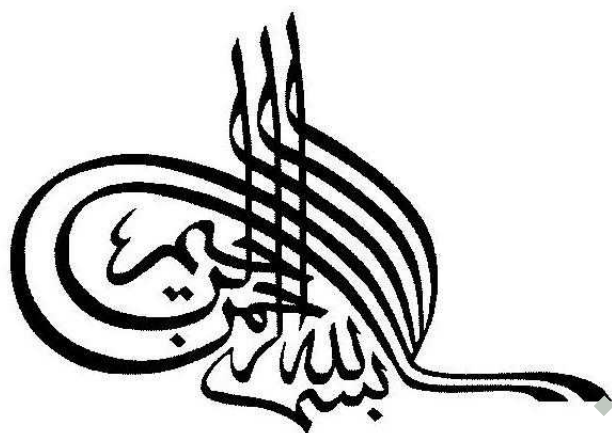




قضیه بزرگ فرما و تعمیم آن
و حل معادله بل (Beal)
توسط قضیه‌های HM

سرشناسه	: هاشمی موسوی، سیدمحمد رضا، ۱۳۴۰ -
عنوان و نام پدیدآور	: قضیه بزرگ فرما و تعمیم آن و حل معادله بل (Beal) توسط قضیه های HM / تالیف سیدمحمد رضا هاشمی موسوی.
مشخصات نشر	: تهران: معراج قلم، ۱۳۹۴.
مشخصات ظاهری	: ۱۰۰ ص: مصور، جدول، نمودار.
شابک	: ۱۰۰۰۰۰ ریال 978-600-94467-3-5
وضعیت فهرست نویسی	: فیپا
یادداشت	: واژه نامه .
موضوع	: فرما، پیر دو، ۱۶۰۱ - ۱۶۵۵ م.
موضوع	: قضیه فرما
موضوع	: نظایر اعداد
موضوع	: ریاضی - فرانسه -- سرگذشتنامه
رده بندی کنگره	: QA۲۴۴/م۱۶۱۱
رده بندی دیویی	: ۵۱۲/۷۴
شماره کتابشناسی ملی	: ۳۹۵۴۳۸۹

قضیه بزرگ فرما و تعمیم آن و حل معادله بل (Beal) توسط قضیه های HM

تالیف: سید محمد رضا هاشمی موسوی

ناشر: معراج قلم

چاپ اول: ۱۳۹۴

تیراژ: ۵۰۰ نسخه

قیمت: ۱۰۰۰۰ تومان

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۹۴۴۶۷-۳-۵

حروف چینی و صفحه آرایی: ابراهیم نعمت پور

طرح جلد: فرشید پیمان پو

چاپ و صحافی: پارت

فهرست مطالب

شماره صفحه	عنوان
۶	پیش‌گفتار
۷	مقدمه مولف
۷	بخش ۱. سرگذشت قضیه فرما
۲۰	بخش ۲. قضیه زرمین
۳۵	بخش ۳. قضیه فرما، برای نمای ۴
۴۳	بخش ۴. قضیه فرما، برای نمای ۳
۴۹	بخش ۵. ایده کلی اثبات قطعی قضیه فرما به واسطه ندره وایلز
۵۱	روش‌های مقدماتی، جبری و هندسی
۵۴	اثبات قضیه فرما از راهی غیرمستقیم
۵۶	خم‌های بیضوی
۵۸	خم بیضوی فری و قضیه آخر فرما
۵۹	چرا خم بیضوی؟
۶۴	خم‌های بیضوی و هیأت‌های متناهی

تعداد عضوهای $E(F_p)$ ۶۸

عددهای اول خوش تقلیل و هادی یک خم بیضوی ۷۲

صورت‌های مدولی ۷۳

حدس تانیاما - شیمورا - وایل و قضیه آخر فرما ۷۶

بخش ۶: تعمیم قضیه بزرگ فرما به توسط قضیه اساسی HM ۷۸

مقدمه ۸۰

قضیه اول HM (تعمیم اول قضیه بزرگ فرما) ۸۰

قضیه دوم HM (تعمیم دوم قضیه بزرگ فرما) ۸۲

قضیه سوم HM (تعمیم سوم قضیه بزرگ فرما) ۸۳

قضیه چهارم IIM (تعمیم چهارم قضیه بزرگ فرما) ۸۳

قضیه بزرگ فرما حالت خاصی از قضیه اول HM ۸۶

قضیه بزرگ فرما ۸۶

قضیه اول HM (تعمیم اول قضیه بزرگ فرما) ۸۵

قضیه بزرگ HM (تحویل معادله فرما به معادله hm) ۸۶

اثبات قضیه بزرگ IIM (تحویل معادله فرما به معادله hm) ۸۶

اثبات عکس قضیه بزرگ HM ۸۷

حل معادله $Beal$ (مربوط به حدس $Beal$) با استفاده از قضیه سوم HM (تعمیم

سوم قضیه بزرگ فرما) ($\$2,000,000$ Prize) ۸۸

قضیه نهایی HM (تحویل معادله فرما به معادله خم بیضوی درجه ۳) ۸۸

۸۸.....قضیه نهایی HM

۸۹.....قضیه بزرگ نهایی HM

۹۰.....پیوست واژه‌ها

۹۲.....زندگی‌نامه برخی از ریاضی‌دانان نامی

۱۰۰.....فهرست منابع و مراجع

www.ketab.ir

پیش‌گفتار

کتاب حاضر داستان «قضیه آخر فرما» را تا سال‌های دهه هفتاد دنبال می‌کند. اهمیت این کتاب در گردآوری جزئیات روش‌های جبری است که برای حل قضیه آخر فرما بار اول توسط کومر، به کار گرفته شد. برای مطالعه کارهای کومر و ریاضی‌دان‌های بعدی که روش‌های او را تکمیل کردند، به جز کتاب‌های تخصصی منبع‌های کمی وجود دارد. این روش‌ها، خارج از کوشش برای اثبات قضیه آخر فرما، برای بسیاری مسأله‌های دیگر هم به کار می‌روند و در نتیجه آشنا با آن‌ها، برای خواننده علاقه‌مند، سودمند است. کتاب حاضر منبع نمونه‌ای برای این هدف است.

قضیه آخر فرما پیش از ۳۵۰ سال کوشش، در سال ۱۹۹۵ به وسیله آندرو وایلز و با استفاده از نتایج بسیار از ریاضی‌دانان دیگر ثابت شد. این اثبات به واقع یکی از مهم‌ترین موفقیت‌های ریاضیات سده بیستم است و در آن روش‌های جبری با روش‌های هندسی به نحو زیبا ولی بغرنجی مخلوط شده است.

بخش ۵ کتاب که برای علاقه‌مندان ریاضی که تخصصی در هندسه جبری ندارند، نوشته شده است، می‌کوشیم خواننده را با جنبه‌های این اثبات آشنا کنیم. هدف ما تنها توضیح رابطه اثبات قضیه آخر فرما با حدس پایه‌ای در هندسه جبری است و در نتیجه به اصل اثبات وایلز نخواهیم پرداخت. کوشش ما تنها در این است که خواننده ایده‌ای کلی از این بخش ریاضیات بگیرد. واضح است که فهم دقیق اثبات وایلز کاملاً بی‌نیاز نیست و نیاز به سال‌ها مطالعه عمیق دارد.

لازم به ذکر است که قضیه فرما در واقع یک حکم کلی است که بهتر است بگوییم «حکم آخر فرما» یا «حکم بزرگ فرما» و به نادرست به «قضیه آخر فرما» مشهور شده است. ولی ما در این کتاب برای حضور ذهن خواننده این حکم را با همان نام ساده «قضیه فرما» ذکر می‌کنیم.

• مقدمه مولف

وقتی پیر فرما در بیش از ۳۵۰ سال پیش، در حاشیه کتاب دیوفانت قضیه مشهور خود را مطرح کرد که معادله $x^n + y^n = z^n$ برای عددهای درست x, y, z و $n > 2$ جواب ندارد و مدعی شد که راه ساده‌ای برای اثبات آن در نظر دارد (که چون در حاشیه کتاب جایی برای طرح آن نیست از آن می‌گذرد)، بسیاری از بزرگ‌ترین ریاضی‌دانان به آن پرداخته‌اند و اگر از افراد غیرحرفه‌ای که همیشه موجب آزار دیگران بوده‌اند، بگذریم، تنها پیشرفت اندکی در این راه حاصل شد.

یکی از اساسی‌ترین فایده‌های قضیه فرما این بود که ریاضی‌دانان به‌خاطر حل آن بسیاری از مشکلات درونی ریاضیات به‌ویژه در نظریه عددها را حل کردند و شاخه‌های تازه‌ای در این راه به وجود آمدند. مهم‌ترین آن‌ها طرح عددهای جبری و حساب هندسی بود. با این دو شاخه جدید هم تقریباً فرما حل نشد تا این که در سال ۱۹۹۵ به وسیله آندرو وایلز راه‌حلی دشوار در بیش از ۲۰۰ صفحه برای آن ارائه شد.

خیلی از ریاضی‌دانان از حل قضیه فرما متأسف شدند، چراکه قضیه فرما انگیزه‌ای بود برای کشف خیلی از ویژگی‌های عددها، ولی باید هنوز منتظر بود که راه‌حل ساده‌تری برای قضیه فرما پیدا شود و از این لحاظ هنوز کار ریاضی‌دانان پایان نیافته است.

در این مختصر سعی بر این است که خط سیری را که وایلز برای حل قضیه فرما ارائه داده است روشن شود. و در پایان به تعمیم «قضیه آیزنشتاین» که از خود قضیه مهم‌تر است می‌پردازیم و یک جواب عمومی تعمیم قضیه آخر فرما را به عنوان قضیه HM ، ارائه می‌دهیم.

• **قضیه HM .** اگر m و h نسبت به هم اول باشند آن‌ها معادله زیر دارای جواب عمومی است:

$$(h, m) = 1: x^h + y^h = z^m$$

در آخر، به توسط قضیه بزرگ HM و تحویل معادله فرما به یک معادله خاص عمومی به بحث روی قضیه فرما پایان می‌دهیم.