



روش برای حل معادلات درجه سوم و کاربردهای آنها

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

مجموعه کتاب‌های ریاضی
برترین‌های جهان ریاضیات (۲)

انری پژوهشی از:

سید محمدرضا هاشمی موسوی

پیش‌گفتار مولف

از آنجا که هر روش جدید در واقع القاکنده ایده‌هایی جدید می‌باشد در این مختصر به این روش عمومی آزمون و خطا (عددی)، تکرار (عددی)، هندسی (تحلیلی)، تجزیه و تعبیری، جبری، آنالیزی، مثلثاتی، ماتریسی (بردار)، ترکیبی (تلفیقی از چند روش) و روش‌های حسابی و روش‌های ابزاری پرداخته‌ایم که هر یک از این روش‌ها علاوه بر این، نوآوری و خلاقیت، کاربردهایی را نیز در بر دارند که مانند کتاب «۲۹ روش برای حل معادله درجه دوم» به شرح آن‌ها می‌پردازیم که ممکن است بسیاری از کاربردهای علمی و نظری را در بر داشته باشند که به تفصیل می‌توان درباره آن‌ها بحث کرد.

* توجه * مسابقه‌ای بزرگ همراه با جایزه

انتشارات علمی و فرهنگی «معراج قلم» همه پژوهش‌گران، دانش‌جویان و دانش‌آموزان گرامی را به یک پژوهش فراگیر در رابطه با «روش‌های دیگر و جدید برای حل معادله درجه سوم عمومی» دعوت می‌کند. در صورتی که روشی را کشف شده، دارای ابتکار، خلاقیت و نوآوری باشد، به نام خود شخص در چاپ‌های علمی کتاب به ثبت خواهد رسید. و به رسم یادبود لوح تقدیر، تندیس بلورین همراه با جایزه‌ای نفیس در مراسم سالانه «نوآوری در ریاضیات» انتشارات «معراج قلم» به قید قرعه اهدا خواهد شد.

فهرست مطالب

۷	 مقدمه
۸	 مدد به مطلب
۹	 روش‌های خيام و کاشانی
۱۱	 (۱) روش خطی
۱۵	 (۲) روش نشانده
۱۹	 روش‌های آزمون و خطا (عددی)
۲۰	 (۳) روش آزمون و خطا (تغییر علامت)
۲۱	 روش‌های تکرار
۲۲	 (۴) روش عددی (تکرار)
۲۳	 (۵) تنصیف (نصف کردن بازه مورد نظر یا بر بخشی)
۲۹	 روش‌های هندسی
۳۰	 (۶) روش تحلیلی - ترسیمی
۳۲	 (۷) روش هندسی - تعبیری (به کمک احجام) (HM)
۳۵	 روش‌های جبری
۳۶	 (۸) روش تارتاگلیا - کاردان
۳۸	 (۹) روش هُود
۳۹	 (۱۰) روش اوپلر
۴۰	 (۱۱) روش استفاده از اتحاد مکعب (HM)
۴۱	 (۱۲) روش مکعب سازی (HM)
۴۲	 (۱۳) روش استفاده از کعب‌های واحد

۴۷ (۱۴) روش تبدیل (مستقیم)

۴۸ (۱۵) روش تبدیل هموگرافیک

۵۰ (۱۶) روش لبگ

۵۱ (۱۷) روش اتحاد مجموع دو مکعب (با ضرایب نامعین)

۵۳ روش‌های آنالیزی

۵۴ (۱۸) روش سلسله کسرهای مسلسل نامتناهی (HM)

۵۷ (۱۹) روش سلسله رادیکال‌های نامتناهی (HM)

۵۹ (۲۰) روش نیوتن (تکرار)

۶۱ روش‌های مثلثاتی

۶۲ (۲۱) روش مثلثاتی (با استفاده از تبدیل و اتحادهای مثلثاتی)

۶۵ روش‌های ترکیبی

۶۶ (۲۲) روش ترکیبی (به کمک مثلثات - هندسه و خط‌کش - نقاله) (HM)

۶۹ روش‌های ماتریسی (برداري)

۷۰ (۲۳) روش استفاده از ماتریس استاندارد (HM)

۷۳ (۲۴) روش استفاده از معکوس ماتریس استاندارد (HM)

۷۷ (۲۵) روش استفاده از توان سوم ماتریس استاندارد (HM)

۷۹ (۲۶) روش استفاده از معکوس توان سوم ماتریس استاندارد H_m (HM)

۸۱ (۲۷) روش استفاده از توان‌های متوالی H_m برای تعیین بزرگ‌ترین مقدر مشترک مختلط (HM)

۸۵ روش‌های ابزاری

۸۶ (۲۸) روش تقریبی ریاضی و مکانیکی (با استفاده از دستگاه‌های منحنی‌ساز)

۸۷ (۲۹) روش استفاده از خط‌کش محاسبه (روش عملی - استفاده از ابزار)

۸۹ روش‌های حسابی

۹۰ (۳۰) روش استفاده از تجزیه (تقسیم)

۹۱ (۳۱) روش استفاده از مقسوم‌علیه‌های (مثبت و منفی) ثابت معادله

ضمیمه‌ها: مربوط به حل و بحث و بررسی معادله‌های چندجمله‌ای درجه n

- ۹۳ $(n < 5)$ و روش‌های محاسبه مقادیر و بردارهای ویژه..... ویژه
- ۹۴ ۱. اهمیت و کاربردهایی از حل معادله‌های چندجمله‌ای و تعیین حدود و علامت‌های ریشه‌ها.....
- ۱۰۵ ۲. روش‌های محاسبه مقادیر ویژه و بردارهای ویژه..... ویژه
- ۱۲۹ ۳. حل و بحث معادله درجه n ام و روش محاسبه و تعیین یک ریشه معادله درجه n ام به روش ماتریسی (بردار) و روش‌های حل معادله درجه چهارم عمومی.....
- ۱۵۱ مراجع و منابع.....

مطالب خواندنی	
نگرشی تاریخی	۱۴
زندگی‌نامه برخی از بزرگان نامی	۵۶

مقدمه

می‌دانیم از نظر تاریخی نخستین مسأله‌های جبر، حل معادله‌های جبری بود. یعنی پیدا کردن ریشه‌های آن و در واقع مقدارهایی از مجهول x که به ازای آن‌ها چند جمله‌ای برابر صفر شود. از زمان‌های دور جواب‌های معادله درجه دوم معلوم بود و حل جبری معادله درجه سوم و در پی آن درجه چهارم در قرن شانزدهم میلادی پیدا شد. برای معادله عمومی ناقص $X^3 + pX + q = 0$ (که هر معادله درجه سوم را می‌توان به آن تبدیل داد) رابطه زیر داده شده است:

$$X = \sqrt[3]{-\frac{q}{r} + \sqrt{\left(\frac{q}{r}\right)^2 + \left(\frac{p}{r}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{r} - \sqrt{\left(\frac{q}{r}\right)^2 + \left(\frac{p}{r}\right)^3}}$$

این رابطه را که رابطه کاردان معروف است (اگرچه این پرسش مطرح است که آیا این رابطه را خود کاردان به دست آورده یا از سایرین (مثل: تارتاگلیا (استاد کاردان)) اقتباس نمود) نمی‌توان حل کامل معادله دانست؛ زیرا ریشه فوق تنها در حالت $\left(\frac{q}{r}\right)^2 + \left(\frac{p}{r}\right)^3 \geq 0$ قابل قبول است و در حالت $\Delta < 0$ ریشه فوق نمی‌تواند ریشه‌ای حقیقی برای معادله به دست آید. بنابراین، در این جاست که می‌توان به اهمیت روش‌هایی غیر از روش‌های جبر، مثل: روش‌های مثلثاتی، هندسی، آنالیزی و ... پی برد. در واقع در این جاست که باید دنبال یاری می‌شتابد که آن را از این تنگنا و بن‌بست برهاند. همین جاست که وجود علم مستقیمی احساس می‌شود. همان‌طور که می‌دانیم تنها علم مستقلی که می‌تواند به یاری جبر و آن را از این تنگنا برهاند، شاخه‌ای دیگر از ریاضیات به نام «مثلثات» است (در اینجا به استقلال مثلثات اشاره شد که به تفصیل می‌توان درباره آن صحبت کرد. ولی در اینجا فقط به این نکته بسنده می‌شود که پیدایش استقلال روابط مثلثاتی از هندسه اقلیدسی به دست روابط اویلر اثبات می‌شود:

$$\cos x + i \sin x = e^{ix} ; \sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i} , \cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$$

(e : پایه لگاریتم طبیعی و $i = \sqrt{-1}$)

از این زمان به بعد بود که انسان دیگر با اطمینان کامل مثلثات را برای حل مسائلی که حل آنان به طریقه‌های هندسی، جبری و ... لاینحل به نظر می‌رسید به کار بست.

• ورود به مطلب

انواع روش‌های حل معادله درجه سوم کامل

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \quad (۱)$$

برای حل یک مسأله ممکن است راه و روش‌های گوناگونی وجود داشته باشد که با ابتکار، خلاقیت و نوآوری بتوان به برخی از آن‌ها دست یافت. البته ممکن است برخی از مسایل را به هر یک از انواع زیر حل نمود و حتی برای هر نوع، چندین طریق مختلف وجود داشته باشد که در این جا به تعدادی از آن‌ها اشاره می‌شود:

- (۱) ازمون و خطا (عددی)
- (۲) تکرار (عددی)
- (۳) هندسی (تصویری، ترسیمی و تعبیری)
- (۴) جبری
- (۵) آنالیزی
- (۶) مثلثاتی
- (۷) ماتریسی (برداري)
- (۸) ترکیبی (تلفیقی از چند روش)
- (۹) ابزارای (خط‌کش‌های محاسبه، پرگار، نقاله و ...) و مکانیکی
- (۱۰) حسابی

✱ توجه. روش‌های دیگری نیز با ابزارهای دیگر شاخه‌های ریاضیات وجود دارند که در این مختصر، نمی‌توانیم به بیان آن‌ها بپردازیم.

در این جا برای حل معادله درجه سوم (۱) از هر یک از روش‌های فوق استفاده کرده و به صورتی خلاق و همراه با نوآوری به ارایه آن‌ها می‌پردازیم.