

برنام آنکد جان را فکرت آموخت

برد عددی توانهای یک عملگر خطی کراندار

تالیف :

مریم شریفی ، فاطمه رحیمی



سرشناسه	شریفی، مریم، ۱۳۵۵ -
عنوان و نام پدیدآور	برد عددی توانهای یک عملگر خطی کراندار / مریم شریفی، فاطمه رحیمی.
مشخصات نشر	تهران: نمای دانش، ۱۳۹۴.
مشخصات ظاهری	ی، ۸۵ص.
شابک	۹۰۰۰۰ ریال 2-3-978-600-95047
وضعیت فهرست نویسی	فیا
یادداشت	واژه نامه.
یادداشت	کتابنامه: ص. ۶۱.
یادداشت	نمایه.
موضوع	برد عددی
موضوع	نظریه عملگرها
موضوع	ماتریس ها
موضوع	فضای هیلبرت
شناسه افزوده	رحیمی، فاطمه، ۱۳۵۵ -
رده بندی دیویی	۵۱۵/۷۲۴۶:
شماره کتابشناسی ملی	۲۹۲۳۳۶۹:

برد عددی توانهای یک عملگر خطی کراندار



نام کتاب	برد عددی توانهای یک عملگر خطی کراندار
تالیف	مریم شریفی، فاطمه رحیمی
مدیر تولید	حسین نوری جوشقانی
نوبت چاپ	اول ۱۳۹۴
تیراژ	۱۰۰
قیمت	۹۰۰۰۰ ریال
شابک	2-3-978-600-95047
چاپ و صحافی	فدک ایستاتیس

انتشارات نمای دانش : تلفن: ۰۹۱۲۵۲۷۳۲۶۲ - ایمیل: nadaketab@yahoo.com

کلیه حقوق و حق چاپ متن و عنوان کتاب که به ثبت رسیده است، مطابق با قانون حقوق مولفان و مصنفان مصوب ۱۳۴۸ محفوظ می باشد. هرگونه برداشت، تکثیر، کپی برداری به هر شکل (چاپ، فتوکپی، انتشار الکترونیکی) ممنوع بوده و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار خواهند گرفت.

انتشارات نمای دانش

چکیده

مفهوم برد عددی از جمله مطالب مهم و مورد توجه در بحث آنالیز ماتریس‌ها و نظریه عملگرها می‌باشد. برد عددی که ناحیه‌ای محدب و فشرده از صفحه مختلط است، در ابتدا برای ماتریس‌هایی که درایه‌های مختلط دارند مطرح گردید. مطالعه ویژگی‌های برد عددی یک ماتریس اطلاعات مفیدی در مورد آن ماتریس در اختیار ما قرار می‌دهد. در صورتی که H یک فضای هیلبرت و T یک عملگر خطی کراندار روی H باشد، برد عددی T به طور مشابه تعریف گردیده و با $W(T)$ نمایش داده می‌شود. همانند حالت عادی در این حالت نیز هندسه و خواص $W(T)$ از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

در این جا قصد ما این است که برای عدد صحیح و مثبت k ، به بررسی برد عددی T^k و ارتباط آن با برد عددی T بپردازیم. همچنین در صورت وارون‌پذیری T ، برد عددی توان‌های صحیح و منفی T نیز مورد مطالعه قرار خواهند گرفت. خواهیم دید در حالت کلی $W(T^k)$ با $W(T)^k$ برابر نبوده و حتی شمول $W(T^k) \subseteq W(T)^k$ همواره برقرار نیست. هدف اصلی این کتاب بررسی شرایطی است که منجر به برقراری این شمول می‌شود. کلیدواژه: نظریه عملگرها، فضای هیلبرت، آنالیز ماتریس‌ها و برد عددی.

فهرست مطالب

ک	مقدمه
۱	۱ مفاهیم مقدماتی
۱	۱.۱ برد عددی ماتریس ها
۲	۲.۱ خواص برد عددی
۴	۳.۱ تحذب برد عددی
۷	۴.۱ ترسیم برد عددی
۱۹	۲ برد عددی در فضای هیلبرت
۱۹	۱.۲ فضای هیلبرت و خواص اولیه
۲۴	۲.۲ برد عددی در فضای هیلبرت
۳۳	۳ برد عددی توان های مثبت یک عملگر خطی کراندار
۳۳	۱.۳ نواحی شمول $W(A^k)$ بر حسب $W(A)$
۳۹	۲.۳ نواحی شمول $W(A^k)$ بر حسب $W(A)$ و $c(A)$
۴۹	۴ برد عددی توان های منفی یک عملگر خطی کراندار
۴۹	۱.۴ برد عددی معکوس یک عملگر خطی کراندار
۵۴	۲.۴ برد عددی توان های منفی یک عملگر خطی کراندار
۶۱	مراجع

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی

نماینه

چکیده انگلیسی

۶۵

۶۹

۷۰

www.ketab.ir

مطالعه عملگرهای خطی کراندار یکی از مباحث مهم در بحث نظریه عملگرهاست. ساده‌ترین نمونه ماتریس‌ها هستند که در اغلب گرایش‌های ریاضی وجود دارند. ماتریس‌ها واسطه‌ای بین ریاضیات و سایر علوم می‌باشند، همین امر لزوم بررسی هر چه بیشتر خواص وابسته به ماتریس‌ها را پررنگ‌تر می‌کند. از ویژگی‌های مهم ماتریس‌ها می‌توان به مقادیر ویژه و طیف آن‌ها اشاره کرد. اما طیف یک ماتریس به تنهایی نمی‌تواند اطلاعات کاملی را در مورد آن ماتریس در اختیار ما قرار دهد. مشابه مفهوم طیف، برد عددی یک ماتریس $n \times n$ مجموعه اعداد مختلطی است که به طور طبیعی وابسته به آن ماتریس می‌باشد. طیف یک ماتریس یک مجموعه گسسته است، در صورتی که برد عددی مجموعه‌ای فشرده و محدب می‌باشد. برد عددی را می‌توان تصویری از خود ماتریس در نظر گرفت که حاوی اطلاعات مفیدی در مورد ماتریس می‌باشد که طیف‌ها به تنهایی نمی‌توانند چنین اطلاعاتی را به ما بدهند. برد عددی این اجازه را به ما می‌دهد که بسیاری از ویژگی‌های ماتریس را ببینیم حتی اگر خود ماتریس را نشناسیم. به طور مثال از روی برد عددی می‌توان موقعیت مقادیر ویژه را تعیین کرده و در مورد ویژگی‌های دیگری از جمله، نرمال بودن، مثبت بودن، تقارن، کاهش‌پذیری و غیره بحث کرد.

مفهوم برد عددی اولین بار برای عملگرهای خطی روی $\mathbb{C}$ در سال ۱۹۱۸ توسط تنوپلیتز^۱ در ارتباط با مبحث سری‌های فوریه مطرح گردید. او با الهام از قضیه فجز^۲ که ارتباط بین منحنی‌های مسطح و سری‌های فوریه را بیان می‌کند، به هر ماتریس $n \times n$ یک مجموعه فشرده در صفحه مختلط نسبت داد. در سال ۱۹۱۹ دانشمندان آلمانی تنوپلیتز و هاسدورف^۳ قضیه تحدب برد عددی را اثبات نمودند که به قضیه تنوپلیتز-هاسدورف معروف است. این دو همچنین تئوری برد عددی عملگرهای خطی را روی فضای هیلبرت مطرح کردند که در سال ۱۹۳۲ توسط استون^۴ تکمیل گردید. در سال ۱۹۹۰ این تئوری در شاخه آنالیز تابعی و آنالیز عددی نیز معرفی گردید. امروزه برد عددی یک مفهوم شناخته شده در آنالیز ماتریس‌ها است که در تئوری عملگرها بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد. برد عددی را می‌توان روی مجموعه انواع مختلف عملگرها به ویژه هرمیتی و فشرده و همین‌طور جبرهای باناخ و C^* -جبرها

^۱Teopltz

^۲Fejer

^۳Huodorf

^۴Stone

معرفی و مورد استفاده قرار داد. به طور مثال لامره^۵ نشان داد که برد عددی ابزار مؤثری برای مرتبط کردن ویژگی‌های جبری و هندسی جبرهای باناخ است و به وسیله آن اثبات برخی از قضیه‌ها در این حوزه ساده‌تر می‌شود.

با توجه به ناشناخته بودن برد عددی عملگرها (حتی در حالت با بعد متناهی)، مطالعه برد عددی انواع خاصی از آن‌ها همواره مورد توجه بوده است. در این بین می‌توان به ماتریس‌های سه-قطری، پوچ‌توان، نامنفی و تحویل‌پذیر اشاره کرد. از جمله سؤالات مورد بحث دیگر، ارتباط برد عددی T^k با برد عددی T است که در این جا k یک عدد صحیح مثبت است. تحمیل شرایطی روی برد عددی T که منجر به شمول $W(T^k) \subseteq W(T)^k$ شود، این امکان را به ما می‌دهد تا با داشتن $W(T)$ ، تقریب مناسبی از برد عددی عملگر T^k به دست آوریم. همچنین در حالتی که T وارون‌پذیر باشد بحث مشابهی در مورد توان‌های صحیح و منفی T نیز برقرار خواهد بود.

این کتاب مشتمل بر تفصیل و تشریح قضایا و مفاهیم مطرح شده در [۲] همراه با مقدمات موردنیاز آن می‌باشد. در فصل اول به معرفی برد عددی ماتریس‌ها و ویژگی‌های پایه‌ای برد عددی می‌پردازیم. در فصل دوم مروری بر برد عددی عملگرهای کراندار روی یک فضای هیلبرت داریم.

در فصل سوم برای عدد صحیح و مثبت k به بررسی برد عددی T^k و ارتباط آن با برد عددی T می‌پردازیم و همچنین شعاع عددی و عدد کراوفورد^۶ عملگرها را مورد مطالعه قرار می‌دهیم و در فصل چهارم به بررسی برد عددی توان‌های منفی عملگرها (در صورت وارون‌پذیری عملگر) می‌پردازیم.

^۵Lumer

^۶Crawford number