



انتشارات لوح محفوظ

اصول مقدماتی محاسبات عددی برای مهندسان شیمی

نگارش

سینا رادفر - محمد نادری

اردیبهشت ماه ۱۳۹۵

سرشناسه	: رادفر، سینا، ۱۳۷۳ -
عنوان و نام پدیدآور	: اصول مقدماتی محاسبات عددی برای مهندسان شیمی/نگارش سینا رادفر، محمد نادری.
مشخصات نشر	: تهران: لوح محفوظ، ۱۳۹۵.
مشخصات ظاهری	: ۴۳۶ ص.
شابک	: ۳۰۰۰۰۰ ریال ۹-۵۴-۸۰۰۰-۶۰۰-۹۷۸
وضعیت فهرست نویسی	: قیفا
یادداشت	: کتابنامه: ص. ۴۳۶.
موضوع	: حساب عددی — راهنمای آموزشی (عالی)
موضوع	: Numerical calculations — Study and teaching (Higher)
موضوع	: حساب عددی — مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)
موضوع	: Numerical calculations — Problems, exercises, etc (Higher)
موضوع	: مهندسی شیمی — آزمون‌ها و تمرین‌ها (عالی)
موضوع	: Chemical engineering — Examinations, questions, etc. (Higher)
موضوع	: مهندسی شیمی — مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)
موضوع	: Chemical engineering — Problems, exercises, etc. (Higher)
شناسه افزوده	: ری، محمد، ۱۳۷۲ -
رده بندی کنگره	: QA۲۷/۱۲۶۱۳۹۵
رده بندی دیویی	: ۵۱۸
شماره کتابشناسی ملی	: ۴۲۶۰۴۸۳

نام کتاب: اصول مقدماتی محاسبات عددی برای مهندسان شیمی

مؤلف: سینا رادفر، محمد نادری

تیراژ: ۱۰۰۰ نسخه

نوبت: اول

تاریخ چاپ: ۱۳۹۵

صفحه و قطع: ۱۰۰۰ رحلی

ناظر چاپ: محمد بابارثیسی

طراح جلد و صفحه آرا: سینا رادفر

لیتوگرافی: لوح محفوظ

نشر: لوح محفوظ

تهران، خیابان پامنار، کوچه بنی‌هاشمی، پلاک ۱۲
تلفن: ۳۳۹۰۳۳۷۲ - ۰۹۱۳۱۱۹۶۲۸۰

قم، خیابان صفاییه، کوچه ممتاز، پلاک ۶۷، تلفن: ۳۷۷۴۰۶۴۸

تلفن مرکز پخش: ۰۹۱۹۳۲۰۰۹۹۲

www.lawh-mahfouz.com

کلیه حقوق این اثر متعلق به مؤلف می‌باشد.

قیمت: ۳۰۰۰۰۰ ریال

شابک ISBN: ۹-۵۴-۸۰۰۰-۶۰۰-۹۷۸



پیش‌گفتار

محاسبات عددی یا آنالیز عددی یا تحلیل عددی به تنظیم، مطالعه و اعمال شیوه‌های تقریبی محاسباتی می‌پردازد که این شیوه‌ها برای حل آن دسته از مسائل ریاضیات پیوسته (در مقابل ریاضیات گسسته) به کار می‌روند که با روش‌های تحلیلی و دقیق قابل حل نیستند.

محاسبات عددی در تمام زمینه‌های مهندسی و علوم فیزیک کاربرد دارد، اما در قرن ۲۱ علوم زندگی و حتی هنر نیز وابسته به برخی محاسبات مهندسی شدند. معادلات دیفرانسیلی معمولی در مکانیک فلکی (سیارات، ستاره‌ها، و کهکشان‌ها) راه پیدا کردند، جبر خطی عددی برای آنالیز داده‌ها مهم تلقی شد، معادلات دیفرانسیل احتمالی و زنجیره مارکوف در شبیه‌سازی سلول‌های زنده برای دارو و بیولوژی ضروری شدند.

قبل از ظهور رایانه‌های مدرن، روش‌های عددی اغلب وابسته به محاسبات دستی در جداول چاپ شده بزرگ می‌بود. از نیمه قرن بیستم، رایانه‌ها به جای آن‌ها انواع موردنیاز را محاسبه کردند. با پیشرفت رایانه‌ها نیاز به حل مسائل ریاضی از طریق عددی بیش از پیش حس شد و الگوریتم‌هایی که توسط افرادی چون نیوتن و اولر ارائه شده بودند، اهمیت کاربردی خود را پیدا کردند. ریاضیدانان دیگری نیز در این راه گذاشتند و روش‌های کارتری را ارائه دادند و محاسبات عددی شکلی نوین به خود گرفت.

رشته مهندسی شیمی نیز جدای از رشته‌های مهندسی دیگر نبوده و همواره نیازمند به استفاده از روش‌های عددی برای حل مفاهیم ریاضیاتی می‌باشد. مکانیک سیالات، انتقال حرارت، اعمال جرم، طراحی راکتور، و ترمودینامیک اصلی‌ترین دروس مهندسی شیمی در مقاطع کارشناسی، کارشناسی ارشد، و حتی دکتری می‌باشند. در این دروس ضمن معرفی قوانین بقا، روش فرمول‌بندی و به دست آوردن معادلات حاکم برای سیستم‌های مختلف به دانشجویان آموزش داده می‌شود. در اکثر موارد این معادلات مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیل پاره‌ای غیرخطی و وابسته به زمان که باید در یک قلمروی فیزیکی ناهموار با شرایط اولیه و مرزی گوناگون و حتی مجهول حل شوند. حل تحلیلی برای این معادلات فقط با لحاظ کردن فرضیات ساده‌کننده فراوان میسر است. این فرضیات گاه باعث غیرواقعی شدن مسائل می‌گردند، لذا در بیشتر موارد لازم است روش‌های عددی برای حل معادلات حاکم بر مسائل مهندسی شیمی به کار گرفته شود.

پیشرفت‌های به دست آمده در ساخت رایانه‌های پرسرعت و پرمصرف و ارائه بسته‌های نرم‌افزاری همچون MATLAB، Maple، و Mathematica، امکان حل معادلات حاکم بر سیستم‌های واقعی را با استفاده از روش‌های عددی مختلف فراهم کرده است. این پیشرفت‌ها سبب معرفی روش‌های عددی جدیدتری شده‌اند که تقریباً به صورت روزانه پیشنهاد می‌شوند. بخشی از این روش‌ها که در ارتباط با معادلات حرکت و انرژی درون سیالات هستند، علمی مستقل به نام دینامیک سیالات محاسباتی یا به اختصار CFD را تشکیل داده است. اخیراً استفاده از CFD در مهندسی شیمی نیز مورد توجه قرار گرفته است و کاربردهای آن روز به روز در حال افزایش است به حدی که یکی از بخش‌های مجلات معتبر و با کنفرانس‌های مهندسی شیمی به کاربردهای CFD در مهندسی شیمی اختصاص دارد.

با استفاده از محاسبات عددی برای حل مسائل به فرضیات ساده‌کننده کمتری نیاز بوده و مسئله مورد بررسی بسیار نزدیک به مسئله واقعی می‌باشد. نتایج محاسبات حاوی اطلاعات بسیاری از جزئیات میدان سرعت، نحوه تغییرات درجه حرارت،

غلطت، و غیره است که برای بررسی عملکرد آن بسیار سودمند است. با تکرار حل می‌توان اثر پارامترهای مختلف را روی سیستم موردنظر بررسی و آن را بهینه کرد. بدین ترتیب ملاحظه می‌شود که با به‌کارگیری روش‌های عددی برای حل مسائل مهندسی شیمی اطلاعات فراوانی به‌دست می‌آید. این اطلاعات می‌توانند از نظر آموزشی برای افزایش درک دانشجویان مهندسی شیمی از رویدادهای واقعی موجود در سیستم‌ها مورد استفاده قرار گیرد و یا به‌عنوان وسیله‌ای قدرتمند به پژوهشگران این رشته در بررسی مسائل مختلف یاری برساند.

رویکرد این کتاب ارائه مفاهیم اصولی و بنیادی محاسبات عددی به دانشجویان مهندسی (و به‌ویژه دانشجویان مهندسی شیمی) می‌باشد و همواره سعی شده است از ساده‌ترین بیان برای تفهیم مفاهیم استفاده شود. این کتاب حاوی ۹ فصل بوده که تمامی سرفصل‌هایی که دانشجویان مهندسی شیمی برای گذراندن کنکور کارشناسی‌ارشد به آن نیاز دارند را پوشش می‌دهد. از آنجایی که این کتاب صرفاً مقدمه‌ای بر محاسبات عددی می‌باشد، لذا ما تمرکز خود را روی دانشجویان کارشناسی و به‌ویژه دانشجویانی که قصد شرکت در کنکور کارشناسی‌ارشد را دارند معطوف کردیم و سعی نمودیم تقریباً تمامی نکات و مسائلی که تا به امروز در کنکور کارشناسی‌ارشد مهندسی شیمی از آن سوال طرح می‌شد را مکتوب نماییم. علاوه بر مثال‌های حل شده در هر فصل، در پایان هر فصل نیز مسائل چهارگزینه‌ای (که در کنکور کارشناسی‌ارشد و مؤسسات مرتبط با آن مطرح شدند) و تمرین‌های تشریحی هوناگونی را از منابع مختلف استخراج نمودیم تا دانشجویان و مهندسان شیمی بتوانند با حل آن‌ها، روش‌ها و موضوعات طرح شده را با عمق بیشتری فراگیرند.

این کتاب طی ۱۷ ماه و در بحبوحه تمامی آنزده دوره کارشناسیمان به اتمام رسیده است. هدف از ما جهت نوشتن این کتاب، گام نهادن در مسیر تألیف و کسب تجربه در این زمینه بوده است و چه‌بسا با مفاهیم درخوری نیز آشنا شدیم؛ اما همچون سربازانی بی‌تجربه در صحنه نبرد می‌مانیم که نمائند جنگیدن و آموختنیم. لذا امیدواریم این اثر هر چند کوچک، سبب خشنودی خواننده عزیز شود.

سینا رادفر - محمد نادری

دانشکده مهندسی شیمی - دانشگاه صنعتی شریف - تهران

اردیبهشت ماه ۱۳۹۵

فهرست مطالب

عنوان

صفحه

فصل اول: خطاها و آنالیز خطاها

۱-۱	مقدمه	۱۳
۲-۱	منابع اصلی خطا	۱۴
۳-۱	خطای مطلق و نسبی	۱۷
۴-۱	خطای چهار عمل اصلی	۱۹
۱-۴-۱	خطای حاصل جمع	۱۹
۲-۴-۱	خطای تفاضل	۱۹
۳-۴-۱	خطای حاصل ضرب	۲۱
۴-۴-۱	حداکثر خطا در حاصل ضرب با عدد تقریبی	۲۲
۵-۱	خطای محاسبه فرمول‌ها	۲۳
۱-۵-۱	خطای محاسبه فرمول‌ها	۲۳
۲-۵-۱	خطای محاسبه توابع	۲۵
	مجموعه مسائل چهارگزینه‌ای فصل اول	۲۸
	مجموعه تمرین‌های تشریحی فصل اول	۳۱

فصل دوم: درون‌یابی و برون‌یابی

۱-۲	مقدمه	۳۳
۲-۲	اختلاف محدود	۳۴
۱-۲-۲	اختلاف محدود پیشرو	۳۵
۱-۲-۲-۱	اختلاف محدود پیشرو مرتبه دوم و بالاتر	۳۵
۲-۲-۲	اختلاف محدود پسرو	۳۶
۱-۲-۲-۲	اختلاف محدود پسرو مرتبه دوم و بالاتر	۳۶
۳-۲-۲	اختلاف محدود مرکزی	۳۷
۱-۳-۲-۲	اختلاف محدود مرکزی مرتبه دوم و بالاتر	۳۷
۳-۲	درون‌یابی	۳۸
۱-۳-۲	روش چندجمله‌ای لاگرانژ	۴۰
۲-۳-۲	روش اختلاف‌های تقسیم شده نیوتن	۴۷
۱-۲-۳-۲	معادله چندجمله‌ای درون‌یاب بر حسب اختلاف‌های تقسیم‌شده نیوتن	۴۸
۳-۳-۲	روش‌های اختلاف‌های پیشرو نیوتن و اختلاف‌های پسرو نیوتن	۵۳
۱-۳-۳-۲	روش اختلاف‌های پیشرو نیوتن	۵۳
۲-۳-۳-۲	روش اختلاف‌های پسرو نیوتن	۵۹
۴-۲	برون‌یابی	۶۲
۱-۴-۲	استفاده از چندجمله‌ای درون‌یاب	۶۳
۲-۴-۲	استفاده از درون‌یابی خطی	۶۳

۶۵	مجموعه مسائل چهارگزینه‌ای فصل دوم
۷۰	مجموعه تمرین‌های تشریحی فصل دوم

فصل سوم: تقریب (برازش منحنی)

۷۵	۱-۳ مقدمه
۷۶	۲-۳ تقریب به صورت چندجمله‌ای
۷۸	۳-۳ تقریب به صورت چندجمله‌ای‌های حداقل مربعات
۸۴	۴-۳ انواع دیگری از تقریب‌های حداقل مربعات
۸۵	۱-۴-۳ حالت نمایی
۹۰	۲-۴-۳ حالت هذلولی
۹۱	۳-۴-۳ حالت مثلثاتی
۹۳	۵-۳ تقریب Spline
۹۷	مجموعه مسائل و تمرین‌های فصل سوم
۱۰۲	مجموعه تمرین‌های تشریحی فصل سوم

فصل چهارم: مشتق‌گیری و انتگرال‌گیری عددی

۱۰۹	۱-۴ مقدمه
۱۰۹	۲-۴ مشتق‌گیری عددی
۱۱۱	۱-۲-۴ مشتق مرتبه اول
۱۱۱	۱-۱-۲-۴ مشتق مرتبه اول پیشرو
۱۱۲	۲-۱-۲-۴ مشتق مرتبه اول پسرو
۱۱۳	۳-۱-۲-۴ مشتق مرتبه اول مرکزی
۱۱۳	۲-۲-۴ مشتق مرتبه دوم
۱۱۴	۱-۲-۲-۴ مشتق مرتبه دوم پیشرو
۱۱۴	۲-۱-۲-۴ مشتق مرتبه دوم پسرو
۱۱۵	۳-۱-۲-۴ مشتق مرتبه دوم مرکزی
۱۲۰	۳-۲-۴ دستورهای مشتق‌گیری بر اساس روش دوگلاس-آواکیان
۱۲۲	۳-۴ انتگرال‌گیری عددی
۱۲۳	۱-۳-۴ فرمول بسته نیوتن-کاتس
۱۲۴	۱-۱-۳-۴ روش ذوزنقه‌ای
۱۲۸	۲-۱-۳-۴ روش $\frac{1}{3}$ سیمپسون
۱۳۰	۳-۱-۳-۴ روش $\frac{3}{8}$ سیمپسون
۱۳۶	۲-۳-۴ روش مستطیلی
۱۳۷	۳-۳-۴ فرمول باز نیوتن-کاتس
۱۴۰	۴-۳-۴ روش برونیابی ریچاردسون
۱۴۱	۵-۳-۴ روش رامبرگ
۱۴۳	۶-۳-۴ انتگرال‌گیری در فواصل نامساوی روش مربع‌سازی گاوس-لژاندر
۱۴۹	۴-۴ انتگرال‌های منفرد

۱۵۰	۱-۴-۴ روش نقطه میانی
۱۵۲	۵-۴ انتگرال دوگانه
۱۵۵	مجموعه مسائل چهارگزینه‌ای فصل چهارم
۱۷۴	مجموعه تمرین‌های تشریحی فصل چهارم

فصل پنجم: حل عددی معادلات غیرخطی

۱۷۹	۱-۵ مقدمه
۱۸۰	۲-۵ ریشه‌ها و تعیین آن‌ها با دقت موردنظر
۱۸۲	۱-۲-۵ مرتبه همگرایی
۱۸۲	۳-۵ روش‌های حل عددی معادلات غیرخطی
۱۸۲	۱-۳-۵ روش تنصیف
۱۸۵	۲-۳-۵ روش نابجایی
۱۸۸	۳-۳-۵ روش برابری
۱۹۴	۴-۳-۵ روش نیوتن - افسون
۱۹۹	۵-۳-۵ روش وتر
۲۰۲	مجموعه مسائل چهارگزینه‌ای فصل پنجم
۲۰۸	مجموعه تمرین‌های تشریحی فصل پنجم

فصل ششم: حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی

۲۱۵	۱-۶ مقدمه
۲۱۶	۲-۶ انواع معادلات دیفرانسیل معمولی
۲۱۶	۳-۶ معادلات دیفرانسیل مرتبه اول از نوع شرط اولیه
۲۱۶	۱-۳-۶ روش‌های تک مرحله‌ای
۲۱۷	۱-۱-۳-۶ روش بسط سری تیلور
۲۲۰	۱-۱-۳-۶ آنالیز خطای روش بسط سری تیلور
۲۲۱	۲-۱-۳-۶ روش اویلر
۲۲۲	۱-۲-۳-۶ آنالیز خطای روش اویلر
۲۲۵	۳-۱-۳-۶ روش اویلر اصلاح‌شده
۲۲۸	۱-۳-۶ آنالیز خطای روش اویلر اصلاح‌شده
۲۲۸	۴-۱-۳-۶ روش رونگه-کوتا
۲۳۱	۱-۴-۱-۳-۶ روش رونگه-کوتای مرتبه دوم
۲۳۲	۱-۱-۴-۱-۳-۶ روش هیون
۲۳۵	۲-۱-۴-۱-۳-۶ روش نقطه میانی
۲۳۶	۲-۴-۱-۳-۶ روش رونگه-کوتای مرتبه سوم
۲۳۷	۳-۴-۱-۳-۶ روش رونگه-کوتای مرتبه چهارم
۲۴۰	۵-۱-۳-۶ آنالیز خطای روش‌های تک مرحله‌ای
۲۴۹	۶-۱-۳-۶ حل دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی مرتبه اول
۲۵۱	۲-۳-۶ روش‌های چند مرحله‌ای
۲۵۱	۱-۲-۳-۶ روش‌های چند مرحله‌ای صریح

۲۵۲	 ۱-۱-۲-۳-۶ فرمول‌های روش صریح
۲۵۳	 ۲-۱-۲-۳-۶ آنالیز خطا برای روش‌های صریح
۲۵۴	 ۳-۱-۲-۳-۶ روش آدام
۲۵۴	 ۴-۱-۲-۳-۶ روش‌های صریح برای $k \neq 0$
۲۵۶	 ۲-۲-۳-۶ روش‌های چند مرحله‌ای غیرصریح
۲۵۷	 ۱-۲-۲-۳-۶ روش مولتن
۲۵۸	 ۲-۲-۲-۳-۶ روش‌های تخمین-تصحیح
۲۵۸	 ۱-۲-۲-۲-۳-۶ روش میلن
۲۵۸	 ۲-۲-۲-۲-۳-۶ روش آدام-مولتن
۲۶۰	 ۴-۶ معادلات دیفرانسیل معمولی مرتبه دوم و بالاتر
۲۶۰	 ۱-۴-۶ مسائل شرط اولیه
۲۶۳	 ۲-۴-۶ مسائل شرط مرزی
۲۶۵	 ۱-۲-۴-۶ مسائل یابی
۲۶۵	 ۱-۲-۴-۶ الگوریتم روش پرتابی
۲۶۶	 ۲-۱-۲-۴-۶ روش‌های اصلاح حدس
۲۶۷	 ۱-۲-۱-۲-۴-۶ اصلاح حدس بر اساس روش درون‌یابی خطی
۲۶۹	 ۲-۲-۱-۲-۴-۶ اصلاح حدس بر اساس روش نیوتن
۲۷۶	 ۲-۲-۴-۶ روش اختلاف‌های محدود
۲۷۶	 ۱-۲-۲-۴-۶ معادلات دیفرانسیل خطی
۲۹۷	 ۲-۲-۲-۴-۶ معادلات دیفرانسیل غیرخطی
۲۹۷	 ۱-۲-۲-۲-۴-۶ روش آزمون و خطا
۳۰۰	 ۲-۲-۲-۲-۴-۶ روش نیوتن-رافسون
۳۰۴	 مجموعه مسائل چهارگزینه‌ای فصل ششم
۳۱۷	 مجموعه تمرین‌های تشریحی فصل ششم

فصل هفتم: حل عددی دستگاه‌های معادلات جبری خطی و غیرخطی

۳۲۹	 ۱-۷ مقدمه
۳۳۰	 ۲-۷ دستگاه معادلات خطی
۳۳۲	 ۱-۲-۷ روش‌های حذفی
۳۳۳	 ۱-۱-۲-۷ روش حذفی گاوس
۳۳۷	 ۱-۱-۱-۲-۷ کاهش خطا در مسائل بیمارگون
۳۳۹	 ۲-۱-۲-۷ روش حذفی گاوس-جردن
۳۴۴	 ۳-۱-۲-۷ روش تجزیه LU
۳۴۶	 ۴-۱-۲-۷ روش توماس
۳۴۹	 ۲-۲-۷ روش‌های حدسی
۳۵۰	 ۱-۲-۲-۷ روش ژاکوبی
۳۵۳	 ۲-۲-۲-۷ روش گاوس-سایدل
۳۶۰	 ۳-۷ دستگاه معادلات غیرخطی
۳۶۰	 ۱-۳-۷ روش تکرار

۳۶۰	 ۲-۳-۷ روش حدس عبارت غیر خطی
۳۶۲	 ۳-۳-۷ روش نیوتن-رافسون
۳۶۹	 مجموعه مسائل چهارگزینه‌ای فصل هفتم
۳۷۲	 مجموعه تمرین‌های تشریحی فصل هفتم

فصل هشتم: حل عددی معادلات دیفرانسیل پاره‌ای (با مشتقات جزئی)

۳۷۵	 ۱-۸ مقدمه
۳۷۷	 ۲-۸ معادلات دیفرانسیل پاره‌ای بیضی‌گون
۳۷۹	 ۱-۲-۸ روش اختلاف محدود در معادلات خطی
۳۸۶	 ۱-۱-۲-۸ حل دستگاه معادلات به روش حذفی
۳۸۶	 ۲-۱-۲-۸ حل دستگاه معادلات به روش حدسی
۳۸۶	 ۲-۲-۸ روش اختلاف محدود در معادلات غیر خطی
۳۸۷	 ۱-۲-۲-۸ روش اختلاف محدود به همراه آزمون و خطا
۳۸۷	 ۱-۱-۲-۲-۸ حل دستگاه معادلات به روش حذفی
۳۹۰	 ۲-۱-۲-۲-۸ حل دستگاه معادلات به روش حدسی
۳۹۱	 ۲-۲-۲-۸ روش اختلاف محدود به همراه روش نیوتن-رافسون
۴۰۳	 ۳-۸ معادلات دیفرانسیل پاره‌ای سهمی‌گون
۴۰۴	 ۱-۳-۸ روش اختلاف محدود
۴۰۵	 ۱-۱-۳-۸ روش‌های صریح
۴۰۵	 ۱-۱-۱-۳-۸ روش ریچاردسون
۴۰۵	 ۲-۱-۳-۸ روش صریح خالص
۴۱۰	 ۲-۱-۳-۸ روش‌های غیر صریح
۴۱۰	 ۱-۲-۱-۳-۸ روش غیر صریح خالص
۴۱۵	 ۲-۲-۱-۳-۸ روش کرانک-نیکلسون
۴۲۱	 ۲-۳-۸ روش خط
۴۲۱	 ۱-۲-۳-۸ روش صریح خط
۴۲۶	 ۲-۲-۳-۸ روش غیر صریح خط
۴۲۷	 ۳-۳-۸ روش تلفیق متعامد
۴۲۷	 ۴-۸ معادلات دیفرانسیل پاره‌ای هذلولی‌گون
۴۲۸	 ۱-۴-۸ روش صریح خالص
۴۲۹	 ۲-۴-۸ روش غیر صریح خالص
۴۳۰	 ۳-۴-۸ فرمول کلی
۴۳۰	 ۵-۸ حل عددی معادلات دیفرانسیل پاره‌ای در مختصات استوانه‌ای
۴۳۱	 ۶-۸ حل عددی معادلات دیفرانسیل پاره‌ای در مختصات کروی
۴۳۴	 مجموعه مسائل چهارگزینه‌ای فصل هشتم
۴۴۴	 مجموعه تمرین‌های تشریحی فصل هشتم

فصل نهم: آنالیز پایداری در معادلات دیفرانسیل پاره‌ای

۴۵۵	 ۱-۹ مقدمه
-----	-----------------

۴۵۵	 ۲-۹ خطا
۴۵۵	 ۱-۲-۹ خطای برش
۴۵۶	 ۲-۲-۹ خطای گسسته‌سازی معادله
۴۵۶	 ۳-۲-۹ خطای گرد کردن
۴۵۶	 ۳-۹ پایداری
۴۵۶	 ۱-۳-۹ شرط پایداری
۴۵۷	 ۲-۳-۹ همگرایی
۴۵۷	 ۳-۳-۹ آنالیز پایداری در حل معادلات دیفرانسیل پاره‌ای سهمی‌گون به روش اختلاف محدود
۴۵۸	 ۱-۳-۳-۹ آنالیز پایداری در روش صریح
۴۶۴	 ۲-۳-۳-۹ آنالیز پایداری در روش غیرصریح
۴۶۵	 ۳-۳-۳-۹ آنالیز پایداری در روش کرانک-نیکلسون
۴۶۷	 مجموعه تمرین‌های تئوری فصل نهم

پیوست

۴۷۰	 پیوست (الف)
۴۷۲	 پیوست (ب)
۴۷۵	 پیوست (ج)
۴۷۶	 پیوست (د)

منابع

۴۷۷	 منابع
-----	-------------