



Brownian motion

solved problem

(Problems from all over the world)

By. Marya (masoud) Khosrotash

انتشارات كوله پشني من ۱۳۹۵





شابک	۹۷۸-۶۰۰-۹۶۲۵۷-۳-۴ :
شماره کتابشناسی ملی	۴۲۵۰۷۰۴ :
عنوان و نام پدیدآور	Brownian motion solved problem (problems from all over the world)/ by Darya (Masoud) Khosrotash.
مشخصات نشر	شهر ری: کوله پستی من، ۱۳۹۵=۲۰۱۶م.
مشخصات ظاهری	۱۵۰ص.
زبان	انگلیسی.
آرشیوی عنوان	براونین...
موضوع	ریاضیات -- پرسش‌ها و پاسخ‌ها (عالی)
موضوع	(Mathematics -- Questions and answers (Higher
رده بندی دیویی	۱۵ :
رده بندی کنگره	۱۳۹۰ : QA۳۰۰/خسروناش
سرشناسه	خسروناش، ماسود - ۱۳۵۷ - Khosrotash, Masoud

عنوان	brownian motion solved problem
نویسنده	دريا (مسعود) خسروناش
صفحه آرا	الهام جلالیان
ناشر	انتشارات کوله پستی
شابک	۹۷۸-۶۰۰-۹۶۲۵۷-۳-۴
نوبت چاپ	اول ۹۵
تیراژ	۳۰۰
قیمت	۸۵۰۰ تومان
لیتوگرافی	رایدگرافیک
چاپ و صحافی	سپه

کلیه حقوق این اثر متعلق به انتشارات کوله پستی من می‌باشد و هیچ شخص حقیقی و یا حقوقی حق برداشت تمام یا قسمتی از اثر را به صورت چاپ، فتوکپی، مجاز و مکتوب ندارد. و متکلفین طبق بند ۵ از ماده ۷ قانون حمایت از ناشرین تمت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

تماس با انتشارات : ۳۳۶۳۵۷۹۷ - ۳۳۳۹۳۹۹۹ - info@kooleposhtv.ir

وب سایت : www.kooleposhtv.ir

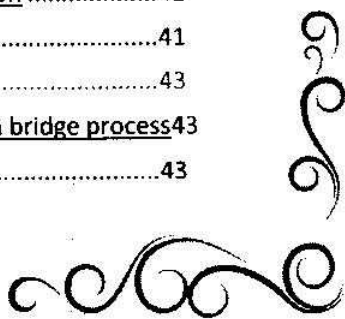


Contents

<u>پیش گفتار</u>	14
<u>Introduction</u>	15
<u>Mathematics</u>	15
<u>Physics</u>	16
<u>Preliminaries</u>	18
<u>Basic Properties</u>	18
<u>Numerical Simulation</u>	20
<u>Questions :</u>	21
<u>Question</u>	21
<u>Standard Brownian Motion</u>	21
<u>Answer</u>	21
<u>Question</u>	22
<u>About Brownian motion</u>	22
<u>Answer</u>	23
<u>Question</u>	24
<u>Deriving heat equation from brownian motion</u>	24
<u>Answer</u>	24
<u>Question</u>	25
<u>Brownian motion Convergence</u>	25
<u>Answer</u>	26
<u>Question</u>	27
<u>Quadratic Brownian Motion</u>	27
<u>Answer</u>	27
<u>Question</u>	28
<u>Stopped brownian motion</u>	28
<u>Answer</u>	29



<u>Question</u>	29
<u>Brownian motion - Hölder continuity</u>	29
<u>Answer</u>	30
<u>Question</u>	30
<u>Simple Brownian Motion Proof</u>	30
<u>Answer</u>	31
<u>Question</u>	32
<u>differentiability of brownian motion</u>	32
<u>Answer</u>	33
<u>Question</u>	34
<u>Is this a Brownian motion?</u>	34
<u>Answer</u>	35
<u>Question</u>	35
<u>Reflected process - Brownian motion</u>	35
<u>Answer</u>	37
<u>Question</u>	38
<u>Brownian motion and covariance</u>	38
<u>Answer</u>	39
<u>Question</u>	40
<u>Local Maximum of brownian motion</u>	40
<u>Answer</u>	40
<u>Question</u>	41
<u>Harmonic functions and Brownian motion</u>	41
<u>Answer</u>	41
<u>Question</u>	43
<u>Brownian motion process and brownian bridge process</u>	43
<u>Answer</u>	43

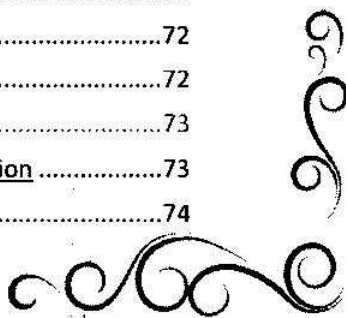




<u>Question</u>	44
<u>Brownian motion - characteristic function</u>	44
<u>Answer</u>	46
<u>Question</u>	47
<u>Considering Brownian bridge as conditioned Brownian motion</u>	47
<u>Answer</u>	48
<u>Question</u>	48
<u>Ito's formula and $2-D$ Brownian motion</u>	49
<u>Answer</u>	49
<u>Question</u>	50
<u>Probability Inequality for Brownian motion</u>	50
<u>Answer</u>	50
<u>Question</u>	51
<u>Brownian Motion and Progressive Process</u>	51
<u>Answer</u>	52
<u>Question</u>	52
<u>Brownian motion and stochastic integration</u>	52
<u>Answer</u>	53
<u>Question</u>	53
<u>Normal probability and Brownian motion</u>	53
<u>Answer</u>	54
<u>Question</u>	54
<u>Absolute value of Brownian motion</u>	54
<u>Answer</u>	55
<u>Question</u>	56
<u>Converge to Brownian Motion problem</u>	56
<u>Answer</u>	56



Question	60
<u>Ito's Isometry using Brownian Motion</u>	60
<u>Answer</u>	60
Question	61
<u>local maximum of brownian motion</u>	61
<u>Answer</u>	62
Question	62
<u>Conditioned Maximum of Brownian Motion</u>	62
<u>Answer</u>	63
Question	64
<u>beginner's question about Brownian motion</u>	64
<u>Answer</u>	65
Question	66
<u>Prove increment of Brownian motion is Brownian motion</u>	66
<u>Answer</u>	68
Question	68
<u>An Integral Involving Brownian Motion</u>	68
<u>Answer</u>	69
Question	70
<u>Computing expectation of brownian motion</u>	70
<u>Answer</u>	71
Question	71
<u>Joint moments of Brownian motion</u>	71
<u>Answer</u>	72
<u>Conjecture</u>	72
Question	73
<u>Asymptotic behaviour of brownian motion</u>	73
<u>Answer</u>	74

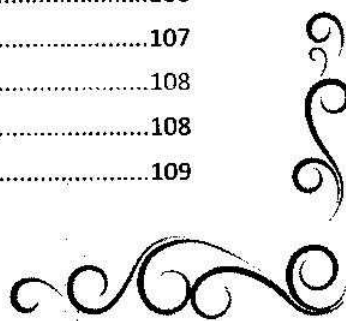




Question	75
<u>Brownian motion transition density question</u>	75
Answer	75
Question	76
<u>Conditional distribution in Brownian motion</u>	76
Answer	77
Question	78
<u>Scaling property for Brownian motion</u>	78
Answer	78
Question	79
<u>(Multidimensional) Standard Brownian Motion Convergence</u>	79
Answer	80
Question	81
<u>Geometric Brownian motion Volatility Interpretation</u>	81
Answer	81
Question	83
<u>Convergence of Brownian motion integral</u>	83
Answer	84
Question	84
<u>Hermite Polynomials and Brownian motion</u>	84
Answer	85
Question	88
<u>Brownian motion and posterior distribution</u>	88
Answer	89
Question	91
<u>Brownian motion at exponential time</u>	91
Answer	91



<u>Question</u>	92
<u>Definition of the Brownian motion</u>	92
<u>Answer</u>	93
<u>Question</u>	94
<u>Brownian bridge expression for a Brownian motion</u>	94
<u>Answer</u>	95
<u>Question</u>	96
<u>n times integrated Brownian motion</u>	96
<u>Answer</u>	98
<u>Question</u>	99
<u>Brownian motion and hitting frequency</u>	99
<u>Answer</u>	100
<u>Question</u>	100
<u>Mean of exponential Brownian motion</u>	100
<u>Answer</u>	101
<u>Question</u>	103
<u>Expectation of Brownian motion Integral</u>	103
<u>Answer</u>	104
<u>Question</u>	105
<u>Brownian Motion independent increment computation</u>	105
<u>Answer</u>	106
<u>Question</u>	106
<u>Arcsine law for Brownian motion</u>	106
<u>Answer</u>	107
<u>Question</u>	108
<u>Distribution of Brownian Motion help</u>	108
<u>Answer</u>	109

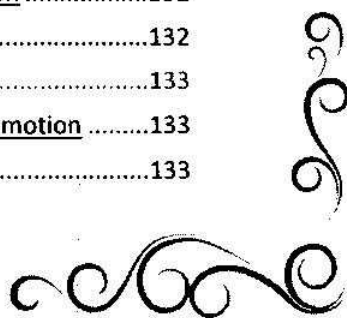




<u>Question</u>	110
<u>Is $W_{2t} - W_t$ a brownian motion?</u>	110
<u>Answer</u>	110
<u>Question</u>	111
<u>quadratic variations of Brownian motion squared</u>	111
<u>Answer</u>	111
<u>Question</u>	112
<u>Correlated Brownian motion and Poisson process</u>	113
<u>Answer</u>	113
<u>Question</u>	114
<u>Discontinuous expression cannot be a Brownian motion?</u>	114
<u>Answer</u>	114
<u>Question</u>	115
<u>Martingale property of negative Brownian motion</u>	115
<u>Answer</u>	115
<u>Question</u>	116
<u>Probability of exponential of brownian motion</u>	116
<u>Answer</u>	116
<u>Question</u>	117
<u>Covariance of Brownian-motion-like processes</u>	117
<u>Answer</u>	117
<u>Question</u>	119
<u>Brownian motion in upper half-plane</u>	119
<u>Answer</u>	120
<u>Question</u>	121
<u>"Continuity" of stochastic integral wrt Brownian motion</u>	121
<u>Answer</u>	121



<u>Question</u>	122
<u>Law of large numbers for Brownian Motion</u>	122
<u>answer</u>	122
<u>Question</u>	123
<u>Integral with respect to brownian motion</u>	123
<u>Answer</u>	124
<u>Question</u>	125
<u>Scaled integrated Brownian motion has limit</u>	125
<u>Answer</u>	125
<u>Question</u>	127
<u>modulus of continuity of Brownian Motion</u>	127
<u>Answer</u>	127
<u>Question</u>	128
<u>Expectation of expression involving Brownian motion</u>	128
<u>Answer</u>	128
<u>Question</u>	129
<u>change of sign for brownian motion</u>	129
<u>answer</u>	129
<u>Question</u>	130
<u>Laplace Transform of a Brownian motion</u>	130
<u>Answer</u>	130
<u>Question</u>	131
<u>Second order Cone and Brownian motion</u>	131
<u>Answer</u>	132
<u>question</u>	133
<u>Expected value of average of Brownian motion</u>	133
<u>Answer</u>	133





<u>Question</u>	134
<u>Ito Integral Properties with Brownian Motion</u>	134
<u>Answer</u>	134
<u>Question</u>	135
<u>Bound probability Brownian motion stays in $[-1, 1]$</u>	135
<u>Answer</u>	135
<u>Question</u>	138
<u>Conditional Integral of Square of Brownian Motion?</u>	138
<u>Answer</u>	138
<u>Question</u>	140
<u>Is this true about Brownian Motion?</u>	140
<u>Answer</u>	140
<u>Question</u>	141
<u>Brownian motion recurrence theorems and Hausdorff</u>	
<u>Dimension</u>	141
<u>Answer</u>	143
<u>Question</u>	144
<u>A counter example of Brownian Motion</u>	144
<u>Answer</u>	145
<u>Reference</u>	146





پیش گفتار

این کتاب شامل سوالاتی است که در سراسر جهان پرسیده و پاسخ داده شده است. در این سیستم آموزشی (پرش و پاسخ) جهان که آدرس آن در ذیل آمده است، افراد سوال مورد نظر خود را به زبان انگلیسی مطرح می کنند و کسانی دیگر از گوشه و کنار جهان بدانها پاسخ می دهند. همچنین افرادی خبره پاسخ ها را رصد می کنند و پاسخ های درست را تایید می نمایند. این افراد اساتیدی از دانشگاه های برتر در کلیه کشور ها می باشند. بنابراین وقتی سوالی با پاسخ مشخص پیدا شد به معنی این است که تا حد بسیار زیادی قابلیت اعتماد دارد. در کتابی که در زیر شما هست، سوالاتی مربوط به حرکت براونی و حواشی آن برگزیده و گردآوری شده است. امید است که این مسایل بتواند گره گشایی تمرینات و مفاهیم پایه دروسی همچون آنالیز تصادفی، احتمالات دیفرانسیال تصادفی و ریاضیات مالی گردد.

سعی بر آن بوده که مطالب خالی از اشکالات بایستی و گامری باشند و باز بینی بسیار بر مطالب صورت گرفته، اما به هر حال در کار های چنین گونه ای از خطا وجود دارد. بنابراین هر گونه انتقاد و یا پیشنهادی را به گوش جان شنیدار. من فقط می دانم... کوشش بی ثمری نیست جهان

مسئله (دریا) خسروتاش

مدرس دانشگاه امام علی (ع) و دانشگاه امام اسلامی

amoodarya@yahoo.com

09121576134

<https://telegram.me/riazidrKhosrotash>

<http://math.stackexchange.com/users/104171/khosrotash>

