

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری



بنیاد دانشنامه نگاری ایران

دانشنامه ریاضی

جلد ۳

ج - دل و ار

سرور استار متن انگلیسی

ام. هاروینر

سرور استار متن فارسی

علیرضا مدقالچی

شورای علمی ریاضی

بنیاد دانشنامه نگاری ایران



دانشنامه ریاضی / زیر نظر شورای علمی دانشنامه ریاضی؛ سرویراستار متن انگلیسی ام. هازوینکل؛ سرویراستار متن فارسی علیرضا مدقالچی. - تهران: بنیاد دانشنامه نگاری ایران، ۱۳۸۹ - ج. مصور. — (کتابخانه بنیاد دانشنامه نگاری ایران؛ ۴۲، ۵۶، ۷۱)

ISBN: ۹۷۸-۹۶۴-۵۵۱۵-۷۹-۷ (ج ۳)

ISBN: ۹۷۸-۹۶۴-۵۵۱۵-۲۸-۵ (دوره)

Encyclopaedia of Mathematics

ص.ع. به انگلیسی:

ج. ۳: ۱۳۹۵ (چ اول: ۱۳۹۵)

ج. ۱. آ-ب، ج. ۲. پ-ث، ج. ۳. ج-دل وار

۱. ریاضیات- دایرةالمعارف ها الف. هازوینکل- میخیل، ۱۹۴۳- م، ویراستار ب. مدقالچی، علیرضا، ۱۳۳۰-، ویراستار ج. بنیاد دانشنامه نگاری ایران. شورای علمی ریاضی د. بنیاد دانشنامه نگاری ایران

کتابخانه ملی ایران ۲۲۴۱۳۶۷

۵۱۰/۰۳

QA ۵ / د ۲ ۱۳۸۹

کلیه حقوق مادی ناشی از این اثر (از جمله چاپ، جوایز و مانند آن) محفوظ و متعلق به بنیاد دانشنامه نگاری ایران است. مسئولیت سحت مطالب کتاب با مترجمان است.

This is a Persian translation of
ENCYCLOPAEDIA OF MATHEMATICS
Revised 1994/Springer Online Reference Works-2016

دانشنامه ریاضی (جلد ۳)

زیر نظر شورای علمی دانشنامه ریاضی

سرویراستار متن انگلیسی: ام. هازوینکل

سرویراستار متن فارسی: دکتر علیرضا مدقالچی

ویراستار ادبی: مهرداد سرمدی

نوبت چاپ: اول

سال چاپ: ۱۳۹۵

شمارگان: ۱۰۰۰

چاپخانه: ناب نگار

بها: ۸۵۰,۰۰۰ ریال

ISBN: 978-964-5515-79-7 (vol. 3)

ISBN: 978-964-5515-28-5 (vol. set)

شابک: (ج. ۳) ۹۷۸-۹۶۴-۵۵۱۵-۷۹-۷

(دوره) ۹۷۸-۹۶۴-۵۵۱۵-۲۸-۵

بنیاد دانشنامه نگاری ایران

نشانی: تهران سعادت آباد، بلوار فرهنگ، خیابان معارف، کوچه دانش، شماره ۱، کد پستی: ۱۹۹۷۷-۴۳۸۸۱

تلفن: ۴-۲۲۱۲۹۸۴۳ - دورنگار: ۲۲۰۷۳۲۲۷ صندوق پستی: ۱۴۶۵۵-۴۷۸

پست الکترونیکی: info@iecf.ir پایگاه الکترونیکی: www.iecf.ir

نامه بنیاد

بنیاد دانشنامه‌نگاری ایران در بهمن ماه ۱۳۷۰ به پایمردی فرزانه فقید، استاد احمد بیرشک با این هدف تأسیس شد که هرچه را دانستی است، به زبان فارسی در دسترس فارسی زبانان قرار دهد. تدوین و انتشار دانشنامه‌های جامع و دربرگیرنده معارف بشری از هدف‌ها و وظایف اصلی این بنیاد با نام اولیه (بنیاد دانشنامه بزرگ فارسی) است.

دانشنامه‌ها (دایرةالمعارف‌ها) گنجینه‌هایی عمدتاً نوشتاری، فراهم آمده از بصیرت، شناخت و معرفت آدمی نسبت به چیستی، چگونگی، گذشته و حال عالم، با هدف ضبط کردن و انتقال دادن سامان‌مند آن به مردم زمانه و آیندگان‌اند. داده‌های موجود در دانشنامه‌ها باید به نحوی باشد که با صرف حداقل زمان و به آسانی در اختیار مخاطبان قرار گیرد. دانشنامه‌های عمومی، دانسته‌های همه شاخه‌های دانش را گرد می‌آورند. در چنین دانشنامه‌هایی، اطلاعات هرچقدر هم که دقیق و به سامان باشد، به تناسب حجم مقاله‌ها، ناگزیر اجمالی و کم‌وسوسه منصرف خواهد بود. این در حالی است که در دانشنامه‌های تخصصی، شاخه مشخصی از دانش با گستردگی بیشتری عرضه می‌شود. هر دو نوع دانشنامه، کاربری و مخاطبان خود را دارند، کمالینکه فرهنگ‌نامه‌ها، زندگی‌نامه‌ها، واژه‌نامه‌ها، اطلس‌ها و مانند آن نیز پُرکربرد و مخاطبان‌اند. باین حال، دانشنامه‌های تخصصی، از هر موضوع، اطلاعات گسترده و جامع‌تری در دسترس قرار می‌دهند. از این رو بنیاد عزم راسخ دارد که به همت شاخص‌ترین محققان و استادان فاضل و گرانمایه‌ای که در زمانه خود سراغ داریم و با یاری جستن از محترمان، خلأها و کمبودهای دانشنامگی یک‌یک شاخه‌های علوم را در قالب دانشنامه‌های تخصصی، پُر سازد.

بیشک، تدوین و انتشار دانشنامه تخصصی در زمینه ریسیات آه در مره سرشاخه‌های آغازین دانش بشری، پایه‌های علوم طبیعی، و گاه جلوتر از آن، به شکلی محض گونه گسترش یافته و از جمله مهم‌ترین ابزارهای علوم دقیقه به مفهوم امروزی آن است، در مجموعه اولویت‌های اصلی این بنیاد قرار دارد و خبر شوق‌انگیز آنکه بنیاد دانشنامه ریاضی، شامل مدخل‌های «ج - دل‌وار» که بی‌تردید برای دانشوران و مدرسان علوم طبیعی، مهندسی، اقتصادی، پزشکی، دبیران، مهندسان، دانشجویان و دیگر علاقه‌مندان سودمند خواهد بود، هم‌اکنون به کوشش شورای علمی ریاضی بنیاد به سرپرستی جناب استاد آقای دکتر علیرضا مدقالچی (که اگر حضور منظم و پیگیری‌های فاضلانه ایشان نبود، چه بسا همچنان ترجمه و چاپ این اثر ارزشمند در کمون فراموشی مانده بود)، و به همت ریاضی‌دانان گرانمایه و برجسته کشور و به پشتیبانی معاونان، مدیران و کارشناسان پژوهشی و اجرایی، در این بنیاد به انجام رسیده و کار تدوین دست‌کم هفت جلد بعدی و سه جلد افزوده‌های آن در جریان است. وظیفه خود می‌دانیم تا برای همه عزیزانی که دیروز در راه تدوین این دانشنامه تلاش می‌کردند به‌ویژه اعضای فاضل و معزز شورای علمی که اینک رخ در نقاب خاک کشیده‌اند، غفران واسعه الهی و برای آنان که امروز یاور و کارسازند، از درگاه ایزد منان، شادکامی و تندرستی و سرافرازی آرزو کنیم.

منوچهر اکبری

رئیس بنیاد دانشنامه‌نگاری ایران

پیشگفتار

خدای بزرگ را سپاسگزارم که سرانجام به کوشش شورای علمی ریاضی بنیاد دانشنامه‌نگاری ایران (بنیاد دانشنامه بزرگ فارسی سابق) و با همکاری جمعی کثیر از ریاضی‌دان‌های ایران جلد سوم دانشنامه ریاضی نیز در اختیار علاقه‌مندان قرار می‌گیرد. این کتاب ترجمه متن انگلیسی دانشنامه پنج جلدی روسی است. متن روسی آن را ریاضی‌دانان برجسته شوروی سابق در بین سال‌های ۱۹۷۷ تا ۱۹۸۵ تدوین و منتشر کرده‌اند.

ترجمه انگلیسی این دانشنامه* ده جلد است که جلد دهم آن متشکل از نمایه‌ها است. در سال‌های اخیر سه جلد جدید هم به دانشنامه روسی افزوده شده و ترجمه انگلیسی آنها منتشر شده است. مقاله‌های این دانشنامه در سه دسته قرار دارند. دسته اول شامل مقاله‌های طولانی و مروری است. این مقاله‌ها جهت‌گیری‌های اصلی و گوناگون دانش ریاضی را شامل می‌شوند که به بخش‌های کوچک‌تر تقسیم شده‌اند. ویژگی اصلی این مقاله‌ها بررسی پیشرفت ریاضیات در هر بخش (تا تاریخ تدوین) است. به‌طور کلی تدوین این مقاله‌ها چنان است که برای همه خوانندگان اعم از دانشجویان ریاضی - در نخستین برخورد با این مفهوم - دانش‌آموختگان و متخصصان شاخه‌های گوناگون ریاضی، متخصصان سایر علوم، مهندسان و معلمان مفید است. این مقاله‌ها در سطحی عمومی مطرح شده‌اند و ایده‌هایی از انواع مسئله‌ها، روش‌ها و مفهوم‌های آن بخش را مورد بررسی قرار می‌دهند. این مقاله‌ها انگیزه و پیشینه قضیه‌ها و گزاره‌ها را بدون ورود به جزئیات آنها بیان می‌کنند.

دسته دوم، مقاله‌های با طول متوسط است. در این مقاله‌ها، مسئله‌ها، نتیجه‌ها و روش‌های اصلی با جزئیات بیشتر مورد بررسی قرار می‌گیرند. درک این مقاله‌ها نیازمند مهارت و خبرگی در این زمینه است و از این رو، برای تعداد کمتری از خوانندگان با پشتوانه علمی قوی مفید است. در این مقاله‌ها، مباحث با دقت و ظرافت بیشتر و در عمق بیشتری که کمتر از مقاله‌های دسته اول، مورد بررسی قرار گرفته‌اند. دسته سوم شامل تعریف‌های کوتاه و ارجاعی هستند.

همه مقاله‌ها (به غیر از تعدادی اندک از دسته سوم) شامل فهرستی از مرجع‌ها هستند که در آن مرجع‌ها می‌توان جزئیات بیشتری از موضوع مقاله‌ها را یافت. برخی از مقاله‌ها صرفاً برای دانشنامه تهیه شده‌اند که نام ولف روسی در زیر مقاله آمده است و برخی دیگر از دایرةالمعارف بزرگ شوروی «*Bol'shaya Sovietskaya Entsiklopediya*» انتخاب شده‌اند که در زیر این مقاله‌ها نماد اختصاری BSE آمده است. نام مترجمان فارسی مقاله‌ها در زیر همه مقاله‌های دسته‌های اول و دوم و برخی از مقاله‌های دسته سوم آمده است.

با تشکیل انجمن‌های ریاضی در کشورهای جهان و تشکیل اتحادیه ریاضی‌دانان جهان، ارتباط بین ریاضی‌دانان کشورها در طول سالیان گذشته بیشتر شده است. ولی این به آن معنی نیست که تکامل ریاضیات در کشورهای گوناگون در یک راستا قرار دارد و تناظری یک به یک بین ترجمه اصطلاح‌ها، مفهوم‌ها، و ابزارها وجود دارد. از طرفی سنت‌هایی متفاوت در مکتب‌های گوناگون در کشورهای جهان وجود دارد که در این سنت‌ها، سؤال‌ها و مسئله‌های متفاوت مورد بررسی قرار می‌گیرند. حتی در حوزه‌های کاملاً منسجم ریاضی، اصطلاح‌ها و نمادها در زبان‌های متفاوت و حتی در درون یک زبان ممکن است یکسان نباشند. به‌علاوه، یک مفهوم، قضیه یا الگوریتم در یک مکتب علمی با یک نام مشخص، ممکن است در مکتبی دیگر نامی متفاوت به خود بگیرد، به‌ویژه آنکه برخی از موضوع‌های ریاضی را به‌طور مستقل و هم‌زمان چندین ریاضی‌دان کشف کرده‌اند. چون دانش ریاضی فوق‌العاده پویا است، بدون شک پس از تدوین این دانشنامه پیشرفت‌های بسیاری در حوزه‌های این دانش به دست آمده و حتی شاخه‌هایی گوناگون و جدید به وجود آمده است، و لذا همانگونه که قبلاً اشاره شد، از سال ۱۹۸۵ تاکنون سه جلد دیگر بر مجموعه روسی این دانشنامه افزوده و ترجمه انگلیسی آنها منتشر شده است.

ویراستاران نسخه انگلیسی در انتهای برخی از مقاله‌ها مطالبی تحت عنوان «توضیح هیئت ویراستاران» افزوده‌اند. این توضیحات شامل مباحث اضافی، تشریح موضوع‌ها، تکمیل، روزآمد کردن، و افزودن مرجع‌های بیشتر است.

در پایان هر مقاله رده‌بندی موضوعی براساس رده‌بندی ۱۹۸۰ آمده است. هم‌اکنون رده‌بندی به ۲۰۱۰ ارتقا یافته است. این رده‌بندی به‌صورت مثلاً **18F25** یا **93D15** و مانند آن آمده است. در مواردی هم رده‌بندی‌ها مثلاً به‌صورت **55NXX** و **60JXX** آمده‌اند که رده‌بندی‌هایی کلی‌اند.

جلد دهم این دانشنامه متشکل از نمایه‌ها است و شامل عنوان‌های ۶۶۰۰ مقاله است که با جلدهای تکمیلی به بیش از ۸۰۰۰ مقاله رسیده است، و به‌علاوه، تعریف‌ها، قضیه‌های مشهور، الگوریتم‌ها، لم‌ها، ساختارها و مانند آن در این جلد آمده است.

بخش‌های گوناگون ریاضیات دارای نمادهای متفاوت است. در متن اصلی این دانشنامه ممکن است نمادی در یک مقاله به کار رفته باشد که به طور سنتی در این نوع مباحث به کار می‌رود، درحالی‌که همین نماد در مقاله‌ای دیگر به کار نرفته باشد. در مقاله‌هایی که بیشتر نمادی هستند این وضع بیشتر مشاهده می‌شود.

برای ثبت مناسب نام‌ها، استاندارد انگلیسی آواشناسی به کار رفته است (ر.ک. *Mathematical Reviews*). در این ثبت، اسامی مشهوری چون S.N. Bernstein به‌صورت BernshteIn آمده است. در ثبت اسامی قضیه‌ها و عنوان مقاله‌ها، ثبت سنتی حفظ شده و ثبت براساس آواشناسی بالا در کنار آن قرار گرفته است.

بدون شک هر دانشنامه دارای درجه‌ای از دقت است. در مقدمه انگلیسی این دانشنامه، گرچه کامل بودن صددرصدی ایده‌آلی انگاشته شده ولی اذعان شده است که هر قضیه، مفهوم، تعریف، لم یا ساختاری که اسامی پذیرفته شده در بین ریاضی‌دانان شاخص دارند، با همان نام نوشته شده است.

به‌طوری‌که اشاره شد متن روسی این دانشنامه بین سال‌های ۱۹۷۷ تا ۱۹۸۵ تدوین و منتشر شده است درحالی‌که آخرین جلد انگلیسی آن در ۱۹۹۴ منتشر شده است. در سال‌های بعد در مجموع سه جلد جدید به آن افزوده شده است. از این رو، مسلماً مباحث جدیدی وجود دارد که در این دانشنامه نیامده‌اند. امید است که در آینده ترجمه‌های دیگر این مجموعه بزرگ منتشر شود بلکه شاهد انتشار ویرایش‌های جدید آن باشیم و ریاضی‌دانان برجسته ایرانی نیز بتوانند باحیثی جدید را به این دانشنامه بیفزایند.

عنوان‌های مقاله‌های این دانشنامه الفبایی است. برخی از عنوان‌ها شامل برچندین کلمه است و نظیر نسخه انگلیسی، ترتیب قرار گرفتن کلمات به‌گونه‌ای است که واژه اصلی در اولویت قرار گرفته است. در ترجمه فارسی نیز این روش کاملاً رعایت شده است. مثلاً ترجمه «*information, amount of*» به‌صورت «اطلاعات، مقدار» آمده است نه «مقدار اطلاعات»، زیرا اطلاعات که معادل «*information*» است، واژه اصلی است.

در سال ۱۳۸۷ واژه‌نامه ریاضی این دانشنامه مشتمل بر واژه‌نامه فارسی-انگلیسی، انگلیسی-فارسی و نام‌نامه از سوی بنیاد دانشنامه‌نگاری ایران منتشر شد. در مقدمه آن به تفصیل درباره تشکیل سه شورا سخن گفتیم. در اینجا نیز به اجمال به برخی از نکات آن مقدمه اشاره می‌کنیم.

در سال ۱۳۷۲ شورای علمی ریاضی (شورای اول) متشکل از آقایان: دکتر علیرضا جمالی، دکتر محمدهادی شفیعیها، دکتر علی عمیدی، دکتر طاهر قاسمی هنری، دکتر محمدرضا مشکانی، دکتر محمدقاسم وحیدی اصل و دکتر منوچهر وصال (رئیس شورا) با پیشنهاد انجمن ریاضی ایران به بنیاد دانشنامه بزرگ فارسی (بنیاد دانشنامه‌نگاری ایران) معرفی شدند. این بنیاد را (روان‌شاد) استاد احمد بیرشک تأسیس کرده است. شورای اول پس از بررسی‌های زیاد به این نتیجه رسید که ترجمه فارسی متن انگلیسی این دانشنامه را منتشر کند و لذا انتخاب برابر نهاده‌های عنوان‌های مقاله‌های این دانشنامه را شروع کرد و به‌تدریج مترجمان مقاله‌ها با توجه به تخصص آنها انتخاب شدند و کار عظیم ترجمه مقاله آغاز شد.

در مهرماه ۱۳۷۵ ترکیب شورای اول تغییر مختصری یافت و شورای دوم با ترکیب آقایان: دکتر علیرضا جمالی، دکتر محمدهادی

شفیعیها، دکتر علی عمیدی (رئیس شورا)، دکتر علیرضا مدقالچی، دکتر محمدرضا مشکانی، و دکتر محمدقاسم وحیدی اصل تشکیل شد و برابرنهاده‌های تقریباً همهٔ واژه‌ها مشخص شد و توزیع مقاله‌ها بین مترجمان ادامه یافت. لیکن فعالیت این شورا در سال ۱۳۷۹ متوقف شد. خوشبختانه از سال ۱۳۸۴ به کوشش آقای دکتر سید محمدکاظم نائینی، شورای علمی ریاضی (شورای سوم) با ترکیب آقایان: دکتر علی ایرانمنش، دکتر علیرضا جمالی، دکتر محمدهادی شفیعیه، دکتر سید محمدباقر کاشانی، دکتر طاهر قاسمی هنری، دکتر علیرضا مدقالچی (رئیس شورا)، دکتر سید محمدکاظم نائینی (دبیر شورا)، و دکتر محمدقاسم وحیدی اصل تشکیل شد. این شورا پس از انتشار **واژه‌نامهٔ ریاضی** در سال ۱۳۸۷، انتشار جلد اول این دانشنامه (حرف‌های: آ، ا، ب) را در دستور کار قرار داد. شورای سوم توزیع باقی‌ماندهٔ مقاله‌های دانشنامه را بین مترجمان، با توجه به تخصص‌های آنان ادامه داد و در جهت تسریع در امر ترجمه و ویرایش مقاله‌ها تلاش زیادی کرد. به‌منظور هماهنگی کامل در متن‌های فارسی دو دستورالعمل یکی برای ویراستاران و دیگری برای نمونه‌خوان‌ها تدوین و در اختیار آنان قرار گرفت. برای هریک از بخش‌های تخصصی از بین اعضای شورا سرویراستار تعیین شد. سرویراستاران پس از دریافت مقاله‌های ویرایش‌شده، آنها را مورد بازبینی مجدد قرار دادند و براساس **واژه‌نامهٔ ریاضی** و دستورالعمل‌ها در جهت هماهنگ‌سازی تلاش‌های فراوانی کردند. به‌ویژه بازبینی مقالات آمار و آنالیز جلد اول را آقای دکتر محمد قاسم وحیدی اصل و آقای دکتر طاهر قاسمی هنری با دقت و وسواس خاصی به انجام رساندند که شایسته تقدیر و سپاس فراوان هستند.

متن فارسی براساس **واژه‌نامهٔ ریاضی** این دانشنامه تدوین شده و از **واژه‌نامهٔ انجمن ریاضی ایران** و **واژه‌نامهٔ انجمن فیزیک** نیز استفاده شده است. در تدوین **نام‌نامه** از آدر روان‌شاد دکتر غلامحسین مصاحب، و کتاب «فرهنگ تلفظ نام‌های خاص، تألیف فریبرز مجیدی، انتشارات فرهنگ معاصر، ۱۳۸۱» استفاده برآوان شده‌ایم. در نحوهٔ ثبت اختصار نام کوچک ریاضی‌دانان، درج با ترانویسی حروف انگلیسی را ترجیح داده‌ایم، مثلاً «Curtis, C.W.» به صورت «کورتیس، سی. دبلیو.» ثبت شده است. در زیر هر مقاله نام مترجم فارسی آن مقاله درج شده است.

اسامی اعضای شورای علمی، مترجمان و ویراستاران به‌طور کامل در صفحه‌های پیشین آمده است. شورای علمی دانشنامه پس از انتشار **واژه‌نامهٔ ریاضی** و جلد اول و دوم، اکنون جلد سوم این دانشنامه را در دست گرفته و ارزشمند را که به همت مترجمان، ویراستاران و همچنین کارکنان تلاشگر بنیاد دانشنامه‌نگاری ایران آماده شده است، در اختیار اعضای دانان، دانشجویان و همهٔ علاقه‌مندان به ریاضی قرار می‌دهد. ترکیب شورای علمی جلد سوم در این جلد آمده است. گرچه برای تدوین و تألیف نهایی این جلد زحمات‌های طاقت‌فرسایی کشیده شده و نسخهٔ نهایی آن را آقای مهرداد سرمدی و اینجانب بازخوانی کرده‌ایم، ولی بدون کمک و مجموعه خالی از لغزش و خطا نیست و لذا، هرگونه اظهارنظر در مورد لغزش‌ها و خطاها موجب تشکر و سپاسگزاری است.

انتشار این دانشنامه به زبان فارسی آرزوی روان‌شاد دکتر احمد پیرشک بنیان‌گذار بنیاد دانشنامه‌نگاری ایران بود. بدون شک این مجموعه نفیس، بخش عمده‌ای از نیاز ریاضی‌دانان و ریاضی‌کاران ایران را مرتفع خواهد کرد تا آنجا که به این مجموعه، سیر تحول، تکامل، تجرید و تعمیم مفاهیم عمیق ریاضی را دریابند. به روان ایشان، آقای دکتر محمدهادی شفیعیه، آقای دکتر منوچهر وصال (از اعضای پیشین شورای علمی ریاضی) و آقای دکتر منصور معتمدی (از مترجمان) که از میان ما رفته‌اند، درود می‌فرستیم و برای آقای دکتر علی عمیدی آرزوی سلامتی می‌کنیم. از حمایت‌های بی‌دریغ جناب آقای دکتر منوچهر اکبری رئیس فعلی بنیاد و معاونان و مدیران این بنیاد در تولید و چاپ این جلد سپاسگزاریم. مسلماً تشویق و ترغیب ایشان ادامهٔ این راه دشوار را همواره ممکن می‌ساخت.

آقای مهرداد سرمدی ویرایش ادبی، آقای مسعود امیرخانی نمونه‌خوانی را به عهده داشتند؛ حروف‌نگاری آن را خانم زهره دهقانی خیرآبادی و صفحه‌آرایی را خانم گوهر نصرتی به‌انجام رسانده‌اند و خانم ربابه ابوطالبی، پردازش فنی و نظارت چاپ این جلد را به عهده داشتند. از کوشش و همکاری همگی آنها صمیمانه تشکر می‌کنم.

علیرضا مدقالچی

تهران - دی ۱۳۹۵