

۱۴۴۴ هـ
۱۴۶۴۸۶
- ۱۴۲۱



معادلات دیفرانسیل

(قابل استاده دانشجوین فنی و مهندسی و علوم پایه)

تألیف: محسن ضیامنش

عضو هیات علمی دانشگاه آزاد اسلامی
(واحد تهران مرکزی)



سرشناسه : ضیامنش، محسن، ۱۳۴۶.

عنوان و نام پدیدآور : معادلات دیفرانسیل (قابل استفاده دانشجویان فنی و مهندسی و علوم پایه) / تألیف: محسن ضیامنش.

مشخصات نشر : تهران: شرح، ۱۳۹۵.

مشخصات ظاهری : ۲۵۶ ص. : جدول، نمودار.

شابک : ۹۷۸-۹۶۴-۸۹۲۹-۸۶-۷

ISBN: 978-964-8929-86-7

وضعیت فهرست‌نویسی : فیپا.

یادداشت : کتابنامه

موضوع : معادلات دیفرانسیل -- راهنمایی آموزشی (عالی).

Differential Equations -- Study and teaching (Higher) موضوع

موضوع : معادلات دیفرانسیل -- آزمون‌ها و تمرین‌ها (عالی).

Differential Equations -- Examinations, questions, etc. (Higher) رِضوع

رده‌بندی کنگره : ۱۳۹۵ م ۶ ۹ ض / QA۳۷۱

رده‌بندی دی‌بی : ۵۱۵/۳۵۰۰۹

شماره کتابشناسی ملی : ۴۴۷۷۲۷۵

انتشارات



نشانی انتشارات: تهران، خ. انقلاب، سلام، خ. صفی‌الیشاه، شماره ۱۰۵. تلفن: ۷۷۶۳۸۰۵۹
مراکز پخش: (شرح: ۷۷۶۳۲۲۶۶-۷۷۶۳۸۰۵۹)، (فدک: ۶۶۴۸۱۰۹۶)، (ایلیا: ۴۴۴۱۰۱۲۲).

عنوان : معادلات دیفرانسیل (قابل استفاده دانشجویان فنی و مهندسی و علوم پایه).

تألیف : محسن ضیامنش.

ناشر : شرح.

چاپ اول : ۱۳۹۵.

لیتوگرافی : سعیدی.

چاپ : گل‌وردی.

شمارگان : ۱۰۰۰ جلد.

قیمت : ۱۵۰۰۰ تومان.

شابک : ۹۷۸-۹۶۴-۸۹۲۹-۸۶-۷

ISBN: 978-964-8929-86-7

کلیه حقوق این اثر متعلق به ناشر است.

پیشگفتار:

در طی بیست سال گذشته، پیشرفت‌های زیادی در زمینه معادلات دیفرانسیل صورت گرفته است. ظهور کامپیوترهای پرسرعت، روش‌های حل عددی را ممکن ساخته و باعث بوجود آوردن گروهی از روش‌های جدید، از قبیل روش‌های ماتریسی و تبدیل لاپلاس شده که در مهندسی محبوبیت زیادی دارد.

برای درک و پیش‌بینی رفتار پدیده‌های طبیعی نیاز به ساخت مدل‌های ریاضی در این پدیده‌ها است. مسلماً این مدل‌ها، بر اساس یک سری قریب فیزیکی از قبیل اصل بقای ماده، اصل بقای انرژی، اصل بقای اندازه حرکت، قانون دوم ترمودینامیک، قانون کیرشهف و... می‌باشد.

لفظ "پدیده"، معنای تغییر نسبت به زمان را در خود دارد، که این تغییرات در مدل‌های ریاضی به صورت مشتقات کمیت مورد نظر نسبت به زمان جلوه می‌کنند. بنابراین این مدل ریاضی یک پدیده، شامل معادله یا معادلاتی است که در آنها مشتقات کمیت

مورد نظر نسبت به زمان است. چنین معادله‌ای، معادله دیفرانسیل نامیده می‌شود. از این رو یک فیزیک‌دان و یا یک مهندس برای تشریح پدیده‌ها باید معادلات مختلف دیفرانسیل را بشناسد و از آنها به عنوان ابزاری برای حل مسائل استفاده کند.

در کتاب حاضر، هر فصل با تعاریف دقیق از مفاهیم اساسی، اثبات بعضی از قضایای مهم و بدست آوردن روابط اصلی شروع شده، سپس برای درک بهتر مطالب، تعداد زیادی مثال آورده شده است. اما از آنجائیکه قدرت و توانایی در حل مسائل تنها با مطالعه مسائل حل شده به دست نمی‌آید، لذا در انتهای هر بخش و فصل تعداد زیادی مسئله و تمرین به دست آمده شده تا توانایی دانشجو محک زده شود.

در خاتمه از همه دانش‌ریزان و همکاران که با راهنمایی‌های خود، مشوق اینجانب در تألیف این کتاب بوده اند تشکر و قدردانی می‌نمایم. همچنین اگرچه سعی بر این بوده تا کتاب حاضر عاری از هرگونه نقص باشد، اما نقایات و رهنمون‌های صاحب نظران و خوانندگان عزیز، مزید امتنان خواهد بود.

حسن ضیاءش

زمستان ۱۳۹۰

فهرست مطالب

فصل صفر - مفاهیم اولیه و منشأ تشکیل یک معادله دیفرانسیل

- ۱. ۰ مقدمه..... ۹
- ۲. ۰ معادله دیفرانسیل معمولی..... ۱۰
- ۳. ۰ تعریف معادله دیفرانسیل..... ۱۳

فصل اول - معادلات دیفرانسیل مرتبه اول

- ۱. ۱ معادله دیفرانسیل مرتبه اول. شرط اولیه (مسئله با مقدار اولیه) ۱۷
- ۲. ۱ معادله دیفرانسیل غیر خطی..... ۱۹
- ۳. ۱ معادلات با متغیرهای جدائی پذیر..... ۲۲
- ۴. ۱ معادلات کامل..... ۲۳
- ۵. ۱ عامل انتگرال ساز..... ۲۴
- ۶. ۱ معادلات همگن..... ۲۸
- ۷. ۱ معادله دیفرانسیل خطی مرتبه اول..... ۳۱
- ۸. ۱ حل معادلات به فرمهای $x = f(y, y')$, $y = f(x, y')$ ۳۸
- ۹. ۱ معادلات لاگرانژ و کلو..... ۴۲
- ۱۰. ۱ کاربردها..... ۴۴

۱۱. ۱ مسائل حل شده..... ۴۴

۱۲. ۱ تمرین‌های دوره ای فصل..... ۸۷

فصل دوم- معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم

۱. ۲ مقدمه..... ۹۳

۲. ۲ معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم..... ۹۴

۱. ۲ معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم همگن..... ۹۶

۴. ۲ کاهش رتبه..... ۱۰۲

۵. ۲ معادلات دیفرانسیل همگن با ضرایب ثابت..... ۱۰۵

۶. ۲ معادلات اویبر..... ۱۰۷

۷. ۲ معادلات دیفرانسیل غیر همگن..... ۱۱۱

۸. ۲ عملگر معکوس (اپراتور معکوس)..... ۱۱۳

۹. ۲ روش ضرایب نامعین..... ۱۱۸

۱۰. ۲ روش تغییر پارامترها (لاگرانژ)..... ۱۲۳

فصل سوم- معادله دیفرانسیل خطی مراتب بالاتر

۱. ۳ مقدمه..... ۱۲۷

۲. ۳ معادلات همگن با ضرایب ثابت..... ۱۲۹

۳. ۳ کاهش مرتبه..... ۱۳۱

۴.۳ معادله اوپلر ۱۳۱

۴.۳ ضرایب نامعین ۱۳۲

۶.۳ تغییر پارامترها (لاگرانژ) ۱۳۳

۷.۳ کاربرد ها ۱۳۷

۸.۱ تمرین های دوره ای فصل ۱۴۶

فصل چهارم - حل معادلات دیفرانسیل به کمک سریهای توانی

۱.۴ سریهای توانی ۱۵۱

۲.۴ حل معادلات دیفرانسیل مرتبه اول به روش سریهای توانی ۱۵۸

۳.۴ معادلات خطی مرتبه دوم (نقطه عادی) ۱۶۲

۴.۴ روش توسعه یافته سریهای توانی (سریهای فروبنیوس) ۱۶۹

۵.۴ تابع گاما ۱۸۵

۶.۴ معادلات بسل ۱۸۷

۷.۴ تمرین های دوره ای فصل ۱۹۱

فصل پنجم - تبدیلات لاپلاس

۱.۵ مقدمه ۱۹۳

۲.۵ تبدیل لاپلاس مشتق ۲۰۱

۲۰۴	۳.۵ تبدیل لاپلاس انتگرال
۲۰۷	۴.۵ قضایای انتقال
۲۱۵	۵.۵ مشتق گیری از تبدیل لاپلاس
۲۱۷	۶.۵ انتگرال گیری از تبدیل لاپلاس
۲۲۳	۷.۵ کانولوشن (پیچش) دو تابع
۲۳۰	۸.۵ تمرین های دوره ای فصل
۲۳۶	۹.۵ جدول تبدیل لاپلاس

فصل ششم - دستگاه معادلات دیفرانسیل

۲۳۹	۱.۶ مقدمه
۲۴۰	۲.۶ حل دستگاه به روش ماتریس
۲۴۲	۳.۶ حل دستگاه به روش اپراتورها
۲۴۷	۴.۶ حل دستگاه به روش لاپلاس
۲۵۱	۵.۶ تمرین های دوره ای فصل

۲۵۳	پیوست (جدول انتگرال)
۲۵۶	مراجع