

منطق برای ریاضیدانان

تألیف :

آ. گ. همیلتن

ترجمه

دکتر محمد علی پور عبد الله

سرشناسه	همیلتون، ۱۹۴۲ - م.
عنوان و نام پدیدآور	Hamilton, A.G. منطق برای ریاضیدانان / تالیف آ.گ. همیلتون؛ ترجمه محمدعلی پور عبدالله.
مشخصات نشر	مشهد: دانشگاه امام رضا (ع)، ۱۳۹۵.
مشخصات ظاهری	۲۸۲ ص. جدول
شابک	۹۷۸-۹۶۴-۶۵۸۲-۵۸-۳
وضعیت فهرست نویسی	فیا
یادداشت	عنوان اصلی: Lugie for Mathe Maticiaus
یادداشت	واژه نامه.
یادداشت	کتابنامه.
موضوع	منطق ریاضی
شناسه افزوده	پور عبدالله، محمدعلی، ۱۳۲۳ -، مترجم
سهمه افزوده	دانشگاه امام رضا (ع)
رده بندی کنگره	Q۸۹/۵۸ م۸
رده بندی دیویی	۵۱۱/۳
سهمه کتابخانه ملی	۱۹۹۹-۸۳



نام کتاب: منطق برای ریاضیدانان
ترجمه: دکتر محمدعلی پور عبدالله
ناشر: دانشگاه امام رضا (ع) - مشهد، صندوق پستی ۹۱۷۳۵-۵۵۳

تیراژ: ۱۰۰۰

قطع: وزیری

تاریخ انتشار: چاپ چهارم ۱۳۹۵

صفحات: ۲۸۲ صفحه

حروف چینی و صفحه آرایی: مرکز انتشارات کتب و نشریات علمی دانشگاه بین المللی امام رضا (ع)
امور فنی چاپ: مؤسسه چاپ و انتشارات آستان قدس رضوی

شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۶۵۸۲-۵۸-۳

قیمت: ۹۰۰۰ تومان

حق چاپ محفوظ است

مرکز انتشارات کتب و نشریات علمی دانشگاه بین المللی امام رضا (ع)

مرکز توزیع و پخش انتشارات دانشگاه امام رضا (ع)

مشهد، بلوار شهید منتظری، دانشکده معماری دانشگاه بین المللی امام رضا (ع)، صندوق پستی ۹۱۷۳۵-۵۵۳

تلفن: ۲۲۵۵، ۲۳۵۳ داخلی ۴۱-۳۸۰۵۱

ایمیل: Publications@imamreza.ac.ir

فهرست مندرجات

۷	پیشگفتار مترجم
۱۰	پیشگفتار مؤلف
۱۳	۱- حساب غیر صوری گزاره‌ها
۱۳	۱:۱ گزاره‌ها و رابطها
۱۶	۲:۱ تابعهای درستی و جدولهای درستی
۲۳	۳:۱ قواعد عمل کردن و جدول عمل کردن
۲۹	۴:۱ صورتهای نرمال
۳۳	۵:۱ مجموعه‌های کارساز از رابطها
۳۶	۶:۱ استدلال و اعتبار
۴۲	۲- حساب صوری گزاره‌ها
۴۲	۱:۲ دستگاه صوری L
۵۳	۲:۲ قضیه کارسازی برای L
۶۳	۳- حساب غیر صوری محمولات
۶۱	۱:۳ محمولها و سورها
۷۰	۲:۳ زبانهای مرتبه اول
۷۸	۳:۳ تعبیرها
۸۱	۴:۳ صدق، درستی
۹۴	۵:۳ سکولمیدن
۹۸	۴- حساب صوری محمولات
۹۸	۱:۴ دستگاه صوری K
۱۰۷	۲:۴ هم‌ارزی، جانشینی
۱۱۲	۳:۴ صورت پیشوندی

۱۱۹	۴:۴ قضیه کارسازی برای K
۱۲۸	۵:۴ الگوها
۱۳۳	۵- دستگاههای ریاضی
۱۳۳	۱:۵ مقدمه
۱۳۴	۲:۵ دستگاههای مرتبه اول دارای تساوی
۱۴۱	۳:۵ نظریه گروهها
۱۴۶	۴:۵ حساب مرتبه اول
۱۵۱	۵:۵ نظریه صوری مجموعهها
۱۵۶	۶:۵ سازگاری و الگوها
۱۵۹	۶- قضیه ناتمامیت گدل
۱۵۹	۱:۶ مقدمه
۱۶۱	۲:۶ بیان پذیری
۱۶۹	۳:۶ روابط و توابع بازگشتی
۱۷۹	۴:۶ اعداد گدل
۱۸۴	۵:۶ برهان ناتمامیه
۱۹۰	۷- محاسبه پذیری، حل پذیری، تصمیم ناپذیری
۱۹۰	۱:۷ الگوریتمها و محاسبه پذیری
۲۰۰	۲:۷ ماشینهای تورینگ
۲۲۱	۳:۷ مسائل کلمه‌ای
۲۲۸	۴:۷ تصمیم ناپذیری دستگاههای صوری
۲۳۷	ضمیمه - مجموعههای شمارش پذیر و شمارش ناپذیر
۲۴۲	راهنمایی و حل تمرینهای برگزیده
۲۶۲	مراجع و منابع بیشتر برای مطالعه
۲۶۳	معانی نمادها
۲۶۹	واژه نامه انگلیسی به فارسی
۲۷۴	واژه نامه فارسی به انگلیسی
۲۷۹	فهرست راهنما

پیشگفتار مترجم

درس منطق ریاضی یکی از درسهای تخصصی اصلی گرایش ریاضی محض، و تخصصی، اعتباری سایر گرایشهای رشته ریاضی است. اما ارائه آن در بسیاری از گروههای ریاضی دانشگاههای ایران معوق مانده است، که ظاهراً "دلیل اصلی آن عدم وجود کتبی مناسب برای تدریس این درس می باشد. تعداد کتب موجود در این زمینه به زبان فارسی بسیار اندک است و بعضی از آنها با وجود غنای محتوا، مطابقت ناپذیری با برنامه مصوب این درس دارند، و به همین علت پایه گذاری درس برمبنای آنها غیرممکن است.

کتاب حاضر از لحاظ مطابقت با برنامه مصوب این درس، وضعیت منحصراً به فرد دارد زیرا شش فصل اولیه آن به بیان چندین اصل در کفایت می کند، و فصل هفتم نیز شامل مطالبی است که را بخشای ادامه کار برای کسانی است که بخواهند بر بعضی از کاربردهای منطق در علوم کامپیوتر واقف شوند. از آنجا که این کتاب اصالتاً "برای تدریس نوشته شده، به بیان بخش مجموعه ای از مسائل مناسب افزوده شده است، که حل آنها به درک مطالب کمک فراوان می کند. اختصاص بخشی از کتاب به راهنمایی و حل مسائل، برگزیده نیز قطعاً استفاده از این کتاب را برای استاد و دانشجو دلپذیرتر خواهد کرد.

نگارش این کتاب به سال ۱۹۷۸ برمی گردد، ولی ترجمه حاضر برمبنای نشر تجدیدنظر شده آن، مربوط به سال ۱۹۸۸ است که شامل اضافاتی نسبت به چاپ اول کتاب می باشد. با توجه به اینکه این کتاب تخصصی در مدت ۱۲ سال شش بار در انگلستان تجدید چاپ شده است، می توان به کیفیت مطلوب آن اطمینان داشت. امید است این کیفیت در برگرداندن کتاب به زبان فارسی حفظ شده باشد.

تذکر چند نکته پیرامون این ترجمه خالی از فایده نیست؛

الف) هرچندکه نام کتاب ، منطق برای ریاضیدانان است ، ولی درعمل ، ریاضیات موردنیاز برای فهمیدن آن بسیار مقدماتی است ، و به نظر می‌رسد که نامی همچون منطق ریاضی یا منطق علامتی بهتر می‌توانست بیانگر محتوای کتاب باشد ، باوجود این جهت رعایت امانت ، نام اصلی کتاب حفظ شده است .

ب) شخصاً " اصطلاحات وضع شده توسط مرحوم دکتر غلامحسین مصاحب را بسیار می‌پسندم ، منتها در سالیان اخیر ، نویسندگان کتب ریاضیات جدید دبیرستانی گاهی اصطلاحات متفاوتی را به کار برده و رایج ساخته‌اند که شاید اصالت و صحت اصطلاحات مرحوم مصاحب را نداشته باشند ، ولی از آنجا که ذهن دانش‌آموزان و دبیران با این اصطلاحات خو گرفته است ، بهتر آن دیدم که به خاطر رعایت اکثریت از پافشاری درمورد آن اصطلاحات چشم‌پوشی و از اصطلاحات رایج فعلی پیروی کنم .

پ) ممکن است اهل ادب اصطلاحاتی مانند منطقدین ، حسابیدن ، و سکولمید را نپسندند ، ولی اگر بخواهیم خود را در چارچوب الفاظ طولی چون منطقی ، اختر ، حسابی ساختن ، یا سکولمی ساختن محصور کنیم ، گذشته از آنکه از غرابت استعمال بخندان نکاسته‌ایم ، خود را از سهولت داشتن یک مصدر یک کلمه‌ای نیز محروم کرده‌ایم که این درعمل به شکل مانعی دست‌وپاگیر در خواهد آمد . از این گذشته سالین چنین مصدرهایی نه فقط در زبان فارسی ، بلکه در اکثر زبانهای اروپایی سابقه‌ای طولانی دارد ، و بسیاری معتقدند که رواج چنین کاری باعث غنای زبان خواهد شد .

دیگر این که گرچه مطابق قواعد زبان عربی اصل موضوع جمع اصل موضوع است ولی بسیاری از دانشجویان علت تفاوت موضوع ، درعینه را متوجه نمی‌شوند ، و بعضی از آنها نیز حتی از اصطلاح اصل موضوع مفرجه را به مره اصل ماجرا را استنباط می‌کنند . مطابق تجربه چندساله‌ای که در این مورد استفاده کنار گذاشتن این استنباط نیز برای بسیاری از آنان آسان نیست . درعین حال برداشت مفهوم " وضع شده " از کلمه موضوع برای بسیاری از آنان آسانتر است . به همین جهت ترجیح دادم که در سراسر کتاب بطوریکه ساخت از اصطلاحات اصل موضوع و اصول موضوعه استفاده ننمایم .

ت) در مدتی که مشغول ترجمه این کتاب بودم ، پیش‌نویس ترجمه دوبار به عنوان جزوه ، درسی مورد استفاده قرار گرفت . این امر باعث شد که تعدادی از اشتباهات چاپی متن اصلی آشکار و برطرف شوند . جا دارد که از دانشجویانی

که در این کار یاور من بوده‌اند صمیمانه سپاسگزاری نمایم .
 همچنین وظیفه خود می‌دانم که از خانمها طهرانی و صابری که کار تایپ
 قسمت عمده‌ای از دستنویس‌ها را با دقت و علاقه فراوان انجام دادند ، آقای
 شهرام پورعلی که زحمت مقابله، نسخه، دستنویس و تایپ شده را به عهده داشت ،
 و فرزندم سیامک که بازخوانی قسمتی از فرمهای چاپخانه را به عهده گرفت صمیمانه
 تشکر کنم .

ث (کار ویرایش علمی را همکار ارجمندم جناب دکتر بهمن هنری به عهده
 داشت که آن را با سرعت و دقت فراوان به پایان برد . مایلیم تشکر عمیق خود
 را نسبت به او ابراز نمایم .

ج (کتابی چاپ کتاب در مؤسسه چاپ و انتشارات آستان قدس رضوی
 انجام پذیرفت ، که از همه کارکنان زحمتکش مؤسسه به خاطر بذل توجه فراوان ،
 و دلسوزیهایشان جهت انجام بهتر کار سپاسگزارم . همچنین از مسئولین بنیاد
 فرهنگی رضوی، که به مساعدتهای آنان چاپ سریع این کتاب میسر گشت تشکر می‌کنم .
 در پایان امیدوارم که این خدمت ناچیز به جامعه علمی ایران مورد قبول
 اهل نظر واقع شود ، و اشکالات وجود را ، که احتمالاً تعدادشان کم نیست ،
 بر بضاعت اندک مترجم بیخشند و راهنماییهای خود را از او دریغ نکنند .

دکتر محمدعلی پورعبدالله
 گروه ریاضی ، دانشکده فردوسی " مشهد "

پیشگفتار مؤلف

هر ریاضیدانی از این نکته آگاه است که هرگاه در جواب سؤال یک غیر-ریاضیدان، شغل خود را اظهار نماید چگونه صحبت به سردی کشیده می‌شود و خاتمه می‌یابد. برای یک منطق‌دان در جمع سایر ریاضیدانان نیز اظهار شغل، همان‌گونه، باعث نگاه‌های بی‌تفاوت، ابراز عدم اطلاع، و تغییر موضوع صحبت می‌شود. دغدغه بین ریاضیدانان و عامه مردم مشکلی است که همیشه وجود خواهد داشت (مگر مدتی در هیچ فرصتی برای کاستن این فاصله نباید غفلت کرد)، ولی، به نظر من، فاصله بین منطق‌دانان و ریاضیدانان غیرضروری است. این کتاب کوششی است برای کاستن این فاصله، از طریق فراهم ساختن مدخلی بر منطق برای ریاضیدانانی که شاید نخواهند حتماً "منطق‌دان بشوند".

امروزه منطق ریاضی در بسیاری از دانشگاه‌ها به عنوان قسمتی از یک درس دوره، لیسانس ریاضی یا کامپیوتر تدریس می‌شود، و این محبت اکنون آنقدر جا افتاده است که مجموعه استندهای آموزشی مورد نیاز یک چنین درسی را تشکیل دهد. هدف این کتاب فراهم ساختن یک کتاب درسی برای این درس است، ولی هدفی فراتر از این نیز دارد، و آن این است: فقط یک کتاب درسی، بلکه یک کتاب باشد. مطالب عمداً "بطور مستقیم و بخاطر خواننده ارائه شده‌اند"، بدون این که نسبت به هیچ جنبه‌ای از قبیل کاربرد، یا گسترش موضوع تمایل قبلی وجود داشته باشد. در عین حال کوشش بر این بوده است که مطالب در چارچوب کلی ریاضیات نشانده شوند و بر ارتباط منطق با ریاضیدان تأکید نهاده شود.

طرح کتاب طوری است که برای هر کس با زمینه ریاضی، از دانشجوی سال اول گرفته، تا یک ریاضیدان حرفه‌ای که بخواهد، یا لازم باشد، چیزی درباره منطق ریاضی دریابد، قابل استفاده است. فرض شده است که خواننده اندکی

با نظریه، اعداد و جبر مقدماتی آشنا است، و از آنجا که مفاهیم مجموعه‌های شمارش‌پذیر و شمارش‌ناپذیر اساسی هستند، ضمیمه‌ای شامل خاصیت‌های لازم افزوده شده است.

مطالب این کتاب حاصل دو درس جداگانه، شانزده ساعته در دانشگاه سترلینگ به دانشجویان سالهای سوم و چهارم است. اولین درس، فصل‌های ۱ تا ۴ و قسمتی از فصل ۵، و درس دوم، که یک درس پیشرفته‌تر اختیاری بود، بقیه کتاب را می‌پوشاند. فصل ۶ مشکلترین فصل کتاب است ولی اهمیت قضیه ناتمامیت گدل آنچنان است که مفاهیمی که در ورای برهان آن قرار دارند در کتابی از این نوع باید ظاهر شوند. از آنجا که مطالب فصل ۷ به آنها بستگی ندارند، می‌توان در اولین دور مطالعه کتاب از جزئیات برهان‌هایشان صرف‌نظر کرد.

دامنه علم این کتاب محدودتر از کتابهای استاندارد دیگر در این مبحث است. بویژه نظریه خواص نظریه، اصل موضوعی مجموعه‌ها را به اختصار بسیار بررسی کرده‌ایم. بنابراین خواننده علاقه‌مند را برای مطالعه بیشتر به فهرست عناوین پایان کتاب ارجاع می‌دهیم. به بعضی از آنها در متن کتاب (تحت نام مؤلف) بطور مشخص اشاره شده است. این کتابها در مجموع بسیاری از موضوعات منطق ریاضی را می‌پوشانند، و مباحث این کتاب را با عمق بیشتر بررسی می‌کنند. در پایان هر بخش تمرینهایی آورده شده است. بطور کلی، تمرینهای ساده قبل از تمرینهای مشکلتر قرار گرفته‌اند، ولی همه آنها به عنوان کاربردهای مستقیم بخشهای مربوطه می‌باشند. هدف از آنها روشنگری و تحکیم مطالب است، نه توسعه آنها. راهنمایی یا حل بسیاری از تمرینها در پایان کتاب آورده‌ایم.

نمادها (همچنین اصطلاحات) بکار رفته در این کتاب تا حد امکان استاندارد هستند. اما بعضی از موارد استعمال نیز غیر استانداردند، که هدف از بکار بردن آنها، روشن‌تر شدن مطلب است. این امر نباید برای خواننده‌ای که با موضوع آشنایی دارد باعث زحمت شود. هدف کمک به خواننده‌ای بوده است که با موضوع آشنایی ندارد. متأسفانه مؤلفان مختلف از نمادها و نشانه‌های مختلف استفاده می‌کنند. به این دلیل، و بخاطر سهولت ارجاع فهرست معانی نمادها را به کتاب افزوده‌ایم. در تمام کتاب نماد $\rightarrow$ به معنای بازگشت به بحث اصلی است. پس از آن که بخاطر یک حکم، مثال، تذکر، نتیجه، یا تعریف دچار عدم تداوم شده باشد.

در پایان باید به مدیون بودن خود در چهار مورد اعتراف کنم . اولین دین من به کتاب مندلسن (مدخل منطق ریاضی) است که هرکس با آن آشنا باشد این را درک خواهد کرد . به عنوان یک کتاب مقدماتی برای منطقدانان این کتاب کم نظیر است . دوم اینکه ، بدون فرصتی که توسط دانشگاه سترلینگ برای من فراهم شد ، نوشتن این کتاب ممکن نبود . سوم ، بخاطر خواندن دستنویس کتاب ، و پیشنهادهای ارزشمند متعدد ، از فرانسیس بل سپاسگزارم . و سرانجام ، از آیرین ویلسن و می ایبرهامسن بخاطر زحمت صبورانه شان در تایپ کردن دستنویس تشکر می کنم .

۱۹۷۸ ، آ . گ . همیلتن

www.ketab.ir