

محمود نصیری

آموزش مفهومی حساب دیفرانسیل و انتگرال

قابل استفاده: دبیران ریاضی، دانشجویان فنی و علوم پایه و دانش آموزان چهارم دبیرستان (پیش دانشگاهی)

♦ آموزش کامل مفاهیم با رویکرد آموزش به روش حل مسئله فعالیت محور

♦ اثبات قضیه‌ها همراه با مثال‌های کاربرد آن‌ها

♦ ۴۵۰ مثال آموزشی مربوط به مفاهیم اساسی

♦ ۳۰۰ پرسش مفهومی با پاسخ

♦ ۹۵۰ مساله موضوعی و دوره‌ای با حل تشریحی

سرشناسه	نصیری، محمود
عنوان و پدیدآور	آموزش مفهومی حساب دیفرانسیل و انتگرال ... / محمود نصیری
مشخصات نشر	تهران، مبتکران؛ پیشروان ۱۳۹۳
مشخصات ظاهری	۵۴۸ ص. مصور (رنگی). ۲۲۰×۲۹ س.م.
شابک	۹۷۸-۹۶۴-۰۰۷-۲۰۱۰-۳
وضعیت فهرست نویسی	فیبا.
موضوع	حساب دیفرانسیل - راهنمای آموزشی (متوسطه).
موضوع	حساب دیفرانسیل - آزمون ها و تمرین ها (متوسطه)
موضوع	حساب انتگرال - آزمون ها و تمرین ها (متوسطه)
موضوع	حساب انتگرال - راهنمای آموزشی (متوسطه)
رده بندی کنگره	QA ۳۰۳/۳/ن۶۲۸ ۱۳۹۲
رده بندی دیویی	۵۱۵
شماره کتابشناسی ملی	۲۰۱۸۶

آموزش مفهومی حساب دیفرانسیل و انتگرال



پیشروان (پروانه نشر: ۲۶۲۳)



مبتکران (پروانه نشر: ۱۶۷/۱۰۲)



فروش اینترنتی
www.mobtakeran.com

قیمت: ۳۱۰۰۰ تومان

مؤلف، محمود نصیری

نوبت چاپ: اول ۱۳۹۳

شمارگان: ۴۰۰۰ جلد

حروف نگاری: مبتکران

لیتوگرافی: مبتکران

چاپ: چکاد چاپ

هر نوع استفاده تجاری و بازرگانی از این کتاب: اعم از باز نویسی، خلاصه نویسی، نقل مطالب، استفاده از پرسش ها، زیراکس، ضبط کامپیوتری، کتاب الکترونیکی، لوح فشرده (CD)، شبکه های اطلاع رسانی، انواع بزرگراه های اطلاع رسانی نظیر اینترنت و هر نوع تکثیر دیگر: اعم از دیجیتالی و سنتی، کلاو جزئا بدون اجازه کتبی ناشر ممنوع و قابل تعقیب قانونی است.

مرکز بخش: تهران میدان انقلاب، خیابان فخر رازی، خیابان نظری شرقی، پلاک ۵۹، کدپستی ۱۳۱۴۷۶۴۹۶۴

www.mobtakeran.com

تلفن: ۰۲۱-۶۱۰۹۴۰۰۰ دورنگار ۰۲۱-۶۶۴۰۶۳۶۲

فهرست مطالب

عنوان	صفحه	عنوان	صفحه
فصل ۰: دستگاه اعداد حقیقی		دنباله‌های $\sqrt[n]{n}$, $\sqrt[n]{a}$, c^n	۷۲
اصول اعداد حقیقی	۰	۵. مسایل تعریف و قضیه‌های دنباله‌ها	۷۴
نمایش اعشاری اعداد حقیقی	۱۰	پاسخ تعریف و قضیه‌های دنباله‌ها	۷۶
ویژگی‌هایی از اعداد گویا و گنگ	۱۲	همگرایی با حدهای نامشخص	۸۰
بین بودن در اعداد حقیقی	۱۶	اصل کمال	۸۱
قدرمطلق	۱۸	قضیه BMCT	۸۲
همسایگی	۲۳	مهم‌ترین کاربرد دنباله‌ها	۸۵
۱. پرسش‌های مفهومی	۲۶	کرانداری و همگرایی و یکنوایی در دنباله‌های بازگشتی	۸۶
۲. مسایل فصل صفر	۲۷	۶. مسایل حدهای نامشخص و دنباله‌های بازگشتی	۸۹
پاسخ پرسش‌های مفهومی	۲۸	پاسخ حدهای نامشخص و دنباله‌های بازگشتی	۹۰
فصل (۱) دنباله‌ها		۸. پرسش‌های مفهومی دنباله	۹۳
مفهوم دنباله‌ها	۲۹	۹. مسایل دوره‌ای و پیشرفت دنباله‌ها	۹۴
چند دنباله خاص	۳۳	پاسخ پرسش‌های مفهومی	۹۶
فرم‌های مختلف نمایش	۳۶	پاسخ مسایل ۹ دوره‌ای پیشرفت	۹۷
رابطه‌های بازگشتی	۳۷	فصل ۲: حد و پیوستگی	
۳. مسایل دنباله‌ها مفاهیم اولیه	۳۹	حد تابع	۱۰۳
پاسخ دنباله‌ها مفاهیم اولیه	۳۹	حدهای راست و چپ	۱۱۰
سه ویژگی اساسی دنباله‌ها	۴۲	موجود نبودن حد	۱۱۳
دنباله‌های یکنوا	۴۴	۱۰. مسایل، تعریف و مفاهیم اولیه	۱۱۷
اعمال جبری روی دنباله‌ها	۴۷	قضیه‌های حد	۱۲۰
۴. مسایل یکنوایی و کرانداری دنباله‌ها	۵۰	قضیه فشردن	۱۲۳
همگرایی دنباله‌ها	۵۳	ورود به حدهای مثلثاتی	۱۲۶
چند قضیه و عمل‌های جبری روی حد دنباله‌های همگرا	۵۹	محاسبه $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ در حالت $\frac{0}{0}$	۱۳۱
دنباله‌های واگرا	۶۳	حد تابع $[f(x)]$	۱۳۳
زیردنباله	۶۵	کرانداری و حد	۱۳۶
کرانداری و همگرایی - واگرایی و بی‌کرانی	۶۷	بررسی عکس قضیه‌های حد	۱۴۰
چند قضیه در محاسبه دنباله‌ها	۶۸	پاسخ ۱۱. پرسش‌های مفهومی حد	۱۴۳
دنباله‌های هم‌ارز	۷۰		

عنوان..... صفحه	عنوان..... صفحه
فصل سوم مشتق و کاربرد آن	۱۲. پاسخ مسایل قضیه‌ها و محاسبه حدها..... ۱۴۸
آهنگ تغییر متوسط - شیب مماس و آهنگ آنی..... ۲۶۱	پیوستگی..... ۱۵۳
مشتق..... ۲۶۷	ناپیوستگی رفع شدنی و رفع نشدنی..... ۱۵۷
۲۱. مسایل مشتق، تعریف و خط مماس..... ۲۷۸	قضیه‌های پیوستگی..... ۱۶۰
پاسخ ۲۱. مسایل مشتق..... ۲۸۰	۱۳. مسایل پیوستگی..... ۱۶۷
تابع مشتق و قضیه‌های مشتق..... ۲۸۴	پاسخ ۱۳. مسایل پیوستگی..... ۱۷۰
مشتق ترکیب تابع‌ها..... ۲۸۷	قضیه حدی ترکیب تابع‌ها و پیوستگی آن..... ۱۷۳
۲۲. پرسش‌های مفهومی مشتق..... ۲۹۳	پیوستگی تابع معکوس..... ۱۷۹
۲۳. مسایل قضیه‌های مشتق..... ۲۹۴	بررسی عکس قضیه‌های پیوستگی..... ۱۸۱
پاسخ ۲۲. پرسش‌های مفهومی مشتق..... ۲۹۶	۱۴. مسایل قضیه حدی و پیوستگی تابع عکس..... ۱۸۴
پاسخ ۲۳. مسایل قضیه‌های مشتق..... ۲۹۷	پاسخ ۱۴. مسایل قضیه‌ها..... ۱۸۵
قضیه پیوستگی تابع مشتق، مشتق مراتب بالاتر..... ۲۹۹	ویژگی‌های از تابع‌های پیوسته و چند قضیه..... ۱۸۷
۲۴. مسایل قضیه پیوستگی تابع مشتق و مشتق بالاتر..... ۳۰۹	۱۵. پرسش‌های مفهومی پیوستگی..... ۱۹۴
معادله‌های مماس و قائم..... ۳۱۵	۱۶. مسایل ویژگی‌های پیوستگی و چند قضیه..... ۱۹۵
ربرد ریشه‌های مکرر..... ۳۱۹	پاسخ ۱۵. پرسش‌های مفهومی پیوستگی..... ۱۹۶
مشتق جزء صحیح..... ۳۲۲	پاسخ ۱۶. مسایل ویژگی‌های پیوستگی..... ۱۹۷
چند سیه از مشتق‌پذیری..... ۳۲۳	حد در بی‌نهایت و حد بی‌نهایت..... ۲۰۰
۲۵. مسایل مماس و قائم و چند قضیه در مشتق‌پذیری..... ۳۲۷	قضیه‌های محاسبه حدهای نامتناهی..... ۲۰۹
پاسخ ۲۵..... ۳۲۹	برای موجود نبودن حد، دنباله‌ها را چگونه انتخاب می‌کنیم..... ۲۱۴
مشتق‌گیری ضمنی..... ۳۳۳	۱۷. مسایل حدهای نامتناهی..... ۲۱۹
۲۶. مسایل مشتق ضمنی..... ۳۳۸	پاسخ مسایل ۱۷. حدهای نامتناهی..... ۲۲۱
پاسخ مشتق ضمنی..... ۳۳۹	مجانِب..... ۲۲۴
مشتق تابع معکوس..... ۳۴۱	۱۸. مسایل مجانِب..... ۲۳۴
۲۷. مسایل مشتق تابع معکوس..... ۳۴۹	پاسخ ۱۸. مسایل مجانِب..... ۲۳۵
پاسخ مشتق تابع معکوس..... ۳۵۰	قضیه هوپیتال و هم‌ارزی..... ۲۳۸
مشتق تابع‌های نمایی و لگاریتمی..... ۳۵۲	۱۹. پرسش‌های مفهومی حدهای نامتناهی و مجانِب..... ۲۵۱
۲۸. مسایل مشتق‌نمایی و لگاریتمی..... ۳۵۹	مسایل دوره‌ای و پیشرفت حد و پیوستگی..... ۲۵۲
پاسخ مشتق‌نمایی و لگاریتمی..... ۳۶۰	پاسخ ۱۹. پرسش‌های مفهومی حدهای نامتناهی و مجانِب..... ۲۵۵
تعریف دنباله‌ای مشتق، مشتق متقارن..... ۳۶۳	پاسخ ۲۰. دوره‌ای و پیشرفت حد و پیوستگی..... ۲۵۶
بررسی عکس قضیه‌های مشتق..... ۳۶۸	

عنوان.....	صفحه
مسایل ۲۹. تعریف دنباله‌ای مشتق، مشتق متقارن.....	۳۷۱
پاسخ مسایل ۲۹.....	۳۷۲
۳۰. پرسش‌های مفهومی مشتق.....	۳۷۴
۳۱. مسایل دوره‌ای و پیشرفت مشتق.....	۳۷۵
پاسخ ۳۰. پرسش‌های مفهومی مشتق.....	۳۷۷
پاسخ ۳۱. دوره‌ای و پیشرفت مشتق.....	۳۷۸
ماکسیمم و مینیمم مطلق.....	۳۸۲
کاربرد در مسایل بهینه‌سازی.....	۳۸۶
۳۲. مسایل ماکسیمم و مینیمم بهینه‌سازی.....	۳۹۵
پاسخ مسایل ماکسیمم و مینیمم بهینه‌سازی.....	۳۹۷
تابع‌های یکنوا.....	۴۰۲
پرسش‌های مفهومی یکنوا.....	۴۱۰
۳۴. مسایل تابع‌های یکنوا.....	۴۱۰
پاسخ ۳۳. پرسش‌های مفهومی یکنوا.....	۴۱۰
ماکسیمم و مینیمم نسبی.....	۴۱۰
آهنگ تغییر و مقادیر نهایی در اقتصاد.....	۴۲۲
۳۵. پرسش‌های مفهومی اکسترمم.....	۴۲۴
۳۶. مسایل اکسترمم‌ها و مقادیرنمایی.....	۴۲۵
پاسخ ۳۶. مسایل اکسترمم‌های نسبی و مقادیر نمایی.....	۴۲۸
عنوان.....	صفحه
تقعر و نقطه عطف.....	۴۳۳
۳۷. پرسش‌های مفهومی تقعر و عطف.....	۴۴۴
مسایل ۳۸. نقطه عطف و تقعر.....	۴۴۵
پاسخ پرسش‌های مفهومی و مسایل تقعر و عطف.....	۴۴۶
رسم نمودار تابع مشتق.....	۴۵۰
آهنگ‌های وابسته.....	۴۵۷
۳۹. مسایل نمودار f' و آهنگ‌های وابسته.....	۴۶۰
پاسخ ۳۹. نمودار f' و آهنگ‌های وابسته.....	۴۶۳
رسم نمودارها.....	۴۶۷
قضیه مقدار میانگین و کاربردها.....	۴۷۴
تعیین تعداد ریشه‌های معادله.....	۴۸۴
۴۰. مسایل رسم نمودارها.....	۴۸۷
۴۱. مسایل دوره‌ای و پیشرفت کاربرد مشتق.....	۴۹۷
فصل ۴. انتگرال	
انتگرال معین.....	۵۰۱
قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال.....	۵۲۰
انتگرال معین.....	۵۲۵
۴۲. پرسش‌های مفهومی انتگرال.....	۵۳۹
۴۳. مسایل انتگرال.....	۵۴۰
پاسخ مسایل انتگرال.....	۵۴۴

حساب دیفرانسیل و انتگرال یکی از بزرگ‌ترین دستاوردهای دانش بشری است. این علم در ابتدا از مسایلی در نجوم الهام گرفته که توسط نیوتن ولایبنتز گسترش یافته است؛ و ایده آن به حدود سیصدسال پیش برمی‌گردد. قدرت حساب دیفرانسیل و انتگرال، در ریاضی، فیزیک، علوم مهندسی و حتی علوم اقتصادی و طبیعی در هر قرن بیست‌تر آشکار شده است.

حساب دیفرانسیل و انتگرال قدرت برجسته‌ای در ساده‌سازی مسایل پیچیده ریاضی با بهره‌گیری از قوانین و قاعده‌های خود دارد. این روند ساده‌سازی، خطر خود را نیز دارد. اگر در هنگام تدریس هر موضوع به جنبه‌های کاربردی و عملی آن پرداخته نشود، مطالب تدریس شده، بی‌ارزش خواهد بود و فقط به بیان چند فرمول ختم می‌شود.

بنابراین در یک کتاب حساب دیفرانسیل و انتگرال باید به چند مورد مهم توجه شود:

ابتدا باید با شیوه‌ای گیرکام به مفاهیم اساسی وارد شویم. امروزه یکی از روش‌های مهم ورود به مفاهیم اصلی، روش حل مساله است. به این صورت که ابتدا با حل یک مساله شروع کرده و سپس به کمک آن به نتیجه‌ای که مدنظر است برسیم. گام بعدی بیان آن مفهوم یا قضیه در ارتباط با این مساله است. این روشی است که در بیان اکثر مفاهیم این کتاب از آن استفاده کرده‌ایم. پس از بیان مفهوم یا تعریف یا قضیه برای اثبات آن مثال‌های متنوع دیگری نیز مطرح کرده‌ایم.

از مورد‌های مهم دیگر، مطرح کردن پرسش‌های مفهومی است. این پرسش‌ها معمولاً محاسبه‌ای نیستند، بلکه براساس یادگیری و فهم درست از مفاهیم اساسی طرح شده‌اند. در صورتی که شما می‌توانید به این پرسش‌ها به خوبی پاسخ دهید که بر مفاهیم درسی و قضیه‌ها تسلط کافی پیدا کرده باشید. بنابراین این پرسش‌ها توانایی شما را در درک مطالب درسی مورد ارزیابی قرار می‌دهند.

مورد بعدی بیان مسایل مختلف و مسایل کاربردی است. تا به اندازه کافی در مطالب تبحر پیدا کرده و کاربرد این مفهوم‌ها و قضیه‌ها را نیز مشاهده کنید.

لازم به ذکر است که مفهوم‌های ابتدایی حساب دیفرانسیل و انتگرال یعنی دستگاه اعداد حقیقی، دنباله‌ها و حد و پیوستگی مفاهیمی هستند که کم‌تر کاربرد دارند، اما برای دو مفهوم اصلی که همان مشتق و انتگرال می‌باشند ضروری می‌باشند.

کاربرد واقعی حساب دیفرانسیل و انتگرال از مشتق شروع می‌شود. به همین اساس سعی کرده‌ایم در بخش‌های بهینه‌سازی و آهنگ‌های تغییر، مسایل متنوعی را مطرح کنیم. این یکی از ویژگی‌های مهم این کتاب است.

این کتاب می‌تواند مأخذ مهمی برای دبیران ریاضی باشد؛ زیرا با بررسی دقیق مفهوم‌ها و اثبات تمام قضیه‌ها به ویژه قضیه‌هایی که در کتاب درسی ثابت نشده است، کمک خوبی در تدریس خواهد بود. این کتاب علاوه بر حل مسایل مشابه کتاب درسی، شامل مسایل در سطح بالاتر نیز می‌باشد. به همین دلیل کتاب می‌تواند مورد استفاده دانشجویان تمام رشته‌های تحصیلی ریاضی عمومی یک را می‌گذرانند نیز باشد.

در ضمن دانش‌آموزان علاقه‌مند نیز می‌توانند از آن به خوبی استفاده کنند. برای آن دسته دانش‌آموزانی که خود را برای آزمون‌های کنکور آماده می‌کنند، علاوه بر این کتاب، کتاب جداگانه‌ای که فقط شامل آزمون‌های چهارگزینه‌ای می‌باشد به نام آزمون‌های حساب دیفرانسیل و انتگرال از مولف تدوین یافته که توسط انتشارات مبتکران قبلاً منتشر شده است.

مفاهیم پیشرفته‌تر دیگر مباحث ریاضی عمومی دانشگاهی در کتاب دیگری جداگانه منتشر خواهد شد.

امیدوارم که این کتاب بتواند کمک خوبی برای همه علاقه‌مندان ریاضی و دانش‌پژوهان باشد، منتظر پیشنهادهای شما عزیزان هستم.

در پایان لازم می‌دانم از جناب آقای یحیی دهقانی مدیر مسئول محترم انتشارات مبتکران که امکان چاپ این کتاب را فراهم کردند، تشکر و قدردانی کنم. هم‌چنین از خانم لیلی میرزائی که با تلاش فراوان زحمت صفحه‌آرایی کتاب را کشیدند و خانم‌ها ملیحه محمدی و مینو سطوت که رسم شکل‌ها را برعهده داشتند و نیز خانم مینا هرمزی که طراحی جلد کتاب را انجام دادند، سپاسگزارم و برای آن‌ها آرزوی موفقیت روزافزون دارم.