

معادلات دیفرانسیل عمران

تدریس کامل سرفصل‌های معادلات دیفرانسیل
قابل استفاده داوطلبان آزمون کارشناسی ارشد
و دانشجویان دوره کارشناسی مهندسی عمران و نقشه برداری
یک پیوست شامل نکات کلیدی و قواعد اصلی
مورد نیاز ریاضیات عمومی 1 برای داوطلبان
کنکور کارشناسی ارشد و دکتری Ph.D

به همراه پاسخنامه آزمون دکتری ۹۱
و کارشناسی ارشد مهندسی عمران ۹۲



● کلیه حقوق قانونی و شرعی برای ناشر محفوظ است.

● تکثیر تماماً یا قسمتی از این اثر به صورت حروفچینی، چاپ مجدد، چاپ افست، پلکی، فتوکپی و انواع دیگر چاپ ممنوع است.

● این اثر مشمول قانون حمایت از مؤلفان، مصنفان و هنرمندان مصوب سال ۱۳۴۸ است، هر کس تمام یا قسمتی از این اثر را بدون اجازه ناشر، نشر، پخش یا عرضه کند مورد پیگرد قانونی قرار خواهد گرفت.



سری کتاب‌های راهیان ارشد

انتشارات آزاده

کنکور کارشناسی ارشد معادلات دیفرانسیل

ویژه رشته مهندسی عمران

□ مؤلف: مهدی ناصح

□ ناظر فنی و چاپ: امیر یدوستانی

□ حروفچینی: انتشارات آزاده

□ لیتوگرافی: رسام گرافیک

□ چاپ: مروی

□ صحافی: صالحانی

□ تیراژ: ۱۵۰۰ نسخه

□ چاپ اول: بهار ۱۳۹۲

□ ناشر: انتشارات آزاده

□ شابک: ۱ - ۷۱۶ - ۵۰۱ - ۹۶۴ - ۹۷۸

□ بها: ۱۴۰۰۰ تومان

مسئولیت مطالب کتاب به عهده مؤلف و حق چاپ و نشر برای ناشر محفوظ است.

● مرکز پخش: انتشارات آزاده - خیابان انقلاب، مقابل دانشگاه تهران (بین خ فخرآباد و خ دانشگاه)، جنب بانک ملت، پاساژ

پلاک ۱۲۰۲، طبقه زیرهمکف - کدپستی ۱۳۱۷۵۲۷۱۳ | تلفن: ۶۶۴۱۴۳۷۴ - ۶۶۴۱۵۰۵۳ | دورنویس: ۶۶۴۱۴۵۱۰

سرشناسه	: ناصح، مهدی، ۱۳۵۸
عنوان و نام پدیدآور	: معادلات دیفرانسیل: ویژه رشته مهندسی عمران / مؤلف مهدی ناصح
مشخصات نشر	: تهران، آزاده، ۱۳۹۲.
مشخصات ظاهری	: ۳۳۵ ص.: مصور، جدول، نمودار.
فروست	: کنکور کارشناسی ارشد: سری کتاب‌های راهیان ارشد.
شابک	: ۱ - ۷۱۶ - ۵۰۱ - ۹۶۴ - ۹۷۸
وضعیت فهرست نویسی	: فیا
موضوع	: دانشگاه‌ها و مدارس عالی - ایران - آزمون‌ها
موضوع	: معادله‌های دیفرانسیل - راهنمای آموزشی (عالی)
موضوع	: معادله‌های دیفرانسیل - آزمون‌ها و تمرین‌ها (عالی)
موضوع	: معادله‌های دیفرانسیل - مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)
موضوع	: آزمون دوره‌های تحصیلات تکمیلی - ایران
رده‌بندی کنگره	: ۱۳۹۲ م ۶ ۱۵ ن / LB ۲۳۵۳
رده‌بندی دیویی	: ۳۷۸/۱۶۶۴
شماره کتابشناسی ملی	: ۳۱۴۰۹۱۷

برای خرید *online* به آدرس زیر مراجعه کنید:

www.rahian-arshad.com

یادداشت ناشر

«سری کتاب‌های آمادگی برای کنکور کارشناسی ارشد» در بیش از ۳۰۰ جلد، حاصل تلاش فراوان، دقت نظر و انتقال دانش و تجربه بیش از یکصد نفر از نیروهای جوان و متخصص با تحصیلات عالی دانشگاهی از دانشگاه‌های معتبر صنعتی امیرکبیر، علم و صنعت، صنعتی شریف و تهران با تجربه تدریس در دانشگاه‌ها و موسسات برتر کنکوری می‌باشد. در این مجموعه، سعی شده تا با بهره‌گیری از کادر فنی مجرب نشر، کیفیت کار را از نظر علمی و فنی بالا برده و به ویژه از نظر حروفچینی و صفحه‌بندی متن، کتاب را نسبت به موارد مشابه متمایز نماییم.

با توجه به نکات یاد شده، پیش‌بینی می‌شد که راهیان کنکور کارشناسی ارشد با مطالعه این مجموعه، ضمن صرفه‌جویی در وقت برای تهیه منابع معین، با مفاهیم و نکات ضروری مفیدی آشنا شوند که این مهم، با توجه به استقبال خوب و تماس‌های تشکرآمیز خوانندگان محترم در این مدت، بر ما مشخص شد.

راهیان ارشد اولین سعی و تلاش به سبک خود بوده برای ارائه مجموعه کاملی از بهترین خلاصه درس‌ها، نکات کاملاً ویژه کنکوری و تست‌های طبقه‌بندی شده موضوعی سال‌ها کنکور کارشناسی ارشد با پاسخ تشریحی براساس سرفصل‌های مصوب شورای عالی برنامه‌ریزی و همچنین سرفصل‌های متداول در دانشگاه‌ها، که به عنوان مرجعی معتبر برای استفاده داوطلبان کنکور دانشگاه‌های سراسری و آزاد (برای اولین بار) به بازار عرضه شده است.

انتشارات آزاده از کلیه عزیزانی که به هر نوعی در تولید و توزیع این مجموعه سهمی داشته‌اند صمیمانه تشکر و قدردانی می‌نماید و نیز کلیه کاستی‌ها و اشکالات موجود را برعهده می‌گیرد و به همین منظور و برای رفع آن‌ها، در انتظار دریافت نظرات انتقادی از استادان گرانقدر، دانشجویان و دیگر خوانندگان این مجموعه و حتی همکاران است.

مدیر انتشارات آزاده

جعفر بدوستانی

درباره کتاب‌های «راهیان ارشد»

سری کتاب‌های آمادگی برای کنکور کارشناسی ارشد «راهیان ارشد» بی‌شک جزو اولین کتاب‌هایی هستند که در این زمینه به صورتی کامل طبقه‌بندی و تألیف گردیده‌اند.

لزوم تهیه این مجموعه، نیاز مبرم دانشجویان علاقمند به ادامه تحصیل و عدم دسترسی آنها به مراجع جامع و مفید علمی بود، لذا بر آن شدیم تا با همراهی گروه مؤلفین دانشگاهی، سری کتاب‌های «راهیان ارشد» را منتشر نموده و در اختیار شما دانشجویان عزیز قرار دهیم. این انتشارات با کمک گروه مؤلفین که بیشتر از نخبگان و برگزیدگان دانشگاهی هستند، توانسته این کار بزرگ را به انجام برساند.

برای هر رشته، چند جلد کتاب مربوط به دروس تخصصی آن رشته تهیه شده است. فصل‌های کتاب مطابق با سرفصل‌های آموزش عالی بوده و هر یک از آنها دارای سه بخش است:

بخش اول: خلاصه مطالب درس و نکات ویژه کنکور.

بخش دوم: تست‌های طبقه‌بندی شده موضوعی کنکورهای سراسری و دانشگاه آزاد اسلامی.

بخش سوم: پاسخ تشریحی تست‌ها.

این مجموعه شامل تست‌های کنکور سراسری و آزاد و تالیفی به همراه پاسخ‌های تشریحی می‌باشد و هر سال پس از برگزار شدن آزمون‌ها، سؤالات به همراه پاسخ تشریحی در هر چاپ جدید به انتهای کتاب افزوده می‌شود.

از آنجایی که هیچ کتابی عاری از نقص نیست، از اساتید و دانشجویان گرامی تقاضا داریم اشتباهات احتمالی ما را همراه با انتقادات و پیشنهادات خود به نشانی ناشر ارسال کنید تا در چاپ‌های بعدی از آنها استفاده شود و امیدواریم این مجموعه با کمترین اشکال در اختیار داوطلبان محترم قرار گیرد.

انتشارات آزاده

مقدمه مؤلف

اهمیت درس معادلات دیفرانسیل به عنوان یک شاخه مهم آنالیز ریاضی، هم در تحلیل‌های مهندسی عمران از جمله دروس تحلیل سازه‌ها، مقاومت مصالح، مکانیک سیالات و مکانیک خاک، و هم در آزمون کارشناسی ارشد بر کسی پوشیده نیست و توانمندی در معادلات دیفرانسیل معادل با توانمندی در آنالیز بسیاری مسائل در شاخه‌های گوناگون مهندسی عمران و علوم می‌گردد. لذا اینجانب پس از سال‌ها تدریس این درس و دروس مرتبط برای دانشجویان و داوطلبان آزمون کارشناسی ارشد مجموعه مهندسی برق، عمران، مکانیک، مواد، هوافضا و ریاضی در مؤسسات آموزش عالی معتبر تهران و مشهد و با تشویق همکاران گرامی، این اثر را برای مساعدت هر چه بیشتر به داوطلبان آزمون کارشناسی ارشد مهندسی عمران تهیه کردم.

با توجه به اینکه مدت زمان زیادی صرف آماده‌سازی و تألیف کتاب در حدود یک سال و نیم انجام شده و شکل کلی کتاب همان قالب کلی جزوات اینجانب در کلاس‌های کنکور ارشد و از تمامی دوره‌ها و سال‌های تدریس اینجانب بوده است. لذا کتاب از توانمندی مناسبی جهت آزمون‌های معادلات، چه امتحانات پایان‌ترم دانشگاه و چه در سایر آزمون‌ها و همچنین آزمون دکتری (Ph.D) برخوردار است و البته همه سعی و کوشش اینجانب بوده است که کتاب با حداقل صفحات و حداکثر مطالب مانند کلاس‌های اینجانب در یک ترم باشد تا باعث رضایت خاطر دانشجویان عزیز گردد و دعای خیر ایشان نصیب مؤلف شود.

هر فصل کتاب شامل دو بخش است:

الف - آموزش و تدریس سرفصل معادلات دیفرانسیل و مثال‌های متعدد از گرایش‌های مختلف (به دانشجویانی که فرصت کمی برای مطالعه و آزمون دارند توصیه می‌گردد فقط بخش الف را مطالعه نمایند).

ب - تست‌های تکمیلی حل شده در انتهای فصل، ویژه داوطلبانی که فرصت کافی برای آزمون دارند (این مسائل فقط جهت ایجاد تنوع بیشتر در سؤالات و نتیجتاً احتمال عاف‌گیری کمتر دانشجویان گرامی در آزمون تهیه شده است).
یادآوری: این کتاب شامل یک پیوست به عنوان مروری بر ریاضیات عمومی ۱ شامل قواعد اصلی و پایه، نکات کلیدی و مثال‌های متعدد می‌باشد که می‌تواند نقش فوق‌العاده‌ای در تحلیل مسائل معادلات دیفرانسیل و ریاضیات مهندسی داشته باشد.

ویراستاری علمی و رفع اشکالات احتمالی پس از تألیف نسخه نهایی مرهون زحمات دو همکار گرانقدر، اساتید بزرگوار جناب آقای مهندس رضا صالحی (عضو هیئت علمی دانشگاه در گروه‌های مهندسی عمران و کلاس‌های کنکور ارشد عمران و طراح سؤالات کنکورهای آزمایشی ارشد مؤسسات آموزش عالی) و سرکار خانم مهندس فریبا ناصح (کارشناس ارشد مدیریت پروژه و ساخت، مدرس دانشگاه و مشاور در زمینه برنامه‌ریزی و مدیریت پروژه‌ها و طرح‌های عمرانی) و همچنین سرکار خانم سپیده مجلل به جهت ارائه پیشنهادات ارزنده و بازخوانی تمامی تست‌های تکمیلی بوده که بدینوسیله از ایشان تقدیر و تشکر ویژه می‌گردد.

در نهایت از مدیریت فرهیخته انتشارات آزاده جناب آقای جعفر بدوستانی و همکارانشان جناب آقای امیرحسین عالیخانی، جناب آقای حسن نیک‌بخت و در بخش حروفچینی و صفحه‌آرایی، سرکار خانم محمدلو به علت زحمات فراوانی که برای آماده‌سازی هر چه بهتر این کار علمی متحمل شدند، سپاسگزارم.

مهدی ناصح

مدرس کلاس‌های کنکور کارشناسی ارشد تهران

فروردین ۱۳۹۲

فهرست مطالب

فصل اول: معادلات دیفرانسیل مرتبه اول.....	۹
۱-۱- تعریف معادله دیفرانسیل و انتگرال‌های پر کاربرد در معادلات دیفرانسیل.....	۹
۱-۲- معادلات تفکیک‌پذیر یا جدایی‌پذیر.....	۱۰
۱-۳- معادلات دیفرانسیل کامل و عامل انتگرال‌ساز (فاکتور انتگرال معادله).....	۱۹
۱-۴- معادله دیفرانسیل خطی مرتبه اول.....	۲۸
۱-۵- معادله برنولی Bernoulli.....	۳۱
۱-۶- معادله‌های متعامد.....	۳۴
۱-۷- معادله کلرو و روش محاسبه پوش یک دسته منحنی.....	۳۹
تست‌های تکمیلی فصل اول.....	۵۷
فصل دوم: معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم و بالاتر.....	۷۹
۲-۱- تعاریف اولیه.....	۷۹
۲-۲- دترمینان رونسکین wronskian (ورونیسکی - wronski).....	۸۱
۲-۳- حل معادلات خطی مرتبه دوم با ضرایب ثابت.....	۸۸
۲-۴- معرفی معادله کوشی - اویلر.....	۹۳
۲-۵- معرفی معادله خطی لژاندر.....	۹۷
۲-۶- روش کاهش مرتبه در معادلات خطی مرتبه دوم.....	۹۷
۲-۷- حل معادله ناهمگن.....	۱۰۰
۲-۸- روش ضرایب نامعین جهت حل معادله ناهمگن.....	۱۰۱
۲-۹- روش ضرایب نامعین به بیانی دیگر (روش حدس جواب).....	۱۰۵
۲-۱۰- روش تغییر پارامترها (روش لاگرانژ) جهت حل معادله ناهمگن.....	۱۰۶
۲-۱۱- روش اپراتورها جهت حل معادلات خطی ناهمگن.....	۱۰۹
تست‌های تکمیلی فصل دوم.....	۱۱۹
فصل سوم: جوابهای بصورت سری توانی.....	۱۴۱
۳-۱- مقدمه و تعریف شعاع همگرایی.....	۱۴۱
۳-۲- تعریف نقاط تکیه منظم (regular) و نامنظم (irregular).....	۱۴۳
۳-۳- روش محاسبه معادله شاخصی (indicial equation) حول نقطه $x = x_0$	۱۴۵
۳-۴- معرفی پایه‌های جواب بفرم سری توانی، روش حل فروبیوس.....	۱۴۷
۳-۵- روش محاسبه رابطه بازگشتی در سریها با چند مثال.....	۱۵۱
۳-۶- معادله دیفرانسیل و چند جمله‌ای‌های لژاندر.....	۱۵۲
۳-۷- معرفی تابع بتا $\beta(p, q)$	۱۵۹
۳-۸- معادله دیفرانسیل بسل و توابع بسل Bessel.....	۱۶۰
تست‌های تکمیلی فصل سوم.....	۱۶۹

فصل چهارم: تبدیلات لاپلاس.....	۱۸۱
۴ - ۱ - مقدمه و تعریف تبدیل لاپلاس.....	۱۸۱
۴ - ۲ - جدول تبدیل لاپلاس توابع پرکاربرد.....	۱۸۲
۴ - ۳ - خواص مهم تبدیلات لاپلاس.....	۱۸۹
۴ - ۴ - چند تذکر بسیار مهم.....	۱۹۸
۴ - ۵ - تابع گاما و خواص مهم آن.....	۲۰۷
۴ - ۶ - تعریف معادلات انتگرالی و قضیه پیچش لاپلاس.....	۲۱۲
۴ - ۷ - روش های حل دستگاه معادلات دیفرانسیل.....	۲۱۶
تست های تکمیلی فصل چهارم.....	۲۲۴
پیوست: مقدمه ای بر ریاضیات عمومی ۱.....	۲۳۵
پیوست الف - مقدمه ای بر اعداد مختلط جهت یادآوری و آموزش.....	۲۳۵
پیوست ب - مروری بر روشهای محاسبه دامنه و برد توابع یا چند مثال.....	۲۵۷
پیوست ج - روشهای محاسبه حد و رفع ابهام در صورت مهم.....	۲۷۳
پیوست د - روشهای اصلی حل انتگرال های معادلات دیفرانسیل.....	۲۹۲
پیوست ی - قضایای اصلی دنباله ها و سریها در فضای حقیقی.....	۳۱۳
تست های معادلات دکتری سال ۱۳۹۱.....	۳۲۳
تست های معادلات ارشد مهندسی برق - سال ۱۳۹۱.....	۳۲۸
تست های معادلات ارشد مهندسی عمران - سال ۱۳۹۲.....	۳۳۲