

در اقتصاد و مدیریت

ک۔ اہیم حیدری

تہران

1292

سرشناسه: حیدری، ابراهیم، ۱۳۴۳ -

عنوان و نام پدیدآور: برنامه‌ریزی غیرخطی و کاربردهای آن در اقتصاد و مدیریت / ابراهیم حیدری.

مشخصات نشر: تهران: سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاهها (سمت)، مرکز تحقیق و توسعه علوم انسانی؛ بوشهر: دانشگاه خلیج فارس، ۱۳۹۲.

مشخصات ظاهری: نه، ۵۰۵ ص.؛ جدول، نمودار.

فروست: «سمت»؛ ۱۷۲۹. اقتصاد؛ ۶۹.

شابک: ۹۶۱-۹۴۳-۵۳۰-۹۷۸۹۶۶۴۰۰ ریال ۱۳۰۰۰۰

وضعیت فهرست‌نویسی: فیبا

یادداشت: پشت جلد به انگلیسی: Ebrahim Heidari. Nonlinear Programming and Its Applications in Economic and Management.

داشت: کتابنامه: ص. ۵۰۲-۵۰۵.

موضوع: برنامه‌نویسی غیرخطی

موضوع: برنامه‌نویسی غیرخطی - راهنمای آموزشی (عالی)

موضوع: برنامه‌نویسی غیرخطی - مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)

شناسه افزوده: سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاهها (سمت)، مرکز تحقیق و توسعه علوم انسانی.

شناسه افزوده: بوشهر: مرکز خلیج فارس

رده‌بندی کنگره: ۳۹۰-۴۰۴ / ج ۵۷/۸ / T

رده‌بندی دیویی: ۱۹/۷۶

شماره کتابشناسی ملی: ۳۷۲۰۲۵



برنامه‌ریزی غیرخطی و کاربردهای آن در اقتصاد و مدیریت

دکتر ابراهیم حیدری (عضو هیئت علمی دانشگاه خلیج فارس، بوشهر)

سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاهها (سمت)، مرکز تحقیق و توسعه علوم انسانی و دانشگاه خلیج فارس

چاپ اول: زمستان ۱۳۹۲

تعداد: ۱۰۰۰

حروفچینی و لیتوگرافی: «سمت»

چاپ و صحافی: سازمان چاپ و انتشارات وابسته به اوقاف و امور خیریه

قیمت: ۱۳۰۰۰۰ ریال. در این قیمت مذکور ثابت است و فروشنده‌گان و عوامل توزیع مجاز

به تغییر آن نیستند.

هر شخص حقیقی یا حقوقی که تمام یا قسمتی از این اثر را بدون اجازه ناشران یا مؤلف، نشر یا بخش یا عرضه یا تکثیر یا تجدید چاپ نماید، مورد پیگرد قانونی قرار خواهد گرفت.

تهران، خیابان انقلاب اسلامی، خیابان ابوریحان، شماره ۱۰۷ و ۱۰۹، تلفن: ۶۶۴۰۸۱۲۰، نمابر:

۶۶۴۰۵۶۷۸ info@samt.ac.ir www.samt.ac.ir

مراکز پخش: خیابان شهید مانهی، دانشگاه خلیج فارس، کد پستی: ۷۵۱۶۹۱۳۷۹۸، تلفن: ۷۷۱۴۲۲۰۷۴-۷۸، بوشهر،

نمابر: ۷۷۱۴۵۴۵۱۸۲ www.pgu.ac.ir

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



این مسلم است که از نظر اسلامی حل تمامی مشکلات و پیچیدگی‌ها در زندگی انسان‌ها تنها با تنظیم روابط اقتصادی به شکل خاص حل نمی‌شود. نخواهد شد، بلکه مشکلات را در کل یک نظام اسلامی باید حل کرد و از معنویت نباید غافل بود که کلید دردهاست.

صحیفه نور؛ ج ۴، ص ۲۱۴

پیام پژوهش

نیاز گسترده به منابع و متون درسی با نگرش اسلامی در رشته‌های علوم انسانی و محدود بودن امکانات مراکز علمی و پژوهشی که خود را موظف به پاسخگویی به این نیاز می‌دانند، ایجاب می‌کند امکانات موجود با همکاری دانشگاه‌ها و مراکز پژوهشی در مساهمت مشترک به خدمت گرفته شود و افزون بر ارتقاء کیفی و کمی منابع درسی، تدوین کارهای جلوگیری به عمل آید.

به همین منظور، به منظور مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاه‌ها (سمت)، مرکز تحقیق و توسعه علوم انسانی و دانشگاه خلیج فارس بوشهر دومین کار مشترک خود را با انتشار کتاب «برنامه‌ریزی غیرخطی و کاربردهای آن در اقتصاد و مدیریت به جامعه علمی کشور عرضه می‌کنند.

کتاب حاضر برای دانشجویان رشته علوم اقتصادی به عنوان منبع اصلی درس «اقتصاد ریاضی» در مقاطع کارشناسی و کارشناسی ارشد به ارزش ۲ واحد، برای رشته مهندسی صنایع به عنوان منبع اصلی درس «بهینه‌سازی غیرخطی» در مقطع کارشناسی ارشد به ارزش ۳ واحد، برای رشته مدیریت صنعتی به عنوان منبع اصلی درس «برنامه‌ریزی غیرخطی» در مقطع کارشناسی ارشد به ارزش ۲ واحد و برای رشته برنامه‌ریزی سیستمهای اقتصادی به عنوان منبع اصلی درس «برنامه‌ریزی ریاضی» در مقطع کارشناسی ارشد به ارزش ۳ واحد تدوین شده است. امید است علاوه بر جامعه دانشگاهی، سایر علاقه‌مندان نیز از آن بهره‌مند شوند.

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱	پیشگفتار
۵	فصل اول: مقدمه و کلیات
۵	۱-۱ برنامه‌یابی و روش‌های آن
۷	۱-۲ مدل برنامه‌ریزی ریاضی (ویژگی‌های کلی)
۷	۱-۲-۱ گام‌ها، حل‌الزام در کاربرد برنامه‌ریزی ریاضی
۱۱	۱-۲-۲ شکل کلی مدل برنامه‌ریزی ریاضی و انواع آن
۱۴	۱-۳ مدل برنامه‌ریزی غیرخطی
۱۴	۱-۳-۱ ویژگی‌های کلی
۱۵	۱-۳-۲ انواع مدل‌های برنامه‌ریزی غیرخطی و حل آنها
۱۹	فصل دوم: برخی مسائل کاربردی
۱۹	۲-۱ مسئله تخصیص منابع برای تولید
۲۲	۲-۲ مسئله تعیین سطح بهینه تولید در دوره فعالیت
۲۵	۲-۳ مسئله حداکثرسازی مطلوبیت و استخراج توابع تقاضا
۲۵	۲-۳-۱ مسئله خانوار در یک دوره معین
۲۶	۲-۳-۲ مسئله میان‌دوره‌ای خانوار (انتخاب در طول عمر)
۲۷	۲-۴ مسئله انتخاب در اقتصاد رفاه
۳۰	۲-۵ تخمین معادله رگرسیون
۳۲	۲-۵-۱ روش حداقل مربعات معمولی خطاها (OLS)
۳۳	۲-۵-۲ روش حداکثر درست‌نمایی (ML)
۳۵	۲-۶ تقریب یک تابع
۳۶	۲-۷ مدل تصادفی تخصیص منابع

۴۰	۲-۸ مسائل کنترل بهینه
۴۲	۲-۸-۱ مسئله کنترل بهینه گسسته با زمان انتهایی ثابت
۴۴	۲-۸-۲ مسئله کنترل بهینه پیوسته با زمان انتهایی ثابت
۵۰	۲-۹ مسئله مدیریت منابع آب
۵۵	۲-۱۰ استخراج قاعده سیاست پولی از مدل پویای اقتصاد کلان
۵۷	۲-۱۱ تعیین میزان بهینه برداشت در اقتصاد منابع طبیعی
۵۷	۲-۱۱-۱ تعیین میزان بهینه برداشت در منابع طبیعی تجدیدپذیر
۶۰	۲-۱۱-۲ تعیین میزان بهینه برداشت در منابع تجدیدناپذیر
۶۲	مسائل فصل دوم
۶۶	فصل سوم: تعاریف و مفاهیم پایه‌ای
۶۷	۳-۱ تعاریف پایه خط و آفین
۶۷	۳-۱-۱ پارامترهای خط
۶۸	۳-۱-۲ آفین
۷۰	۳-۲ تعاریف و مفاهیم پایه‌ای
۷۰	۳-۲-۱ تعاریف یک مجموعه محدب
۷۱	۳-۲-۲ تعاریف ترکیب محدب
۷۳	۳-۲-۳ تعاریف پوسته (جدار) محدب یک مجموعه محدب
۷۴	۳-۳ برخی انواع مهم مجموعه‌های محدب غیرمشرط
۸۸	۳-۴ مخروط‌ها
۸۸	۳-۴-۱ تعاریف یک مخروط
۸۹	۳-۴-۲ تعاریف ترکیب مخروطی
۹۰	۳-۴-۳ تعاریف پوسته مخروطی
۹۱	۳-۵ بال اقلیدسی و بیضوی‌ها
۹۱	۳-۵-۱ تعاریف بال اقلیدسی
۹۲	۳-۵-۲ تعاریف بیضوی‌ها
۹۳	تمرین‌های فصل سوم
۹۶	فصل چهارم: توابع محدب و مقعر و تعمیم آنها
۹۷	۴-۱ تعاریف و ویژگی‌های اساسی

۹۷	۴-۱-۱ تابع محدب و تابع مقعر
۹۹	۴-۱-۲ تابع محدب و تعمیم آن به ارزش های بیکران
۱۰۰	۴-۱-۳ اپیگراف و هایپوگراف یک تابع
۱۰۳	۴-۱-۴ مجموعه های بالاسطح α و پایین سطح α یک تابع
۱۰۶	۴-۲ توابع محدب یک متغیره دیفرانسیل پذیر
۱۰۶	۴-۲-۱ ویژگی های توابع محدب یک متغیره دیفرانسیل پذیر
۱۰۷	۴-۲-۲ برخی انواع مهم توابع محدب یک متغیره و دیفرانسیل پذیر
۱۱۱	۴-۳ برخی مفاهیم اساسی توابع چندمتغیره دیفرانسیل پذیر
۱۱۱	۴-۳-۱ بردار گرادیان و ماتریس هشین یک تابع چندمتغیره
۱۱۶	۴-۳-۲ مشتق و تفسیر هندسی آن
۱۱۹	۴-۳-۳ مفهوم دیفرانسیل پذیری توابع چندمتغیره
۱۲۳	۴-۴ توابع محدب چندمتغیره
۱۲۳	۴-۴-۱ توابع محدب چندمتغیره دیفرانسیل پذیر
۱۳۱	۴-۴-۲ برخی انواع مهم توابع محدب چندمتغیره و تعمیم آنها
۱۳۹	۴-۵ مینیمم و ماکزیمم توابع محدب
۱۳۹	۴-۵-۱ انواع مینیمم
۱۴۰	۴-۵-۲ مینیمم سازی توابع محدب
۱۵۳	۴-۶ برخی حالات خاص توابع محدب و مقعر
۱۵۴	۴-۶-۱ تابع شبه محدب و تابع شبه مقعر
۱۷۷	۴-۶-۲ تابع محدب نما و تابع مقعر نما
۱۸۴	۴-۷ تحدب (تقعر) تابع در یک نقطه
۱۹۰	تمرین های فصل چهارم
۱۹۳	فصل پنجم: مسائل نامقید
۱۹۴	۵-۱ مسائل نامقید روی R^n
۱۹۵	۵-۱-۱ مسائل نامقید روی R با توابع یک متغیره
۲۰۲	۵-۱-۲ مسائل نامقید روی R^n با توابع چندمتغیره
۲۱۰	۵-۲ مسائل نامقید روی R_+^n
۲۱۳	۵-۲-۱ شرایط کان تا کر برای مسائل نامقید با تابع یک متغیره

۲۱۷	۵-۲-۲ شرایط مرزی کان تا کر برای مسائل نامقید با توابع چندمتغیره
۲۲۰	۵-۳ برخی کاربردهای مسائل نامقید
۲۲۰	۵-۳-۱ مسئله حداکثرسازی سود در بلندمدت
۲۲۲	۵-۳-۲ مسئله حداکثرسازی سود در کوتاه مدت
۲۲۵	تمرین های فصل پنجم
۲۲۹	فصل ششم: مسائل مقید با محدودیت های مساوی
۲۳۰	۶-۱ مسائل با محدودیت های مساوی روی R^n
۲۳۰	۶-۱-۱ مفاهیم اساسی مسائل با محدودیت های مساوی
۲۴۴	۶-۱-۲ مسائل با یک محدودیت مساوی در فضای R^n
۲۴۹	۶-۱-۳ مسائل با چند محدودیت مساوی در فضای R^n
۲۵۶	۶-۲ مسائل با محدودیت های مساوی روی R_+^n
۲۶۳	۶-۳ تحلیل حساسیت
۲۷۱	تمرین های فصل ششم
۲۷۶	فصل هفتم: مسائل مقید با محدودیت های نامساوی
۲۷۸	۷-۱ شکل کلی مسئله و ویژگی های آن
۲۸۰	۷-۲ تابع لاگرانژ و مفاهیم مرتبط با حل مسائل با قیود نامساوی
۲۸۳	۷-۳ روش جامع حل مسائل مقید با قیود نامساوی
۲۹۲	۷-۴ روش کان تا کر در حل مسائل مقید با محدودیت های نامساوی
۲۹۶	۷-۵ حل مسائل با قیود نامساوی و متغیرهای کمکی
۳۰۱	۷-۶ مدل برنامه ریزی غیرخطی با قیود مساوی و نامساوی
۳۰۶	۷-۷ دوگانگی یا همزادی در برنامه ریزی غیرخطی
۳۰۶	۷-۷-۱ مفهوم کلی و قضیه ضعیف دوگانگی
۳۱۱	۷-۷-۲ دوگان یک مسئله برنامه ریزی محدب و قضیه قوی دوگانگی
۳۲۱	تمرین های فصل هفتم
۳۲۷	فصل هشتم: برخی الگوریتم ها و روش های مرحله ای
۳۲۸	۸-۱ روش های جریبه ای
۳۲۸	۸-۱-۱ تابع جریبه

۳۳۳	۸-۲ الگوریتم تابع جریمه‌ای آشکارشده
۳۴۴	۸-۳ الگوریتم تابع جریمه‌ای گسترش‌یافته لاگرانژ
۳۵۴	۸-۲ روش تابع مانعی
۳۵۴	۸-۲-۱ تابع مانعی
۳۶۰	۸-۲-۲ خلاصه الگوریتم روش مانعی
۳۶۳	۸-۳ روش مسیرهای ممکن
۳۶۳	۸-۳ روش یک مرحله‌ای
۳۷۱	۸-۳ مدل ساده‌شده جایگزین در روش مسیرهای ممکن
۳۷۴	۸-۳-۲ الگوریتم زوتندیج
۳۷۷	تمرین‌های فصل نهم
۳۸۲	فصل نهم: برخی انواع روش‌های برنامه‌ریزی غیرخطی
۳۸۲	۹-۱ برنامه‌ریزی متغیر
۳۸۵	۹-۲ برنامه‌ریزی متهم (مکمل) خطی
۴۰۲	۹-۳ برنامه‌ریزی درجه دوم
۴۱۰	۹-۴ برنامه‌ریزی تفکیک‌پذیر
۴۱۶	۹-۵ برنامه‌ریزی کسری خطی
۴۲۴	۹-۶ برنامه‌ریزی هندسی
۴۳۴	۹-۷ برخی موضوعات و مسائل کاربردی
۴۳۵	۹-۷-۱ مسئله حداکثرسازی تولید و حداقل‌سازی هزینه
۴۴۳	۹-۷-۲ تابع هزینه کلونس
۴۴۵	۹-۷-۳ الگوی ایستای داده - ستانده و برنامه‌ریزی هندسی
۴۴۹	۹-۷-۴ الگویی برای ارزیابی و تجزیه و تحلیل بهره‌وری
۴۵۹	تمرین‌های فصل نهم
۴۶۰	ضمایم
۴۶۵	ضمیمه الف: برخی مفاهیم اساسی مجموعه‌ها
۴۷۱	ضمیمه ب: تابع لاگرانژ و ویژگی‌های آن
۴۸۱	ضمیمه ج: خلاصه حل مسائل و تمرین‌های فرد فصل‌های دوم تا نهم
۵۰۲	منابع و مآخذ

پیشگفتار

کتاب حاضر در زمینه بهینه‌سازی مدل‌های غیرخطی ریاضی موسوم به برنامه‌ریزی غیرخطی تدوین شده است و در حل آن دسته از مسائل تصمیم که می‌توان آنها را با استفاده از رابع و روابط غیرخطی مدل‌سازی کرد، کاربرد دارد. در این نوشتار علاوه بر ارائه مبانی نظری بهینه‌سازی غیرخطی تأکید غالب بر وجوه کاربردی و عملی بهینه‌سازی مسائل تصمیم در حوزه رشته‌های اقتصاد، مدیریت، حسابداری و مهندسی صنایع بوده است. دانشجویان مقاطع کارشناسی و کارشناسی ارشد در زمینه آموزش و تحقیقات کاربردی مفید است.

از آنجا که مدل‌های بهینه‌سازی غیرخطی به لحاظ ویژگی‌های اجزاء (توابع و روابط ریاضی) و همچنین روش‌های حل آنها از دامنه‌ای گسترده، متنوع و در بسیاری موارد غامض و پیچیده برخوردارند، انتخاب مدل‌ها و راه‌حل‌ها در این نوشتار دانش ریاضی دانشجویان رشته‌های مورد اشاره، سرفصل‌های دروس ریاضیات عمومی و کاربردی و همچنین ضرورت‌های کاربردی و تحقیقاتی در این رشته‌ها قرار داده شده است. پیش‌نیاز ریاضی این درس حساب دیفرانسیل و انتگرال و همچنین جبر خطی در مقطع کارشناسی رشته‌های اقتصاد و مدیریت است.

اغلب دروس ریاضیات کاربردی و برنامه‌ریزی ریاضی در مقطع کارشناسی و کارشناسی ارشد دارای سرفصل بهینه‌سازی ریاضی‌اند. از این روابط و سرفصل‌های مصوب، این کتاب در سطح کارشناسی به عنوان منبعی مناسب برای پوشش سرفصل‌های بهینه‌یابی کلاسیک در دروس ریاضیات کاربردی، سرفصل برنامه‌ریزی غیرخطی درس اقتصاد ریاضی و همچنین منبعی کمکی و مفید برای درس برنامه‌ریزی اقتصادی محسوب می‌شود. به علاوه کتاب حاضر در سطح

کارشناسی ارشد منبع مناسبی برای دروس برنامه‌ریزی غیرخطی رشته مدیریت صنعتی، گرایش پژوهش (در همه سرفصل‌ها)؛ برنامه‌ریزی ریاضی رشته برنامه‌ریزی سیستم‌های اقتصادی (در سرفصل برنامه‌ریزی غیرخطی)؛ اقتصاد ریاضی (مدل‌های غیرخطی)؛ درس اقتصاد تولید (انتخاب بهینه تکنولوژی غیرخطی و مسئله همزادی در تولید)؛ پژوهش عملیاتی رشته علوم اقتصادی (سرفصل برنامه‌ریزی غیرخطی) و رس بهینه‌سازی مدل‌های غیرخطی رشته مهندسی صنایع می‌باشد.

شایان ذکر است در این نوشتار علاوه بر ارائه مبانی نظری برنامه‌ریزی غیرخطی، معرفی برخی شیوه‌های کلاسیک و محاسباتی حل این‌گونه مدل‌ها و همچنین سرفصل‌های متعدد در دو سطح مجزا به معرفی مسائل کاربردی نیز پرداخته شده است که می‌تواند در زمینه آموزش، پژوهش و کاربرد برای دانشجویان، محققان و علاقه‌مندان چنین مسائلی مفید و مؤثر باشد. در سطح اول به معرفی تفصیلی مواردی از مسائل تصمیم در حوزه‌های اقتصادی، مدیریتی و فنی، که در زمینه‌های سیاست‌گذار و قابلیت مدل‌سازی غیرخطی را دارند، پرداخته شده است. در سطح دوم نیز با معرفی مدل‌های غیرخطی بنا به ویژگی‌های توابع و روابط ریاضی آنها در هر مورد به مسائل و مدل‌های خاصی اشاره شده که از کاربردهای نسبتاً فراوانی در برنامه‌ریزی اقتصادی، برنامه‌ریزی تولید و تجزیه و تحلیل بهره‌وری برخوردارند.

این کتاب در نه فصل تنظیم شده است. فصل اول به مقدمه و کلیات اختصاص یافته و در فصل دوم برخی مسائل کاربردی در حوزه‌های مختلف اقتصادی، مدیریتی و فنی معرفی شده است. در فصل سوم اختصاصاً مجموعه‌های محدب، ویژگی‌ها و روابط آنها اشاره شده است. در فصل چهارم به معرفی توابع محدب و مقعر و تعمیم آنها پرداخته شده است. در فصل پنجم مسائل نامقید معرفی شده‌اند. در فصل ششم مسائل مقید با محدودیت‌های مساوی و در فصل هفتم مسائل مقید با محدودیت‌های نامساوی معرفی و بررسی شده‌اند. فصل هشتم به معرفی و ارائه برخی الگوریتم‌ها و روش‌های مرحله‌ای حل مسائل غیرخطی و فصل نهم نیز به

معرفی برخی انواع مهم مدل‌های برنامه‌ریزی غیرخطی اختصاص یافته است. نگارنده امیدوار است با تدوین این نوشتار بخشی از نیازهای دانشجویان مقاطع کارشناسی و کارشناسی ارشد و سایر علاقه‌مندان را در زمینه‌های آموزشی و تحقیقاتی فراهم کرده باشد. همچنین از نظرات و نقدهای صاحب‌نظران برای تصحیح و گسترش کتاب در چاپ‌های آتی استقبال شده و باعث امتنان خواهد بود. در پایان بر خود لازم می‌دانم از مساعدت و زحمات بی‌شائبه مسئولان و دست‌اندرکاران سازمان «سمت» و معاونت پژوهشی دانشگاه خلیج فارس در پذیرش، چاپ و انتشار این کتاب کمال تشکر و قدردانی را داشته باشم.

ابراهیم حیدری

عضو هیئت علمی دانشگاه خلیج فارس (بوشهر)