



روش برای حل
معادله درجه دوم
و کاربردهای آنها

$$ax^2 + bx + c = 0$$

مجموعه کتاب‌های ریاضی
برترین‌های جهان ریاضیات (۱)

اثری پژوهشی از:

سید محمدرضا هاشمی موسوی

سرشناسه	: هاشمی موسوی، محمدرضا، ۱۳۴۰ -
عنوان و نام پدیدآور	: ۲۹ روش برای حل معادله درجه دوم و کاربردهای آن‌ها / اثری پژوهشی از سیدمحمدرضا هاشمی موسوی.
مشخصات نشر	: تهران: معراج قلم، ۱۳۹۳.
مشخصات ظاهری	: ۱۳۶ ص.
فروست	: مجموعه کتاب‌های ریاضی برترین‌های جهان ریاضیات: ۱.
شابک	: ۹۵۰۰۰ ریال - ۸-۹۳۲۲۷-۹۶۴-۹۷۸
وضعیت فهرست نویسی	: فیبا
عنوان گسترده	: بیست و نه روش برای حل معادله درجه دوم و کاربردهای آن‌ها.
موضوع	: معادله‌ها -- راهنمای آموزشی (عالی)
موضوع	: معادله‌ها -- مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)
رده بندی کنگره	: ۱۳۹۳ ب۲/۵۲ QA۲۱۴
رده بندی دیویی	: ۵۱۱/۳
شماره کتابشناسی ملی	: ۳۴۴۸۳۹

۲۹ روش برای حل معادله درجه دوم و کاربردهای آن‌ها

تألیف: سید محمدرضا هاشمی موسوی

ناشر: معراج قلم

چاپ: برتر

تیراژ: ۱۰۰۰ نسخه

چاپ اول: ۱۳۹۳

قیمت: ۹۵۰۰ تومان

طرح جلد: فرشید پیمان پو

تایپ و صفحه آرایی: ابراهیم نعمت پور

پیش‌گفتار مولف

از آن‌جا که هر روش برای حل مسأله در واقع یک یا چند ایده جدید القای می‌کند، در این مختصر به ارزیابی ۱۰ روش عمومی آزمون و خطا، عددی (تکرار)، هندسی (تحلیلی، ترسیمی و جبری)، جبری، آنالیزی، مثلثاتی، ماتریسی (بردار)، ترکیبی (تلفیقی از چند روش)، روش‌های حسابی و روش‌های ابزاری پرداخته‌ایم که هر یک از روش‌ها علاوه بر القای ایده‌های نوآوری، خلاقیت، کاربردهایی را نیز دربردارند که به آن‌ها اشاره شده است و ممکن است سیستم‌های کاربردهای عملی و یا نظری دیگر داشته باشند که به تفصیل می‌توان درباره آن‌ها بحث کرد.

* توجه * مسابقه‌ای بزرگ همراه با جایزه

انتشارات علمی و فرهنگی «معراج قلم» همه پژوهش‌گران، محققان و دانش‌جویان و دانش‌آموزان گرامی را به یک پژوهش فراگیر در رابطه با «روش‌های نوآوری و جدید برای حل معادله درجه دوم عمومی» دعوت می‌کند. در صورتی که روش‌های نوآوری شده، دارای ابتکار، خلاقیت و نوآوری باشد، به نام خود شخص در چاپ‌های بعدی کتاب به ثبت خواهد رسید. و به رسم یادبود لوح تقدیر، تندیس بلورین همراه با جایزه‌ای نفیس در مراسم سالانه «نوآوری در ریاضیات» انتشارات «معراج قلم» به قید قرعه اهدا خواهد شد.

فهرست مطالب

۷	مقدمه
۹	نگونگی تلفیق رهیافت عددی و هندسی برای یک علم جدید
۱۰	روش عددی
۱۱	روش های عددی
۱۲	(۱) روش آزمون و خطا
۱۳	(۲) روش تراز
۱۵	روش های هندسی
۱۶	(۳) روش تحلیلی - ترسیمی
۱۷	(۴) روش خوارزمی (تعبیری)
۱۸	(۵) روش خیام
۱۹	(۶) روش مثلثی (خط کش و نقاله) (HM)
۲۱	(۷) روش دایره ای (خط کش و پرگار) (HM)
۲۳	روش های جبری
۲۴	(۸) روش مربع کامل
۲۶	(۹) روش تجزیه
۲۷	(۱۰) روش مربع سازی معادله عمومی (HM)
۲۸	(۱۱) روش تبدیل
۲۹	(۱۲) روش تعیین پارامترهای نامعین معادله تقلیل یافته (HM)
۳۰	(۱۳) روش دستگاه مزدوج (HM)
۳۱	روش های آنالیزی
۳۲	(۱۴) روش سلسله کسرهای مسلسل نامتناهی (HM)
۳۳	(۱۵) روش سلسله رادیکال های نامتناهی (HM)

۵ ♦ ۲۹ روش برای حل معادله درجه دوم

- ۱۶) روش نیوتن (تکرار) ۳۴
- ۱۷) روش استفاده از اکسترمم تابع (ماکزیمم یا مینیمم تابع) (HM) ۳۵
- روش عددی (تکرار) ساده‌تر ۳۷
- ۱۸) روش تنصیف (نصف کردن بازه مورد نظر یا دو بخشی) ۳۸
- روش‌های جبری (مختلط) ۴۱
- ۱۹) روش استفاده از ریشه‌های مختلط $(\alpha \pm i\beta)$ ۴۲
- روش‌های ترکیبی ۴۳
- ۲۰) روش ترکیبی (جبری - هندسی - مثلثاتی) (HM) ۴۴
- روش‌های مثلثاتی ۴۷
- ۲۱) روش مثلثاتی (تبدیل و اتحادهای مثلثاتی) ۴۸
- روش‌های ماتریسی (بررسی) ۵۱
- ۲۲) روش استفاده از ماتریس H_{m-1} (HM) ۵۲
- ۲۳) روش استفاده از ماتریس استاندارد H (روش ابداعی مؤلف (HM)) ۵۳
- ۲۴) روش استفاده از معکوس ماتریس استاندارد H (HM) ۵۶
- ۲۵) روش استفاده از توان دوم ماتریس استاندارد H_m (HM) ۵۸
- ۲۶) روش استفاده از معکوس توان دوم ماتریس استاندارد H_m (HM) ۶۰
- روش‌های حسابی ۶۳
- ۲۷) روش استفاده از مقسوم علیه‌های (مثبت و منفی) ثابت معادله و ویژه ۶۴
- روش‌های تقریبی ریاضی و مکانیکی (دستگاه‌های منحنی‌نگار) و ابزاری خط‌کش محاسبه و ... روش‌های تقریبی ریاضی و مکانیکی (دستگاه‌های منحنی‌نگار) و ابزاری (خط‌کش محاسبه و ...) ۶۵
- ۲۸) روش تقریبی ریاضی و مکانیکی (با استفاده از دستگاه‌های منحنی‌نگار) ۶۶
- ۲۹) روش استفاده از خط‌کش محاسبه (روش عملی و با استفاده از ابزار) ۶۷

ضمیمه‌ها: مربوط به حل و بحث و بررسی معادله‌های چندجمله‌ای درجه n

۵) و روش‌های محاسبه مقادیر و بردارهای ویژه ۶۹

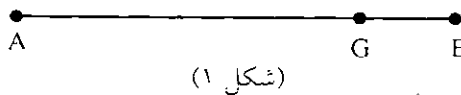
۱. اهمیت و کاربردهایی از حل معادله‌های چندجمله‌ای و تعیین حدود و

- ۷۰ علامت‌های ریشه‌ها
- ۸۱ ۲. روش‌های محاسبه مقادیر ویژه و بردارهای ویژه
۳. حل و بحث معادله درجه n ام و روش محاسبه و تعیین یک ریشه معادله درجه n ام به روش ماتریسی (برداری) و روش‌های حل معادله درجه چهارم عمومی ۱۰۵
- ۱۳۵ مراجع و منابع

مطالعه خواندنی	
۱۴	نگرش تاریخی بر حل معادله‌های چندجمله‌ای از نظر تاریخی
۲۲	جبر
۲۵	اصول جبر
۴۶	جبر کلدانی
۵۰	جبر هندسی
۸۰	پیدایش نمادها (توسعه جبر در اروپای مغرب زمین)
۱۱۱	زندگی‌نامه برخی از ریاضی‌دانان

مقدمه

بسیاری از آثار ریاضی قدیمی مشتمل بر مسائلی هستند که خواهان کشف کمیتی مجهول هستند. گاهی از اوقات این مجهول، کمیتی هندسی است که تحت شرایط مسأله به مقادیر معلوم مرتبط می‌شود. مثالی از این نوع، قضیه دوم مقاله دوم اصول اقلیدس راجع به تقسیم قطعه خطی مفروض مانند AB به دو قطعه AG و GB است به طوری که مساحت مستطیلی با اضلاع AB و GB با مساحت مربعی به ضلع AG برابر باشد (شکل ۱):



در این جا یک مقدار معلوم (AB) و یک قطعه خط مجهول (AG یا GB) وجود دارد؛ زیرا:

$$AB \cdot GB = AG^2 \quad \text{و} \quad GB = AB - AG \quad (۱)$$

در واقع این کار، تقسیم یک بازه به «بخش طلایی» است. در این جا، اگر یک مجهول را از طرف دیگر راه بین دو رابطه حذف کنیم و برای سهولت مقدار AB را به a و مقدار مجهول را به x نشان دهیم:

$$AB = a, AG = x, \quad x^2 + ax = a^2 \quad (۲)$$

ملاحظه می‌شود که مسأله مربوط به تقسیم یک بازه به «بخش طلایی» در واقع به یک معادله درجه دوم منجر می‌شود که این معادله را می‌توان ساده‌ترین نوع معادله درجه دوم برای حل یک مسأله هندسی دانست.

البته در زمانی به قدمت ۱۸۰۰ سال پیش از میلاد، کاتبین باستانی به حل مسائلی بودند که به معادله‌های درجه دوم منجر می‌شد و گرچه بابلی‌ها به جای « $x^2 + 6x = 27$ » می‌گفتند «مساحت مربع‌ام را به شش برابر ضلع آن اضافه کردم و حاصل ۲۷ شده است» روشی را برای حل این مسأله به کار می‌بردند که به طور اساسی همان است که امروزه به کار می‌بندیم. البته در نزد بسیاری از نویسندگان یونانی، نحوه پرداختن به مسأله یافتن مجهولات، هندسی بوده است. برای مثال، اقلیدس در تقسیم قطعه خط به «بخش طلایی» به صورت هندسی با مسأله حل معادله درجه دوم (۲) سر و کار دارد؛ زیرا با فرض $AB = a$ و $AG = x$ شرط $AB \cdot GB = AG^2$ به

$a(a-x) = x^2$ تبدیل می‌شود و از این نتیجه می‌شود که $a^2 = ax + x^2$. و این مستلزم آن است که با مفروض بودن قطعه خطی به طول a قطعه خطی به طول x بسازیم به طوری که $x^2 + ax = a^2$.

اما اقلیدس به مفهوم عددی «طول یک قطعه خط» نمی‌اندیشد، بلکه به جای آن وی به $x^2 + ax = x(x+a)$ به عنوان مستطیلی که دارای اضلاع x و $x+a$ است می‌نگرد. او وقتی قضیه ۶ مقاله دوم اصول خود را به کار می‌برد در عمل «مربع را کامل می‌کند» به این معنی که اگر مربعی به ضلع $\frac{a}{2}$ به این مستطیل یعنی $x(x+a)$ اضافه کنیم نسبت مساحت مربعی به ضلع $(x+\frac{a}{2})$ خواهد بود که در این صورت، x مساوی با ضلع این مربع مساوی مقدار معلوم $\frac{a}{2}$ است:

$$x(x+a) + (\frac{a}{2})^2 = \underbrace{x^2 + ax}_{a^2} + \frac{a^2}{4} = (x+\frac{a}{2})^2 = \frac{\Delta a^2}{4};$$

$$x + \frac{a}{2} = \frac{a\sqrt{\Delta}}{2}; \quad x = \frac{a\sqrt{\Delta}}{2} - \frac{a}{2}; \quad x = (\frac{\sqrt{\Delta}-1}{2})a$$

نتیجه تاریخی. مورد «بخش طلایی» تنها یکی از مثال‌هایی از نمونه مسایل هندسی است که هندسه‌دانان یونانی دوران کلاسیک چگونه توانستند به روابط درجه دومی مانند $x^2 + ax = a^2$ به عنوان احکامی درباره مساحت‌ها بنگرند. آن‌ها برای بررسی این احکام، مجموعه‌ای از قضایا، مانند قضایای مقاله دوم اصول، در اختیار داشتند که به آن‌ها اجازه می‌داد این مساحت‌ها را کامل کرده مربع‌های معادله ایجاد کنند که اضلاع آن‌ها قطعه خط‌های مطلوب را به دست دهند.

به اعتقاد بسیاری از محققان دلیل تاریخی تأکید یونانیان بر هندسه این است که در حل معادله‌های درجه دوم اعداد گنگی از قبیل $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{5}$ و غیره نه تنها پیش می‌آیند. چون یونانیان حتی تعریفی برای این اعداد نداشتند و قادر هم نبودند که به طور دقیق به آن‌ها بپردازند و در نتیجه هر موقع که طالب استدلال‌های دقیق بودند، خود کمیت‌های هندسی را به کار می‌بردند.