

حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی

کنالد انکینسون

ویمین هان

دیوید استوارت

مترجمان

دکتر حسین خیر

دکتر غلامرضا حاجتی

ویراستار

دکتر علی عبدی

سرشناسه	اتکینسون، کندال ای. Atkinson, Kendall E
عنوان و نام پدیدآور	حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی / کندال اتکینسون، ویمین هان، دیوید استوارت؛ مترجمان حسین خیری، غلامرضا حجتی.
مشخصات نشر	تبریز: دانشگاه تبریز؛ انتشارات ۱۳۹۳.
مشخصات ظاهری	۳۲۳ ص.
فروست	انتشارات دانشگاه تبریز: ۶۲۷.
شابک	۱۲۰۰۰۰ ریال ۶-۱۴-۷۲۰۴-۶۰۰-۹۷۸
وضعیت فهرست‌نویسی	فیا:
یادداشت	Numerical solution of ordinary differential equations عنوان اصلی:
موضوع	معادله‌های دیفرانسیل -- حل عددی
شناسه افزوده	هان، ویمین. ۱۹۶۳ - م.
شناسه افزوده	Han, Weimin
شناسه افزوده	استوارت، دیوید. ۱۹۶۱ - م.
شناسه افزوده	Stewart, David
شناسه افزوده	خیری، حسین، ۱۳۴۷ - مترجم
شناسه افزوده	حجتی، غلامرضا، ۱۳۵۲ - مترجم
شناسه افزوده	دانشگاه تبریز
زبان	فارسی
رده‌بندی دیوید	۵۱۸/۶۳
شماره کتابخانه ملی	۳۷۶۵۹۶



دانشگاه تبریز
انتشارات دانشگاه تبریز

حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی

تألیف:	کندال اتکینسون - ویمین هان، دیوید استوارت
ترجمه:	دکتر حسین خیری - دکتر غلامرضا حجتی
ویراستاری:	دکتر علی عبدی
ناشر و فروست:	انتشارات دانشگاه تبریز: ۶۲۷
تاریخ و نوبت چاپ:	۱۳۹۳ - اول
شمارگان:	۱۵۰۰ نسخه
شابک:	۹۷۸-۶۰۰-۷۲۰۴-۱۴-۶
قیمت:	۱۲۰۰۰۰/- ریال
لبنوگرافی، چاپ و صحافی:	انتشارات دانشگاه تبریز

این اثر مشمول قانون حمایت از مؤلفان و مصنفان و هنرمندان مصوب ۱۳۴۸ است. هر کس تمام یا قسمتی از این اثر را بدون اجازه ناشر، نشر یا پخش کند مورد پیگرد قانونی قرار خواهد گرفت.

نشانی: تبریز - بلوار ۲۹ بهمن دانشگاه تبریز - تلفن: ۳۳۹۲۶۶۹ نمای: ۳۳۴۲۵۶۲

فهرست مطالب

ب	پیشگفتار مترجمان
ث	پیشگفتار مولفان
۳	۱ نظریه معادلات دیفرانسیل
۸	۱.۱ نظریه حل پذیری عمومی
۹	۲.۱ پایداری مسأله مقدار اولیه
۱۳	۳.۱ راستای میدان‌ها
۱۹	۲ روش اویلر
۲۰	۱.۲ روش اویلر
۲۵	۲.۲ تحلیل خطای روش اویلر
۳۳	۳.۲ تحلیل خطای مجانبی
۳۶	۱.۳.۲ برون‌یابی ریچاردسون
۳۷	۴.۲ پایداری عددی

۳۸	۱.۴.۲	انباشتگی خطای گرد کردن
۴۷	۳	دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل
۵۰	۱.۳	معادلات دیفرانسیل مرتبه بالاتر
۵۳	۲.۳	روش‌های عددی برای حل دستگاه‌ها
۶۱	۱	روش اویلر پسر و روش ذوزنقه‌ای
۶۴	۱.۴	روش اویلر پسر
۷۰	۲.۴	روش ذوزنقه‌ای
۸۱	۵	روش‌های رانگ-کوتا و تیلور
۸۲	۱.۵	روش‌های تیلور
۸۵	۲.۵	روش رانگ-کوتا
۸۹	۲.۵	سیستم‌های رانگ-کوتا صریح
۹۱	۳.۵	همگرایی، پایداری و خطای مجانبی
۹۵	۱.۳.۵	پیش‌نویس خطای آن
۹۷	۴.۵	روش‌های رانگ-کوتا-فلپر
۱۰۰	۵.۵	کدهای متلب
۱۰۴	۶.۵	روش‌های رانگ-کوتای ضمنی
۱۰۶	۱.۶.۵	روش‌های هم‌محلی دو نقطه‌ای
۱۱۵	۶	روش‌های چندگامی
۱۱۶	۱.۶	روش‌های آدامز-بشفورث
۱۲۲	۲.۶	روش‌های آدامز-مولتن
۱۲۵	۳.۶	کدهای کامپیوتری
۱۲۸	۱.۳.۶	کدهای متلب برای ODE
۱۳۳	۷	تحلیل خطای عمومی برای روش‌های چندگامی
۱۳۴	۱.۷	خطای برشی
۱۳۸	۲.۷	همگرایی
۱۴۱	۳.۷	تحلیل خطای عمومی
۱۴۲	۱.۳.۷	نظریه پایداری

۲.۳.۷	نظریه همگرایی	۱۴۶
۳.۳.۷	پایداری نسبی و پایداری ضعیف	۱۴۷

۸ معادلات دیفرانسیل سخت

۱.۸	روش خطوط برای یک معادله سهموی	۱۵۷
۱.۱.۸	برنامه‌های متلب برای روش خطوط	۱۶۳
۱.۸	فرمول‌های تفاضل پسرو	۱۶۹
۳.۸	نواحی پایداری روش‌های چندگامی	۱۷۱
۴.۸	روش‌های پایداری سختی	۱۷۳
۱.۴.۸	روش‌های پایداری و L - پایداری	۱۷۳
۱.۷۴	روش‌های ضرایب متغیر و پایداری	۱۷۴
۵.۸	روش‌های فصل متناهی	۱۷۵
۶.۸	برنامه‌های کامپیوتری	۱۷۷

۹ روش‌های رانگ-کوتا۱ ضمیمه‌ای معادلات دیفرانسیل سخت

۱.۹	خانواده روش‌های رانگ-کوتا۱ ضمیمه‌ای	۱۸۱
۲.۹	پایداری روش‌های رانگ-کوتا۱	۱۸۷
۳.۹	کاهش مرتبه	۱۹۰
۴.۹	اجرای روش‌های رانگ-کوتا۱ برای معادلات سخت	۱۹۵

۱۰ معادلات دیفرانسیل جبری

۱.۱۰	شرایط اولیه و انحراف	۲۰۲
۲.۱۰	معادلات دیفرانسیل جبری به عنوان معادلات دیفرانسیل سخت	۲۰۶
۳.۱۰	نسخه‌های عددی: مسایل از اندیس بالاتر	۲۰۷
۴.۱۰	روش‌های تفاضلی پسرو برای معادلات دیفرانسیل جبری	۲۱۰
۱.۴.۱۰	مسایل اندیس ۱	۲۱۱
۲.۴.۱۰	مسایل از اندیس ۲	۲۱۱
۵.۱۰	روش‌های رانگ-کوتا۱ برای معادلات دیفرانسیل جبری	۲۱۴
۱.۵.۱۰	مسایل از اندیس ۱	۲۱۵
۲.۵.۱۰	مسایل اندیس ۲	۲۱۹
۶.۱۰	مسایل یا اندیس ۳ از مکانیک	۲۲۲

۲۲۵	۱.۶.۱۰ روش های رانگ-کوتا برای دستگاه های مکانیکی اندیس ۳
۲۲۶	۷.۱۰ معادلات دیفرانسیل جبری از اندیس بالاتر
۲۲۹	۱۱ مسایل مقدار مرزی دو نقطه ای
۲۳۰	۱.۱۱ یک روش تفاضل متناهی
۲۳۲	۱.۱.۱۱ همگرایی
۲۳۳	۲.۱.۱۱ یک مثال عددی
۲۳۸	۳.۱.۱۱ شرایط مرزی مشتق دار
۲۳۹	۲.۱۱ مسایل مقدار مرزی دو نقطه ای غیرخطی
۲۴۱	۱.۱۱ روش های تفاضل متناهی
۲۴۶	۲.۱.۱۱ روش های پرتابی
۲۵۰	۲.۱۱ روش های هم محلی
۲۵۲	۴.۱.۱۱ سایر روش های مسایل
۲۵۹	۱۲ معادلات انتگرال و مشتقات
۲۶۰	۱.۱۲ قضیه حل پذیری
۲۶۳	۱.۱.۱۲ معادلات خاص
۲۶۴	۲.۱۲ روش های عددی
۲۶۴	۱.۲.۱۲ روش دوزنقه ای
۲۶۶	۲.۲.۱۲ خطای روش دوزنقه ای
۲۶۸	۳.۲.۱۲ الگوی عمومی برای روش های عددی
۲۷۴	۳.۱۲ روش های عددی: نظریه
۲۷۸	۱.۳.۱۲ پایداری عددی
۲۸۰	۲.۳.۱۲ پایداری عددی در عمل
۲۸۹	پیوست آ قضیه تیلور
۲۹۵	پیوست ب درونیایی چند جمله ای
۳۰۰	مراجع
۳۰۷	واژه نامه

پیشگفتار مترجمان

درک اکثر ایده‌های فیزیکی مانند انتقال خون در رگ، رفتار مدارهای الکتریکی در ماشین‌آلات یا حرکت سیارات و کیهان‌ها تنها در صورت مدل ریاضی مربوطه امکان‌پذیر است. این مدل‌ها اغلب شامل معادلات دیفرانسیل معمولی هستند. علی‌رغم وجود روش‌های تحلیلی برای حل معادلات دیفرانسیل، در اکثر موارد تعیین جواب تحلیلی امکان‌پذیر نیست. از این‌رو روش‌های عددی حل معادلات دیفرانسیل از اهمیت فوق‌العاده‌ای برخوردار هستند.

کتاب حاضر منبع مناسبی برای روش‌های عددی معادلات دیفرانسیل است. این کتاب می‌تواند به‌عنوان مرجع درس "حل عددی معادلات دیفرانسیل" دوره کارشناسی ریاضی در نظر گرفته شود؛ که در حال حاضر منبع مناسبی برای درس مذکور نیز است. این همچنین مباحث پیشرفته ارائه شده در کتاب، منبع مناسبی برای درس "حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی" در دوره کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی و نیز "محاسبات عددی پیشرفته" رشته‌های فنی-مهندسی است. در آخر هر بخش مربوط به معرفی روش‌ها، کدهای متلب داده شده است، که خواننده علاقه‌مند به اجرای این کدها برای درک بیشتر مفاهیم از روی نتایج عددی ترغیب می‌کند. علاوه بر معادلات دیفرانسیل معمولی، پرداختن به معادلات دیفرانسیل معمولی سخت، معادلات دیفرانسیل جبری، معادلات انتگرال و تفاضل و نیز معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، و ارائه روش‌های عددی گسسته‌سازی برای آشنایی با این کتاب را غنی‌تر کرده است.

امید است ترجمه این کتاب مورد توجه علاقه‌مندان به مباحث زیبای حل عددی معادلات دیفرانسیل قرار گیرد.

مترجمان این کتاب متواضعانه پذیرای انتقادهای سازنده و پیشنهادهای اساتید و دانشجویان هستند. در پایان لازم می‌دانیم از همکاری‌های دکتر حسین پوربشاش در انجام این ترجمه و نیز دکتر علی عبدی در ویراستاری این اثر تشکر کنیم. از دکتر مرتضی فغفوری به خاطر آماده‌سازی کتاب با استفاده از نرم‌افزار XqPersian تشکر می‌کنیم. همچنین از معاونت محترم پژوهشی دانشگاه تبریز و کارشناسان

ت پیشگفتار مترجمان

این حوزه، به‌خصوص از عزیزان خدوم انتشارات دانشگاه تبریز که مقدمات چاپ این کتاب را فراهم آوردند، سپاسگزاری می‌کنیم.

دکتر حسین خیری، دکتر غلامرضا حمجی

دانشکده علوم ریاضی - دانشگاه تبریز

بهمن ماه ۱۳۹۲

www.ketab.ir

پیشگفتار مولفان

کتاب حاضر نسخه تالیف شده‌ای از جزوات مورد استفاده برای درس معادلات دیفرانسیل معمولی برای دانشجویان سال آخر کارشناسی و سال اول کارشناسی ارشد رشته‌های ریاضی، مهندسی و علوم است. این کتاب آثالیف عددی معادلات دیفرانسیل، توصیف پیش‌نیازهای ریاضی برای درک روش‌های عددی و نیز اطلاعاتی در خصوص استفاده از روش‌ها را ارائه می‌دهد. یک دلیل مطالعه روش‌های عددی به‌عنوان بخشی از درس معادلات دیفرانسیل این است که بسیاری از ایده‌های اساسی آنالیز عددی معادلات دیفرانسیل ارتباط تنگاتنگی با روش‌های عددی دارد. به‌عنوان مثال، معیار پایداری یک روش عددی ارتباط نزدیکی با پایداری معادله دیفرانسیل مورد حل دارد. این کتاب می‌تواند به‌عنوان منبع درس حل عددی معادلات دیفرانسیل در یک سمینار یا به‌عنوان مرجع تکمیلی برای درس در نظریه و کاربردهای معادلات دیفرانسیل استفاده شود. در قسمت دوم، روش‌های عددی معادلات دیفرانسیل معمولی در درس معادلات دیفرانسیل معمولی پوشش داده می‌شود. این شیوه به مدرس امکان انتخاب موضوع و نیز به دانشجویان امکان مطالعه مطالب مورد علاقه بیشتر را می‌دهد. به‌عنوان مثال در فصل ۱۰ کتاب، روش‌های حل معادلات دیفرانسیل جبری و در فصل ۱۱ کتاب روش‌های حل معادلات انتگرال ولترا بحث می‌شود؛ مباحثی که معمولاً در متون مقدماتی مربوط به حل عددی معادلات دیفرانسیل گنجانده نمی‌شود. همچنین برنامه‌های متلب اکثر روش‌های معرفی شده را ارائه می‌دهیم. مفاهیم حل عددی معادلات دیفرانسیل با آزمایش بیستر تفهیم می‌گردد. برنامه‌های این کتاب را می‌توان از سایت زیر دانلود کرد:

<http://www.math.uiowa.edu/NumericalAnalysisODE/>

این سایت همچنین شامل برنامه‌های اوایلر و اوایلر پسرو به‌صورت ارتباط با کاربر است که از امکانات متلب در آن استفاده شده است.

روش‌های عددی از نظر رفتار متفاوت هستند و بسیاری از معادلات دیفرانسیل در اجرای روش‌های عددی از جهات مختلف تاثیر می‌گذارد. یک کتاب خوب برای مثال‌های حل معادلات دیفرانسیل، کتاب

شمپاین، گلدون و تامسون [۷۴] است. نویسندگان کتاب از اولاف هانسن، دانشگاه کالیفرنیا در سن مارکوس، به خاطر نظرات ایشان روی نسخه اولیه کتاب تشکر می‌کنند. همچنین مراتب سپاس خود را از انتشارات جان وایلی اعلام می‌نماییم.

www.ketab.ir

معادلات دیفرانسیل از جمله مهم‌ترین ابزار ریاضی در ساخت مدل‌ها در فیزیک، بیولوژی و مهندسی است. در این کتاب روش‌های عددی حل معادلات دیفرانسیل را بررسی می‌کنیم؛ معادلاتی که تنها یک متغیر مستقل دارند.

معادلات دیفرانسیل که در این کتاب در نظر می‌گیریم اغلب به صورت

$$Y'(t) = f(t, Y(t))$$

است که $Y(t)$ تابع مجهول است. تابع متغیره $f(t, y)$ معادله دیفرانسیل را تعریف می‌کند که مثال‌های مربوطه در فصل ۱ آمده است. بدین گونه، یک معادله دیفرانسیل مرتبه اول نامیده می‌شود، زیرا تنها شامل مشتق اول تابع مجهول است. روش‌های عددی حل یک معادله دیفرانسیل مرتبه اول به راحتی قابل تعمیم به یک دستگاه معادلات مرتبه اول است. علاوه بر این، یک معادله دیفرانسیل از مرتبه بالاتر قابل تبدیل به یک دستگاه معادلات مرتبه اول است.

بحث مختصری در باره نظریه حل‌پذیری مسأله مقدار اول، تابع معادلات دیفرانسیل معمولی در فصل ۱ آمده است. همچنین مفهوم پایداری معادلات دیفرانسیل معرفی می‌شود. ساده‌ترین روش عددی، روش اویلر، در فصل ۲ مطالعه می‌شود. گرچه روش اویلر، روش عددی کارایی نسبتاً کمی برای یک روش شهودی برای معرفی اکثر ایده‌های مهم است. معادلات مرتبه بالاتر و دستگاه معادلات مرتبه اول در فصل ۳ آمده است و روش اویلر برای حل چنین مسائلی در این فصل تعمیم داده شده است. در فصل ۴، برخی روش‌های عددی با پایداری عددی بهتر برای محاسبات عملی ارائه می‌شود. فصل‌های ۵ و ۶ روش‌های برتر و با سرعت همگرایی بالاتر مانند روش‌های رانگ-کوتا و خانواده روش‌های آدامز-بشفورت و آدامز-مولتون را پوشش می‌دهند. در فصل ۷، نظریه عمومی روش‌های چندگامی ارائه می‌شود. آنالیز عددی معادلات دیفرانسیل سخت در چندین فصل قبلی معرفی شده و در فصل‌های ۸ و ۹ بیشتر بررسی می‌شود. در فصل ۱۰، نظریه و حل عددی معادلات دیفرانسیل جبری، با اعمال برخی روش‌های ساخته شده قبلی روی مسایل سخت، مطالعه می‌شود. در فصل ۱۱، روش‌های عددی حل مسایل مقدار

مرزی از معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم را ارائه می‌کنیم. فصل آخر، فصل ۱۲، مقدمه‌ای در باره حل عددی معادلات انتگرال ولترا از نوع دوم ارائه می‌دهد و روش‌های فصل‌های قبلی را برای حل این مسائل توسعه می‌دهد. پیوست‌های الف و ب شامل مقدمه مختصری از تقریب چندجمله‌ای نیلور و درونیابی چندجمله‌ای است.

www.ketab.ir