

۱۲۰۶۱۲۷

حساب دیفرانسیل و انتگرال

با هندسه‌ی تحلیلی

(جلد ۱)

«کتاب‌عام»

ریچارد ا. سیلورمن

مترجم:

مهندس مجید یداله‌نیا قلزم

انتشارات پارتیان

۶۶۴۰۵۰۵۲ - ۶۶۴۰۸۹۵۸

سرشناسه	: سیلورمن، ریچارد ا. Silverman, Richard A.
عنوان و نام پدیدآور	: حساب دیفرانسیل و انتگرال: با هندسه تحلیلی "کتاب عام"/ ریچارد ا. سیلورمن؛ مترجم مجید یدالله نیا قلزم.
مشخصات نشر	: تهران: انتشارات پارتیان، ۱۳۹۴.
مشخصات ظاهری	: ۲ ج. م. صور:
شابک	: دوره: 4-32-978-600-5578-32-4؛ ج. ۱: 8-18-978-600-5578-37-9؛ ج. ۲: 9-9-978-600-5578-37-9
وضعیت فهرست نویسی	: فیبا
یادداشت	: عنوان اصلی: Calculus with analytic geometry, 1985.
یادداشت	: کتاب حاضر توسط ناشرین و مترجمین متفاوت در سالهای مختلف ترجمه و منتشر شده است.
موضوع	: حسابان
موضوع	: هندسه تحلیلی
موضوع	: حساب دیفرانسیل
شناسه افزوده	: یدالله نیا قلزم، مجید، ۱۳۵۵ - ، مترجم
رده بندی کنگره	: QA۳۰۳/س۹ح۴۸ ۱۳۹۴
رده بندی دیویی	: ۱۵/۵۱۵
شماره کتابشناسی ملی	: ۴۰۵۰۴۰۱۰



انتشارات پارتیان: ۶۶۴۰۸۹۵۸ - ۶۶۴۰۵۰۵۲ - ۶۶۴۱۶۳۶۶

کلیه حقوق برای ناشر محفوظ است.

نام کتاب	: حساب دیفرانسیل و انتگرال با هندسه تحلیلی - کتاب عام - جلد اول
مؤلف	: ریچارد ا. سیلورمن
مترجم	: مهندس مجید یدالله نیا قلزم
ناشر	: انتشارات پارتیان
نوبت چاپ	: اول - ۱۳۹۵
طراح جلد	: خانم سیما شریعتی
تیراژ	: ۵۰۰
قیمت	: ۲۹۰۰۰ تومان
شابک ۱	: ۸-۱۸-۵۵۷۸-۶۰۰-۹۷۸ شابک دوره: ۴-۳۲-۵۵۷۸-۶۰۰-۹۷۸

مرکز پخش: پخش صبور

خیابان انقلاب، خیابان اردیبهشت (منیری جاوید)، بن بست مبین، پلاک ۲

تلفن: ۶۶۴۰۸۹۵۸ - ۶۶۴۱۶۳۶۶، نمابر: ۶۶۴۰۵۰۵۲

فصل ۰ - پیش حساب	۱
۱- مجموعه ها و عددها	۱
۲- نامساوی ها و قوانین نماها	۱۰
۳- قدرمطلق و بازه ها	۲۱
۴- مختصات و صفحه	۲۲
۵- خطوط مستقیم و معادلات آنها	۴۲
مسائل تکمیلی	۵۷
فصل ۱ - توابع و حدود	۶۳
۱-۱ مفهوم تابع	۶۳
۲-۱ اعمال بر توابع؛ نمودار تابع	۷۰
۳-۱ توابع مثلثاتی	۸۲
۴-۱ درباره توابع مثلثاتی بیشتر بداند	۹۶
۵-۱ مفهوم حد و پیوستگی	۱۰۳
۶-۱ نگاهی دقیق تر به حدود	۱۱۲
۷-۱ اعمال جبری بر حدود	۱۲۵
۸-۱ حد تابع مرکب	۱۳۵
۹-۱ حدود یکطرفه و پیوستگی	۱۴۰
۱۰-۱ خواص توابع پیوسته	۱۴۷
مسائل تکمیلی	۱۵۷
فصل ۲ - مشتقات	۱۶۳
۱-۲ سرعت و آهنگ های تغییر؛ مفهوم مشتق	۱۶۳
۲-۲ خط مماس بر یک منحنی	۱۷۸
۳-۲ تقریب خط مماس و دیفرانسیل ها	۱۸۸
۴-۲ قواعد حاصلضرب و خارج قسمت	۱۹۵
۵-۲ قاعدی زنجیرهای	۲۰۳
۶-۲ مشتقات مراتب بالاتر	۲۱۳
۷-۲ مشتق گیری ضمنی	۲۱۸
۸-۲ میزان های مرتبط	۲۲۵
مسائل تکمیلی	۲۳۷

۲۴۱	فصل ۳ - کاربردهای دیگر مشتق گیری
۲۴۱	۱-۳ قضیه مقدار میانگین
۲۵۲	۲-۳ اکستریم‌های موضعی و توابع یکنوا
۲۶۵	۳-۳ تفرع و نقاط عطف
۲۷۶	۴-۳ حدود مستلزم بی‌نهایت؛ صور مبهم
۲۸۹	۵-۳ مجانب‌ها و مماس‌های قائم
۳۰۰	۶-۳ قاعده‌ی هوییتال
۳۰۸	۷-۳ مسائل بهینه‌سازی
۳۲۶	۸-۳ کاربرد؛ اثر تجارت و اقتصاد (اختیاری)
۳۳۸	مسائل تکمیلی
۳۴۳	فصل ۴ - انتگرال‌ها
۳۴۳	۱-۴ نماد سیگما
۳۴۹	۲-۴ مساحت تحت یک منحنی انتگرال معین
۳۶۲	۳-۴ نکات بیشتر درباره حساب قضیه مقدار میانگین برای انتگرال‌ها
۳۷۶	۴-۴ یاد مشتقات و انتگرال
۳۸۷	۵-۴ قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال
۳۹۴	۶-۴ انتگرال گیری از تابع سرعت؛ معادلات دیفرانسیل
۴۰۱	۷-۴ مکانیک نیوتنی؛ انرژی جنبشی و کار
۴۱۴	مسائل تکمیلی
۴۲۱	فصل ۵ - توابع معکوس
۴۲۱	۱-۵ معکوس تابع «یک به یک»
۴۳۳	۲-۵ مشتق تابع معکوس
۴۳۸	۳-۵ توابع مثلثاتی معکوس
۴۵۲	مسائل تکمیلی
۴۵۵	فصل ۶ - لگاریتم‌ها و توابع نمایی
۴۵۵	۱-۶ لگاریتم طبیعی
۴۶۶	۲-۶ چند انتگرال که به لگاریتم‌ها منجر می‌شوند
۴۷۱	۳-۶ تابع نمایی؛ نمایی‌ها در هر پایه
۴۸۲	۴-۶ لگاریتم در هر پایه
۴۹۰	۵-۶ توابع توانی عمومی؛ درباره صور مبهم بیشتر بدانید
۵۰۱	۶-۶ معادلات دیفرانسیل جدایی‌پذیر؛ رشد و تحلیل نمایی
۵۱۳	۷-۶ کاربردهای دیگر از نمایی‌ها
۵۲۶	۸-۶ توابع هذلولوی (هیپربولیک)
۵۳۵	۹-۶ توابع هذلولوی معکوس
۵۴۵	مسائل تکمیلی

دیباچه

یک کتاب اصلی حسابان [calculus] همانند این بایستی از ابتدا دارای مطلب بسیار باشد تا نه فقط «رشته‌ی استاندارد» نظری را شامل شود بلکه بتوان به روش‌های مختلف هم بکار بست.

این الزامات ما را به کتابی می‌رساند که شامل بسیاری مطلب اختیاری که بسته به نیازهای هر کلاس یا سرفصل می‌توان آنها را بکار بست و یا حذف نمود. این ویژگی را به طور مختصر می‌توان تنوع [versatility] نام داد و از بررسی این کتاب فوری نتیجه می‌شود که کتابی بسیار متنوع است.

اما فقط نوع کفایت نمی‌کند، زیرا هنگامی که بخش‌هایی از یک کتاب حسابان برای تدریس در سه یا چهار سال انتخاب می‌شوند، کارایی کتاب به توانایی دست یافتن [accessibility] که دارای اهمیت برابر است، وابسته می‌باشد.

نویسنده برای روشن کردن کتاب با این توانایی، یعنی کتابی که دانشجو متوسط هم درک کند، با این اصل روبه‌رو است که «در صورت معمول حسابان راه دست کم در برخورد اول، بخشی سخت و مشکل بگیرند. بنابراین، دانشجو آن به هر نوع کمکی که بتوانند دریافت کنند نیاز خواهند داشت، و این وظیفه بر عهده‌ی آنها (کتاب) است. روش مینیمم‌سازی، مبحث پیشرفته‌ای است که جایی در تدریس حسابان مقدماتی ندارد. آنچه که لازم است، روشی ملایم که در آن به جای تعریف زیادی و برهان کم، از راهنمایی مفید، توضیح عمیق و سبب در اولویت قرار داشته باشد. بنابراین کوشیده شده است تا با توضیح صبورانه در تمام کتاب، به ویژه در جاهایی که بر اثر تجربه عدم امکان فهمیدن بوده، توانایی دست یافتن کتاب را به دانشجو برسانیم. سخن زیادی درباره‌ی دیدگاه کلی و هدف آموزشی کتاب شده است، اکنون به تشریح چند ویژگی خاص و مهم آن پرداخته می‌شود.

کتاب شامل ۱۴۲ مجموعه‌ی مسائل است یک مجموعه در هر بخش و یک مجموعه مسائل بیشتر در پایان هر فصل قرار دارند. بنابراین بالای ۶۰۰۰ مسئله وجود دارد. این مسائل از تمرین‌های پایه تا مسائلی که حتی بهترین دانشجو را به مبارزه می‌خواند به دست خردمان شده‌اند. تعداد زیادی از مسائل دارای شاخصه‌ی عملی‌اند. سوژه‌های کلاسیک در فیزیک و مهندسی به خوبی ارائه شده‌اند، اما همچنین مسائل بسیار دیگری وجود دارند که از رشته‌های نوینی همانند فیزیک نجوم، علم زیست پزشکی و نظریه‌ی اطلاعات آمده‌اند. تعدادی ایده از وضعیت این مسائل را می‌توان با نگاه به سوژه‌هایی از قبیل ستاره‌ی نوترون، جرم بحرانی، بازدهی غذایی و DNA، یا نام‌هایی از قبیل آینشتاین، شانون و کینز بدست آورد.

در راستای هماهنگی با این تعداد مسائل، کتاب را به تعداد زیادی (۸۴۳) مثال تشریحی که اکثر آنها به فرم مسأله — حل هستند، تنظیم شده‌اند. آن اصولی به نظر می‌رسد که دانشجو با

شبه‌سازی مثال‌های حل شده برای تکلیف شب آماده کرد، و بنابراین، اینکه همه‌ی مثال‌ها را از مسائل آسانتر بگیریم به ضرر دانشجو می‌گردد. بنابراین، در کمیل مثال‌ها، تعدادی (برای مثال، مثال‌های ۴ و ۵ در بخش ۳-۷) را طوری انتخاب نموده‌ام که، در صورت حذف حل آنها، مسائل سختی خواهند شد.

کتاب با یک فصل مقدماتی^۵ شروع می‌شود، که مباحث‌هایی از قبیل جبر کالچ که پایه‌های حسابان را می‌سازند مرور می‌کند. این سوژه‌ها به دلیل ویژگی‌های مقدماتی‌اشان پیش حساب نام دارند بایستی با توجه به توانایی کلاس به سرعت تدریس شوند.

در تعدادی از کتاب‌ها جدا قبل از پیوستگی با جزئیات ارائه می‌گردند، اما به نظر من بهتر است پیوستگی را زودتر ارائه کنیم. بنابراین، حد و پیوستگی در فصل ۱-۵ ارائه شده‌اند. به طور معمول دانشجو حد f در نقطه‌ی a با مقدار f در a اشتباه می‌گیرد و راه مناسب تشخیص این از آن، این است که بگوییم $L = f(a)$ اگر و فقط اگر f به ترتیب خاصی از تابع‌ها که در a پیوسته گفته می‌شوند عضو باشد.

قوانین حاکم به اعمال جبری به حدود طوری اثبات شده‌اند که از تصنع [artifice] به دور بوده و به برهان‌های نسبتاً راحتی منجر می‌شوند. قضیه‌ی ۳ از بخش ۱-۶ و قضیه‌های ۴ تا ۶ از بخش ۱-۷ را ببینید). برای حدود مربوط به بی‌نهایت باز فزاینده وجود ندارد، و در نتیجه این سوژه تا بخش‌های ۳-۴ و ۳-۵ که در آن زمینه برای بحث با جزئیات آماده می‌شود به عقب افتاده است. خاصیت‌های اصلی توابع پیوسته در بخش ۱-۱۰ شامل مطالبی همانند روش تنصیف و قضیه‌ی نگاشت بازه است ارائه شده‌اند.

فصل‌های ۲ و ۳ شامل مشتق و کاربردهای آن است. تقریباً خط ϵ - δ و دیفرانسیل‌ها بیشتر از حد معمول بها داده شده است (بخش ۲ و ۳ را ببینید). هر نتیجه‌ی مرتبط به یکنوایی و اکستریم‌های موضعی مشابه دقیقی برای تقعر و نقاط عطف‌اند، و این موارد هم بودن در بخش‌های ۳-۲ و ۳-۳ با جزئیات تشریح شده‌اند.

قاعده‌ی هوییتال اول در بخش ۳-۶ به صورت کاربردی از مشتق، آمده و سپس به طور آزادانه از آن استفاده شده‌اند. به دلیل کاربردی بودن این ابزار سودمند برای محاسبه‌ی جدا، نیایستی از آن غافل شد.

بخش اختیاری ۳-۸ مخصوص اشخاصی است که علاقه‌ایی به کاربردهای حسابان در تجارت و اقتصاد دارند. با مثال‌هایی محسوس مشخص شده است که سطح خروجی بهینه‌سازی سود به طور عام با چیزی که درآمد یا هزینه را ماکزیمم می‌سازد تفاوت دارد.

مطالعه‌ی انتگرال‌گیر در فصل ۴، پس از یک بخش مقدماتی در نماد سیگما، شروع می‌شود. در انتگرال معین، جمع ریمان را از همان ابتدا انتخاب نموده و آن را به روش جمع‌های بالایی و پایینی

نسبت به روش بکارگیری دیگر نویسندگان ترجیح داده شده است. پاد مشتق‌ها و انتگرال نامعین در بخش ۴-۴ ارائه شده‌اند. سپس قضیه‌ی اساسی حسابان با استفاده از قضیه‌ی مقدار میانگین برای انتگرال‌ها ثابت شده است.

انتگرال‌گیری به طور فوری در بخش‌های ۴-۶ و ۴-۷ بعنوان یک ابزار برای حل معادلات دیفرانسیل استفاده می‌شوند. به خصوص، عقیده‌های کلیدی مکانیک یک بعدی از جمله انرژی جنبشی و کار، در طول انتگرال‌گیری از قانون دوم حرکت نیوتن نمایان می‌گردند. مسائل مکانیکی در صفحه و در فضا در بخش ۱۱-۵ و در قسمتی از بخش ۱۲-۵ که به قوانین کپلر اختصاص دارند، مطرح می‌گردند. تعدادی مبحث مقدماتی در مکانیک سیالات (مایع‌ها) در بخش‌های ۸-۶ و ۸-۷ ارائه خواهند شد.

تمامی تالیفاتی که در اختیار دانشجو می‌باشد، در فصل ۵ راجب تابع‌های معکوس و در فصل ۶ راجب به لگاریتم‌ها و نمایی، توسعه‌ی خیلی بیشتری می‌یابند. معادلات دیفرانسیل جدایی‌پذیر در بخش ۶-۶ ارائه شده‌اند. در نتیجه در حل چند مسأله کاربردی در رابطه با رشد و زوال به کار می‌روند. دو بخش آخر فصل ۶ به تابع‌های هذلولی و معکوس‌هایشان اختصاص دارند.

فصل ۷ اختصاص به روش‌های انتگرال‌گیری دارد و شامل بخش‌هایی در انتگرال‌گیری تقریبی و انتگرال‌ها مجازی است. این روش‌ها دارای ویژگی‌های خاص فصل‌های ۴ و ۶ اند، برای مثال قاعده‌ی مفید (iv) در بخش ۴-۴ مشابه روش انتگرال‌گیری با استفاده از جانشانی است اگر جانشانی خطی باشد. اکنون دانشجو با تکنیک‌های فصل ۷ و مفروضات منحنی، پارامتری، معرفی شده در بخش ۸-۳، آشنا است و در موقعیتی است که می‌تواند حجم اجسام، طول منحنی‌ها و مساحت سطوح دوار را بیابد. در بعضی از کتاب‌ها این مطالب خیلی پیش‌تر ارائه می‌شوند و نتیجه‌ی آن محدودیت در تعداد مسائلی است که با ابزارهای در دسترس بتوان حل نمود.

هر دو فصل ۹ راجب به دنباله‌ها و سری‌ها و فصل ۱۰ راجب به دنباله‌های تحلیلی مختصات قطبی با جزئیات نوشته شده‌اند و به معلم اجازه‌ی انتخاب‌های زیادی را می‌دهند. ترجیح می‌دهیم تدریس دنباله‌ها و سری‌ها را قبل از هندسه‌ی تحلیلی و بردارها باشد، اما تعدادی محسوس این مسأله را انجام می‌دهند. روش نیوتن با تخمین خطای درجه‌ی دو به فرم قضیه‌ی ۱۹ در بخش ۹-۱۰ (که برهان آن اختیاری است)، ارائه شده است، اما اگر مفهوم حد دنباله به طور شهودی آشکار باشد، این امر مهم را بسیار زودتر می‌توان به صورت مطلبی کاربردی از مشتق بیان نمود. با همان برداشت، تقریباً همه‌ی مواد مخروطی‌ها در بخش‌های ۱۰-۱ تا ۱۰-۶ «آزاد از حسابان» هستند و می‌توان آنها را نیز در هر مرحله از درس مورد بحث قرار داد.

برای دلایل آموزشی بردارها را به دو جزء تقسیم کرده‌ام، فصل ۱۱ بر مفهوم بردارها در صفحه و فصل ۱۲ درباره‌ی بردارها در فضا است. هر چند اما آنهایی که بحث کامل سه بعدی را از ابتدا

می‌پسندند می‌توانند این کار را با تجميع بخش‌های ۱-۱۱ تا ۵-۱۱ و ۱-۱۲ تا ۶-۱۲، با شروع کردن از بخش ۱-۱۲ به مختصات قائم سه بُعدی انجام دهند. فصل‌های ۱۳ تا ۱۵ اختصاص به حسابان تابع‌های چند متغیره دارند. بخش ۹-۱۳ راجع بحث با جزئیات از ضرایب لاگرانژ است. انتگرال‌گیری چندگانه با اراده انتگرال‌های دوتایی و انتگرال‌های سه گانه در بخش‌های پشت سرهم، یکپارچه می‌شوند. این انتگرال‌ها بدون استفاده از «افرازهای داخلی» و به روشی تعریف می‌شوند که دیگر نیازی به بحث ابتدایی ناحیه‌های قائم انتگرال‌گیری نیست. مساحت سطح تا بخش ۱۵-۳ که به انتگرال‌های سطح تعلق دارد به تعویق می‌افتد که امری طبیعی است. بخش مرکز گون (هم برای ناحیه‌ها و هم منحنی‌ها)، قضایای پاپوس، و گشتاوردهای ماند (اینده‌سی) به خصوص جامع است و مدرس می‌تواند به طم اختیار، آن را کاهش یا افزایش دهد. فصل ۱۵ به انتگرال‌های خط و سطح به صورت دقیقی از قضیه گرین، قضیه دیورژانس و قضیه استوکس می‌رسد، می‌پردازد؛ مطالبی که آن‌ها را حساب دارد، حساب میدان‌های برداری می‌نامند.

در فصل ۱۶ به مبحث مهم معادلات دیفرانسیل برمی‌گردیم. پس از بخش ۱۶-۱ به معادلات کامل و عامل‌های انتگرال‌گیری می‌پردازد، ادامه‌ی فصل به مبحث کلیدی معادلات خطی اختصاص دارد. بخش ۱۶-۴ نحوه‌ی کاربرد معادلات خطی مرتبه‌ی دو را در بررسی پدیده‌های نوسان مختلف ارائه می‌دهد. در ضمیمه مطلب کوتاهی از استقرار ریاضی، با مجموعه‌ای از مسائل، خواهیم داشت.

اکنون مدنظر نحوه‌ی فرمت کلمات می‌باشد. در سرتاسر صفحات رفرنس داده شده‌اند و این بهترین طرح می‌باشد. شکل‌ها و قضیه‌ها در هر فصل و فرمول‌ها در مثال‌ها در هر بخش شماره، ترتیب دارند. هر قضیه یک اسم دارد. در پایان مجموعه برای هر مساله با شماره‌ی فرد جواب یا راهنمایی کوتاهی به اضافه‌ی نمودار اراده شده است و این در بخش‌هایی است که صورت مساله آن را بخواهد. در پایان هر فصل فهرستی از اصطلاحات و مبحث‌های کلیدی و گاهی فهرست‌های دوره‌ای دیگر آمده است. دو نوع حل تشریحی مساله‌های [Two separate solutions] مختلف موجود است که می‌توان از ناشر درخواست نمود: اول برای دانشجو که به حل‌های با جزئیات مسائل با شماره‌ی فرد می‌پردازد و دیگری برای مدرس که به حل‌های با جزئیات تمامی مسائل با شماره‌های زوج می‌پردازد. هر دو کتاب [manual] مملو از تشریح و به طور نامعمولی کامل‌اند.