.

سراجام، اگر پیامی که تاریخ فلسفه‌ی ریاضیات به همراه دارد را به درستی درک کرده باشیم، به این نظر نزدیک خواهیم بود که در یک فضای فلسفی مناسب، همه‌ی رویکردها می‌تواند در کنار یکدیگر دیده شود. آنچه از دوره کلاسیک آمده است، و نیز آنچه از دوره معاصر دریافته‌ایم، اینکه: ریاضیات نیز مانند هر علم دیگری در حال تغییر و دگرپرسی است. چنانکه کشف هندسه‌ی هذلولوی، کشف بودا و نیز کشف هندسه‌ی فرکتالی دیدگاه ما را درباره‌ی ریاضیات و ماهیت کار ریاضی از تغییر داده است. پس بنابراین، فلسفه‌ی آن نیز باید همواره پذیرای این تغییرات باشد. فلسفه‌ای با آغوش باز، برای آری گفتن (به تغییرات)؛ و البته بروز شدن؛ نه "فلسفه‌ی نه"^۲ و/یا فلسفه‌ای بسته مانند

۱ دیگرانی هم هستند در تاریخ فلسفه ریاضیات که نباید از نظر دور داشت، برای نمونه، برونفسکی ۱۹۶۹ و مک لین ۱۹۸۶

۲ در ابتدای قرن بیستم، ریاضیدان و فیلسوف سوئیسی، فردیناند گرسس، فلسفه‌ای باز را مطرح کردند، که به‌طور کلی هسته‌ی اصلی آن بر "دیاکتیک" استوار است. نیز به دیدگاه باشلارد فیلسوف علم نزدیک است. هر چند آن فلسفه‌ای درخور توجه است، اما علامه‌ی آن نشان داد که به کلی گویی و در نهایت خود، به فلسفه‌ای بسته منجر خواهد شد. آن چنان که ما می‌خواهیم پرداخت، "تمایز: فلسفه‌ی رهایی‌بخش/فلسفه‌ی باز"، نکته‌ی ظریفی است که باید در نظر داشت. مورد اول به موضع پست‌مدرن بسیار نزدیک است. این چیزی است که فلسفه‌ی گونست را به باشلارد و به بیان دیگر به رویکرد پست مدرن نزدیک می‌سازد، یک نوع "فلسفه‌ی نه". من شخصاً به "فلسفه‌های رهایی" بخش اعتقادی ندارم، اما بر این باورم که آنچه امروزه و بیش از هر چیز دیگری بدان نیازمندیم، "فلسفه‌ای باز" است، به‌دور از هر گونه تنگ نظری، کوتاه فکری و جزم‌اندیشی، و نیز فارغ از هر گونه خط‌کشی که به‌وسیله‌ی آنچه "ایسم‌گرایی" می‌شود نامید، به خودمان تحمیل می‌کنیم.

آنچه پیش از این - در دوره کلاسیک یا رویکردهای وابسته- با آن روبرو بوده‌ایم. اما دسترسی به چنین دیدگاه فلسفی کار ساده‌ای نیست: آن، نیازمند درک دیگرگونی از "پیچیدگی" است.

یک چارچوب مناسب برای رسیدن به چنین دیدگاه فلسفی، تمامی چیزی است که نوشتار این کتاب درباره‌ی آن است. یک فلسفه فراگیر و البته رضایت بخش برای ریاضیات و سمت‌وسوی آتی آن. فارغ از اینکه به دنبال ایسمی برای چنین فلسفه‌ای باشیم، آن "فلسفه‌ای باز" خواهد بود: فلسفه‌ی باز ریاضیات.^۱