

به نام خدا

کاربرد روش تابع گرین

(برای دانشجویان مهندسی و علوم)

نوشته:

مایکل گرین برگ

ترجمه و تألیف:

فرشاد کاوند

دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف،

عضو هیأت علمی دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تاکستان

عضو انجمن مهندسان مکانیک ایران

پاییز 1384 خورشیدی

گرینبرگ، مایکل، ۱۹۳۵-م. Greenberg, Michael D

کاربرد روش تابع گرین (برای دانشجویان مهندسی و علوم) / نوشته مایکل گرین برگ؛ ترجمه و تالیف فرشاد کاکاوند. - تهران: حقیقت: دانشگاه آزاد اسلامی (تاکستان)، ۱۳۸۴.

۱۶۰ ص.: مصور، جدول، نمودار

ISBN 964-8623-21-x: ریال ۱۶۰۰۰

فهرست‌نویسی براساس اطلاعات فیبا.

Application of Green's functions
in Science and engineering, [1971]

عنوان اصلی:

کتابنامه به صورت زیرنویس

۱. معادله‌های دیفرانسیل. ۲. توابع گرین. الف. کاکاوند، فرشاد، ۱۳۵۵ - مترجم.

ب. دانشگاه آزاد اسلامی (تاکستان). ج. عنوان

۵۱۵/۳۵

QA۳۷۱/گ۴ ک ۲

۱۳۸۴

م ۸۴-۲۲۱۲۹

کتابخانه ملی ایران

نام کتاب: کاربرد روش تابع گرین

ناشر: انتشارات حقیقت ۸۲۴-۰۹۱۲۱۸۹-۶۶۷۲۲۱۸۱

ترجمه و تالیف: فرشاد کاکاوند

حروفچینی و طراحی جلد: داروگ

لیتوگرافی: سعید

چاپ: الهادی

نوبت چاپ: اول / ۱۳۸۴

تیراژ: ۱۰۰۰ نسخه

قیمت: ریال ۱۶۰۰۰

ISBN: 964 - 8623 - 21 - X

شابک: X - ۲۱ - ۸۶۲۳ - ۹۶۴

حق چاپ محفوظ است.

تهران - خیابان انقلاب - بعد از پارک دانشجو - ساختمان ۱۱۴ - واحد ۱۱ - انتشارات حقیقت

سپاس‌گزاری:

از تمام دوستانی که در نوشتن این کتاب مرا یاری کردند، تشکر می‌کنم. از همسر گرامی‌ام شیوا اکبری، برای همزبانی و همراهی ارزشمندشان در نوشتن این کتاب. از استاد ارجمندم، دکتر نیما امانی‌فرد که مرا با این کتاب آشنا کرد. از دوستان فرهیخته‌ام، احمد یوسفی و محمد حق‌نویس، که نوشته را بازخوانی کردند و آن را به آرایش امروز درآوردند. از دانشجویان عزیز، حامد توسی، برای تهیه کتاب، مجید مرتضوی و مجتبا شریعتی، که کتاب را از نظرگاه یک دانشجو بازخوانی کردند. هم‌چنین از دوست عزیزم، محمد رضا اکبری، که همواره مشوق من در به پایان رساندن این کتاب بودند، تشکر می‌کنم.

پیش‌گفتار:

ستایش خداوند یکتا را که خالق است و هنرمند. سپاس بی‌کران هم او را، که نوشتن این کتاب نیز از پس سال‌ها تلاش به فرجام رسید. و اینک در دست دانش‌پژوهان این کشور است. باشد که این کار را گامی مثبت، به پویایی این مرز و بوم بشمارند. من مهندس مکانیک هستم. از این رو هر چه از سیستم آموزش عالی در این نوشته می‌خوانید، ذهنیت من از تدریس رشته مکانیک است. چه‌بسا وضع رشته‌های دیگر بهتر باشد، شاید هم نه.

در رشته مکانیک، پس از آموزش الفبا که شامل دروس پایه و استاتیک می‌شود، دانشجو با درس‌هایی آشنا می‌شود که به ظاهر به هم ربطی ندارند. شاخه‌های زیادی پیش روی دانشجوست. دینامیک، مقاومت مصالح، ارتعاشات، کنترل و ...

این شاخه‌های به ظاهر مجزا، باید در ترم‌های آخر به کمک دروس طراحی، بار دیگر به هم بپیوندند. وظیفه استاد در این درس‌ها، به سنگینی تمام درس‌های پیش از این‌هاست. پرداختن به درس‌های طراحی، موضوع این کتاب نیست.

از نظر من، درس ریاضیات مهندسی نیز جایگاهی هم‌تراز دروس طراحی دارد. هم‌چنانکه دانشجو در دروس طراحی به ارتباط دروس مختلف پی‌می‌برد، در ریاضیات مهندسی نیز باید چنین باشد.

در ریاضی مهندسی دانشجو باید هر چه ریاضی خوانده، ابزار کند و به کار مهندسی

(بازخوانی دروس فنی) مشغول شود. تدریس درس ریاضی مهندسی توسط ریاضی‌دانان منطقی نیست. ریاضی‌دان در ریاضی مهندسی، کسی است که ابزار بسیار تیزی در دست دارد، ولی نمی‌داند به چه کار می‌آید. چه رسد به دانشجویانش.

جای خالی یک درس ریاضی، در ترم‌های پایانی احساس می‌شود. تا آنچه، طراحی اجزا با دروس پیش از خود می‌کند، این درس با کل رشته بکند. این کتاب بیش از نیمی از درس مذکور را می‌پوشاند. زبان ساده، مثال‌های گوناگون و تفسیرهای زیبایی که از جواب‌ها می‌شوند، ویژگی‌های این کتاب هستند.

پیشنهاد می‌کنیم، که دانشجوی کارشناسی دست‌کم فصل معادلات معمولی را بخواند. بی‌شک، پس از خواندن این کتاب درک عمیق‌تری نسبت به مسائل فیزیک خواهید یافت.

با این کتاب دست‌کم هر چه از معادلات دیفرانسیلی خوانده‌اید، مرور می‌شود. مثال‌های این کتاب کاملاً مرتبط با فیزیک مسأله، حل شده‌اند. توضیحاتی نیز در پایان هر مثال وجود دارد، که تفسیر فیزیکی جواب‌ها را دربردارند.

این کتاب بویژه به کار دانشجویان فیزیک و مهندسی می‌آید. مطالب کتاب به گونه‌ای است، که هم دانشجویان کارشناسی و هم دانشجویان مقاطع تحصیلات تکمیلی می‌توانند استفاده کنند.

کتاب دو فصل دارد. فصل اول درباره‌ی معادلات معمولی و فصل دوم معادلات پاره‌ای. در فصل اول مفهوم تابع تعمیم‌یافته به زیبایی ارائه شده است. دانشجو در تعریفی که از تابع دلتا کرده‌ایم، به بسیاری از اصول مقاومت مصالح از قبیل اصل سن‌ونان پی می‌برد.

در معادلات پاره‌ای، بیشتر بحث متمرکز به عملگرهای لاپلاس، هلمهولتز، پخش و موج است. در بخش 11، عملگرهای دیگری را هم بررسی کرده‌ایم. در گزینش معادل‌های فارسی از واژه‌نامه‌ی ریاضی و آمار، نوشته انجمن ریاضی ایران و واژه‌نامه‌ی فیزیک، نوشته‌ی سید محمد امینی، هر دو از انتشارات مرکز نشر دانشگاهی، استفاده کرده‌ایم.

پیش‌گفتار نویسنده:

بسیاری بر این عقیده‌اند که روش تابع گرین بیش از حد مشکل است. شاید، به همین دلیل است که، دانشجویان چندان از این روش استفاده نمی‌کنند. کوشیده‌ایم که خلاف این تفکر را نشان دهیم.

کتاب را بر پایه کاربردهای گوناگون روش تابع گرین بنا نهاده‌ایم. بسیاری از مثال‌ها را یک‌راست از فیزیک آورده‌ایم. بسیاری دیگر نیز، تنها از دید بحث‌های نظری ریاضی مطرح شده‌اند. هر جا که لازم بوده، تا پایه‌های ریاضی این روش را قدری ژرفتر بررسی کنیم، این کار را با حداقل بحث ممکن، انجام داده‌ایم.

بعد از هر مثال توضیحاتی نوشته‌ایم. این توضیحات شامل، بحث‌های کاربردی و تفسیر جواب و گاه بررسی عمیق‌تر پایه‌های ریاضی مسأله هستند. بی‌شک توضیحات، از مهم‌ترین بخش‌های کتاب هستند. نکات بسیاری نیز در قالب تمرین‌ها ارائه شده‌اند. توصیه می‌کنیم، که اگر خواننده به هر دلیلی امکان حل تمرین‌ها را ندارد، دست‌کم آن‌ها را روخوانی کند.

کوشیده‌ایم کتاب تا حد ممکن، خودآموز باشد. تا امکان استفاده برای تعداد بیشتری از دانشجویان فراهم آید. این کتاب هم برای دانشجویان کارشناسی و هم تحصیلات تکمیلی قابل استفاده است. پیش‌نیاز آن تنها، آشنایی اولیه با معادلات دیفرانسیلی معمولی و پاره‌ای است.

فرض کرده‌ایم که خواننده، با مفاهیم قضیه گرین، قضیه واگرایی گوس، تبدیلات فوریه و لاپلاس و معکوس‌شان، به اندازه‌ی کافی آشناست. فهم چند صفحه‌ای از این کتاب به دانش اعداد مختلط نیاز دارد. خواننده‌ی ناآشنا با نظریه‌ی اعداد مختلط، می‌تواند از خواندن این صفحات چشم‌پوشی کند، بی‌آنکه چیزی از پیوستگی مطالب کاسته شود. افزون بر روش تابع گرین، در این کتاب مطالب بسیاری درباره‌ی مسائل مقدار مرزی، توابع تعمیم‌یافته، بسط توابع ویژه، معادلات پاره‌ای و آکوستیک خواهید آموخت. بر خود لازم می‌دانم از دوستان ارزشمندی که مرا در نوشتن این کتاب یاری کردند، تشکر کنم: پروفیسور جری گازدان (از دانشگاه پنسیلوانیا) برای راهنمایی‌های مفیدشان از نظرگاه یک ریاضی‌دان. از پروفیسور بروکس هریس (از دانشگاه پنسیلوانیا)، برای رهنمودهای‌شان درباره‌ی نوشتن کتاب. از مورتون دین، (از دانشگاه دلاوار) برای نقد ارزشمندشان به دست‌نوشته‌ی اصلی. از پروفیسور بلاک و پروفیسور پائو و پروفیسور برونو و پروفیسور بولی (از دانشگاه کورنل) برای پیشنهادات مفیدشان. از آقای جیمز مان، برای تمام اشکالاتی که از دست‌نوشته اصلی گرفتند. از خانم‌ها برتا هولوپیتز، دوروسی کارول و همسر میمی برای زحماتشان در تایپ کتاب.

مایکل گرین‌برگ

دلاوار-نیوارک

گنجانده

فصل اول: کاربرد در معادلات معمولی	1
1- سرآغاز	2
2- عملگر الحاقی	6
3- تابع دلتا	12
4- روش تابع گرین	24
مثال 1: نخ بارگذاری شده	24
مثال 2: یک عملگر مشکل‌تر	30
مثال 3: تیر نامتناهی بر تکیه‌گاه الاستیک	33
مثال 4: معادله بسل ناهمگن	37
مثال 5: تابع گرین تعمیم‌یافته	41
5- روش تابع ویژه	47
6- خلاصه	56
فصل دوم: کاربرد در معادلات دیفرانسیلی پاره‌ای	57
1- سرآغاز	58
2- عملگر الحاقی	63
3- تابع دلتا	67
4- روش تابع گرین	69
5- جواب‌های اساسی	71

71	عملگر لاپلاس:
73	عملگر هلمهولتز:
74	عملگر پخش:
76	عملگر موج:
80	6- روش تابع گرین برای عملگر لاپلاس
82	مثال 1: قرص دایره‌ای.
92	مثال 2: نیم صفحه:
96	مثال 3: شرط مرزی مرکب:
99	مثال 4: ربع صفحه:
105	7- روش تابع گرین برای عملگر هلمهولتز
105	مثال 1: غشا دایره‌ای لرزان
106	مثال 2: تابش آکوستیکی
111	8- روش تابع گرین برای عملگر پخش
112	مثال 1: میله‌ی نیمه‌متناهی
118	9- روش تابع گرین برای عملگر موج
118	مثال 1: نخ دو سر نامتناهی
120	10- روش تابع ویژه
120	مثال 1: معادله‌ی پواسون در یک مستطیل
126	11- مثال‌های تکمیلی
126	مثال 1: عملگر لاپلاس در سه بعد
130	مثال 2: معادله صوت دوبعدی و سه‌بعدی
142	مثال 3: معادله همساز دوگانه
148	12- خلاصه