

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

ریاضی عمومی ۲

تألیف:

دکتر مهدی نجفی خواه

عضو هیأت علمی دانشگاه علم و صنعت ایران

زمستان ۱۳۸۴

نجفی خواه، مهدی، ۱۳۴۹ -

ریاضی عمومی ۲ / تألیف مهدی نجفی خواه. -- تهران: شرح، ۱۳۸۴.

۲۵۶ ص.: مصور، نمودار.

ISBN 964-8929-07-6

فهرست نویسی براساس اطلاعات فیپا.

M. nadjafikhah . calculs 2.

پشت جلد به انگلیسی:

۱. ریاضیات -- راهنمای آموزشی (عالی). ۲. ریاضیات -- مسائل، تمرین ها و

غیره (عالی). الف. عنوان.

۵۱۰/۷۶

QA ۳۷/۲/۳ر۹

۱۳۸۴

م ۸۴-۳۸۰۸۶

کتابخانه ملی ایران

تشریح



تألیف: مهدی نجفی خواه

ناشر: شرح

ویراستار: علی رجبی ابهری

چاپ اول: زمستان ۱۳۸۴

لیتوگرافی: سعیدی

چاپ: زیتون

شمارگان: ۱۱۰۰ جلد

قیمت: ۴۲/۰۰۰ ریال

شابک: ۹۶۴-۸۹۲۹-۰۷-۶

ISBN 964-8929-07-6

حق چاپ برای مولف و نشر شرح محفوظ است. تهران ۱۳۸۴. تلفکس مرکز پخش: ۷۷۶۳۸۰۵۹

نشانی: تهران، خیابان انقلاب اسلامی، خ. صفی علیشاه، شماره ۱۲۳. ص. پ. ۳۷۷-۱۱۴۹۵.

موضوع این کتاب دومین درس از یک دوره دو ترمه در ارتباط با حساب دیفرانسیل، انتگرال و هندسه تحلیلی می باشد. موضوع اصلی آن آشنایی با جنبه های محاسباتی آنالیز ریاضی کلاسیک می باشد. در آنالیز ریاضی کلاسیک به مطالعه خواص توابع بین فضاهای اقلیدسی پرداخته می شود. این مطالعه شامل سه بخش اساسی «حد»، «مشتق» و «انتگرال» است. به دلیل اینکه مطالعه توابع به فرم $\mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ به یک باره ممکن نیست، موضوع به بخشهای مختلف تقسیم شده و به شکل مرحله به مرحله مورد مطالعه قرار می گیرد. در ریاضی عمومی یک، توابع به فرم $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ مطالعه شده است، یعنی حالت $m = n = 1$. پس از حصول این مطلب، در ریاضی عمومی دو، ابتدا توابع به فرم $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^m$ (توابع برداری) مورد مطالعه قرار گرفته، سپس توابع به شکل $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ (توابع چند متغیره) و آنگاه توابع به فرم $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ (نگاشتها و میدانهای برداری) مورد بررسی قرار می گیرند. سایر مباحث موجود در دوره حاضر، مطالبی هستند که مستقیم و یا غیر مستقیم در سایر قسمتها مورد استفاده قرار می گیرند.

این کتاب دارای نه فصل است. فصل اول به جبر خطی اختصاص دارد که مقدمه ای برای درک فصل دوم، یعنی هندسه تحلیلی می باشد. در فصل سوم که به توابع برداری اختصاص دارد آنالیز این نوع توابع مورد مطالعه قرار می گیرد. مطالعه توابع چند متغیره از فصل چهار آغاز و تا فصل هفتم ادامه پیدا می کند. در این فصول به ترتیب مباحث حد، مشتق و انتگرال توابع چند متغیره مورد بررسی قرار می گیرد. در فصل هشتم انتگرال روی منحنیها مطرح شده و خواص و کاربردهای آن مورد بررسی قرار گرفته و قضیه گرین مطرح می گردد. در فصل نهم انتگرال بر رویها مطرح شده و قضایای استوکس و گاوس بیان می گردد.

سالها است که دروس ریاضی عمومی، ریاضی عمومی ۱، ۲ و نیز دروس ریاض آ، آآ و آآآ (مخصوص دانشجویان رشته ریاضی) در دانشگاههای کشور تدریس می شد، اما مرجع مناسبی وجود نداشت که بتواند سرفصلهای مصوب وزارت علوم، تحقیقات و فن آوری را برآورد و در عین حال شرایط دانشجویان این درس را نیز در نظر بگیرد. مؤلف که خود سالها به امر تدریس این دروس مشغول بوده است، با علم به این مطلب و نیز با توجه به استانداردهای موجود در جهان، اقدام به تدوین این اثر نموده است.

این کتاب دارای نکات برجسته ای است که برخی از آنها مخصوص این اثر می باشند. ذیلاً به بیان مواردی از آنها می پردازیم:

۱- این کتاب نتیجه ای از تدریس در دانشگاههای کشور است و لذا عملاً می تواند قابل استفاده مجدد قرار گیرد.

۲- ارزشیابیهای انجام شده در پایان هر دوره آزمایشی تدریس آن خبر از موفقیت نسبی آن در امر تفهیم مطالب و در نتیجه بالاتر رفتن سطح علمی دانشجویان دارد (این کار با مقایسه با سایر گروهها انجام گرفته).

۳- کتاب حاضر مملو از مثالهای متنوع است (در مقایسه با استاندارد کتابهای مشابه، دو تا سه برابر بیشتر است).

۴- کتاب حاضر دارای تعداد بسیار زیادی تمرین و مسأله است که از مسایل معمولی آغاز و به تمرینات مبارز طلب ادامه می یابد. بر همین اساس هم مدرس و هم شاگرد نیازی به جستجوی مسایل جدید ندارند.

۵- در خلال مباحث کتاب استفاده از نرم افزار مپل آموزش داده شده است و این کار موجب تسریع امر آموزش و یادگیری می شود.

۶- یک دیسک فشرده از مواد کمک آموزشی همراه کتاب است که استفاده مناسب از آن می تواند اثر بسیار شگرفی در امر آموزش داشته باشد. (برای ملاحظه جزئیات بیشتر در این خصوص، به صفحه ۲۴۴ و یا فایل doc.pdf در دیسک فشرده زمینه مراجعه شود).

از این کتاب و نیز کتاب ریاضی عمومی یک این جانب، به شیوه های مختلفی در امر آموزش حساب دیفرانسیل، انتگرال و هندسه تحلیلی می توان استفاده نمود. نظیر: دو درس چهار واحدی (ریاضی ۱ و ۲)، دو درس سه واحدی (ریاضی ۱ و ۲)، و سه درس چهار واحدی (ریاضی آ، آآ و آآآ). بطور کلی کتاب ریاضی عمومی یک مناسب برای تدریس درس ریاضی عمومی ۱ و ریاضی عمومی دو، مناسب برای تدریس دروس ریاضی عمومی ۲ می باشد. از هفت فصل اول کتاب ریاضی عمومی یک برای درس ریاضی آ، از دو فصل آخر کتاب ریاضی عمومی یک و نیز چهار فصل اول کتاب ریاضی عمومی دو، برای درس ریاضی آآ و از پنج فصل آخر کتاب ریاضی عمومی دو، برای درس ریاضی آآآ می توان استفاده نمود. چنانچه برخی مطالب که جنبه پیشرفته تری دارند را حذف کنیم از این کتاب برای درس ریاضی عمومی نیز می توان استفاده نمود.

تعداد مسایل این کتاب بیشتر از حدی است که حتی در سه ترم (ریاضی آ، آآ و آآآ) بتوان دانشجوی را مکلف به حل همه آنها نمود. پیشنهاد مؤلف این است که استاد محترم درس، مسایلی را انتخاب نموده و از دانشجو بخواهد تا آنها را حل کند. این در واقع حداقل تعداد مسایلی است که استاد محترم برای بررسی دانشجویان لازم می داند. در ضمن دانشجو می تواند دانشجو خود می تواند مسایل بیشتری را انتخاب کرده و مورد بررسی قرار دهد. برخی از مسایل با علامت * مشخص شده اند، این مسایل دشوارند و توقع نمی رود که همه دانشجویان قادر به حل آنها باشند.

هر چند این کتاب حاصل سالها تدریس مؤلف در دانشگاههای مختلف بوده است و در شش دوره مختلف به صورت آزمایشی تدریس شده است، اما همانند همه محصولات بشری می تواند دارای کاستیهای فراوان باشد. مؤلف با علم به این مطلب از خواننده محترم استدعا دارد که هر گونه نکته، انتقاد و یا پیشنهاد در خصوص مطالب این کتاب را با او (به آدرس: تهران، نارمک، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده ریاضی و یا m.nadjafikhah@iust.ac.ir (email : در میان بگذارد.

نویسنده در پروژه ای تحت عنوان «استفاده از نرم افزار مپل در آموزش ریاضی عمومی یک» که از طرف دانشگاه علم و صنعت ایران مورد حمایت قرار گرفت، بررسیهای جامعی را در زمینه امکان سنجی استفاده از این نرم افزار انجام داده و از تجربیات خود در تألیف این اثر استفاده نموده است. بر همین اساس از مسئولین محترم دانشگاه علم و صنعت ایران که امکان این تحقیق و نیز تدریس آزمایشی دستنویس این کتاب را طی سالهای متوالی فراهم نموده اند، قدردانی می کنم.

این کتاب را سرکار خانم راحله بادرستانی و نیز سرکار خانم فرزانه حیدری فعال به کمک نرم افزار فارسی تک تایپ نموده اند و

جناب آقای احمد رضا فروغ و جناب آقای مهدی جلالی ویرایش نموده اند، که در اینجا از زحمات بی دریغ همه عزیزان کمال تشکر را دارم. شکلها توسط مؤلف و به کمک نرم افزارهای Paint، Photoshop، Maple و GSview تهیه است.

بر خود لازم می دانم تا از زحمات بی دریغ آقای علی ر ابهری که نهایتاً منجر به چاپ این اثر شد، قدردانی کنم. همچنین، مراتب امتنان خود را از جناب آقای مهندس جیاضیامنش، مدیر مسئول محترم انتشارات شرح اعلام می کنم. کتاب حاضر با همت و همکاری این مؤسسه به زیور تبع آرا شده است. همچنین، از همه کسانی که این جانب را در تهیه اثر همراهی نموده اند تشکر کنم. چه دانشجویانی که با انعکاس نکات مورد توجه خود باعث بالانده تر شدن آن گردیده اند و همکارانی که با اشارات فهیمانه خود باعث ایجاد اصلاح اساسی در آن شده اند. چون تعداد ایشان بسیار است و مجال آن در این مقدمه ممکن نیست، تنها به ابراز سپاس کلی بس می کنم.

مهدی نجفی خ
تهران، زمستان ۸۴

فهرست مندرجات

۴۵	مقاطع مخروطی	۸.۲
۵۳	رویه‌های درجه دوم	۹.۲
۵۶	استفاده از میپل	۱۰.۲
۵۸	توابع برداری	۳
۵۸	آنالیز توابع برداری	۱.۳
۶۲	هندسه دیفرانسیل منحنیها	۲.۳
۷۰	کاربرد در فیزیک	۳.۳
۷۱	مباحث بیشتر در نظریه منحنیها	۴.۳
۷۴	استفاده از میپل	۵.۳
۷۵	توابع چند متغیره و حد آنها	۴
۷۵	تعریف تابع چند متغیره	۱.۴
۷۹	اثبات حد	۲.۴
۸۲	ابطال حد	۳.۴
۸۴	پیوستگی	۴.۴
۸۵	استفاده از میپل	۵.۴
۸۷	مشتق و کاربردهایش	۵
۸۷	تعریف مشتق	۱.۵
۸۹	مشتق جزئی	۲.۵
۹۵	قاعده زنجیره‌ای مشتق	۳.۵
۹۷	ژاکوبی	۴.۵
۹۹	تابع ضمنی	۵.۵
۱۰۰	تغییر متغیر	۶.۵
۱۰۴	مشتق امتدادی	۷.۵
۱۰۶	دیفرانسیل و بسط تیلور	۸.۵
۱۰۸	اکسترموم موضعی	۹.۵
۱۱۱	اکسترموم فراگیر	۱۰.۵
۱	جبر خطی	۷
۱.۱	خط، صفحه و فضای اقلیدسی	۷
۲.۱	بردار	۹
۳.۱	استقلال، وابستگی، پایه و بعد	۱۱
۴.۱	ماتریس	۱۴
۵.۱	دترمینان	۱۶
۶.۱	دستگاه معادلات خطی	۱۹
۷.۱	مقدار و بردار ویژه	۲۴
۸.۱	ماتریسهای متعامد و متقارن	۲۶
۹.۱	تبدیل خطی	۲۷
۱۰.۱	استفاده از میپل	۲۹
۲	هندسه تحلیلی	۳۱
۱.۲	ضرب داخلی	۳۱
۲.۲	پایه متعامد و روش گرام-اشمیت	۳۴
۳.۲	ضرب خارجی	۳۵
۴.۲	ضرب سه گانه	۳۷
۵.۲	خط در صفحه	۳۸
۶.۲	صفحه در فضا	۴۰
۷.۲	خط در فضا	۴۲

۱۱.۵	اکسترموم مشروط	۱۱۴
۱۲.۵	فرم دیفرانسیلی	۱۱۷
۱۳.۵	استقلال متغیرها	۱۲۲
۱۴.۵	کاربرد در هندسه	۱۲۳
۱۵.۵	استفاده از میپل	۱۲۸
۶	انتگرال دوگانه	۱۲۹
۱.۶	تعریف انتگرال دوگانه	۱۲۹
۲.۶	مجموعه منظم	۱۳۳
۳.۶	انتگرال مکرر	۱۳۸
۴.۶	تغییر مختصات	۱۴۴
۵.۶	کاربرد انتگرال دوگانه	۱۵۲
۶.۶	انتگرال دوگانه ناسره	۱۶۳
۷.۶	استفاده از میپل	۱۶۶
۷	انتگرال سه گانه	۱۶۷
۱.۷	تعریف انتگرال سه گانه	۱۶۷
۲.۷	مجموعه $x $ -منظم	۱۶۹
۳.۷	انتگرال مکرر سه گانه	۱۷۳
۴.۷	تغییر مختصات در انتگرال سه گانه	۱۷۶
۵.۷	کاربرد انتگرال سه گانه	۱۸۴
۶.۷	انتگرال سه گانه ناسره	۱۸۹
۷.۷	استفاده از میپل	۱۹۱
۸	انتگرال خط	۱۹۲

۱.۸	انتگرال خط نوع اول	۱۹۲
۲.۸	کاربرد انتگرال خط نوع اول	۱۹۴
۳.۸	انتگرال خط نوع دوم	۱۹۸
۴.۸	کاربرد انتگرال خط نوع دوم	۲۰۱
۵.۸	میدان ابقایی	۲۰۳
۶.۸	قضیه گرین	۲۰۵
۷.۸	استفاده از میپل	۲۱۱
۹	انتگرال سطح	۲۱۲
۱.۹	رویه یا سطح	۲۱۲
۲.۹	انتگرال سطح نوع اول	۲۱۶
۳.۹	کاربرد انتگرال سطح نوع اول	۲۲۰
۴.۹	انتگرال سطح نوع دوم	۲۲۵
۵.۹	کاربرد انتگرال سطح نوع دوم	۲۳۲
۶.۹	قضیه گاوس	۲۳۴
۷.۹	میدانهای چرخشی	۲۳۸
۸.۹	قضیه استوکس	۲۴۰
۹.۹	استفاده از میپل	۲۴۳
۲۴۴	آشنایی اولیه با میپل	
۲۴۶	چند امتحان	
۲۵۲	کتاب نامه	
۲۵۳	فهرست الفبایی	